Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ И.О. Петрищев
«30» августа 2017 г.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Программа учебной дисциплины вариативной части

для направления подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
(шифр и наименование)
направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика.
(очная форма обучения)

Составители: Череватенко О.И., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики,
Куренева Т.Н., ст. преподаватель
кафедры высшей математики

Рассмотрено и утверждено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «04» июля 2017 г. № 11

Ульяновск, 2017

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «Дискретная математика» включена в вариативную часть Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Целью преподавания данной дисциплины является формирование представления о постановке задач в области дискретной математики. Данная учебная дисциплина направлена на изучение основных понятий и методов дискретной математики, которые с середины прошлого века стали приобретать все большую актуальность в естественно–научных и гуманитарных исследованиях. Методы дискретной математики позволяют строить и исследовать математические модели, решать конкретные реальные задачи, являются средством четкой формулировки понятий и проблем во многих педагогических исследованиях, содействуют формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Этап формирования / Компетенции	Теоретический	модельный	практический
	Знает	умеет	владеет
Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве. (ОК-3)	ОР-1 основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки данных, идеи и приёмы математического моделирования	ОР-2 оперировать математическими объектами, используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания, строить простейшие математические модели (в том числе в предметной области в соответствии с профилем подготовки) и интерпретировать результаты работы с моделью;	ОР-3 понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка) при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.
готовностью	ОР-4	ОР-5.	ОР-6

реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1)	нормативно-правовые и концептуальные базы содержания предпрофильного и профильного обучения; сущности и структуры образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	осуществлять анализ образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов; определять структуру и содержание образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;	методами планирования образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения (Б1.В.ОД13).

Особенностью дисциплины «Дискретная математика» является использование теории множеств и отношений, изучаемых в курсе алгебры, а также применение методов математического анализа при изучении дискретных структур, что определяет особое место данной дисциплины в системе фундаментальной подготовки современного педагога.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся *:*

Номер семестра	Учебные занятия						Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость						
	Зачет. ед.	Часы					
8	3	108	18	-	30	60	экзамен
Итого:	3	108	18	-	30	60	

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий, оформленных в виде таблицы:

№ п/п	Наименование разделов и тем	Количество часов по формам организации

		обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1.	Рекуррентные соотношения	2	-	8	10
2.	Исчисление сумм	2	-	6	10
3.	Целочисленные функции	2	-	-	10
4	Асимптотика	2	-	-	10
5.	Графы	10	-	16	20
Итого		18		30	60

5.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

№ п/п	Наименование темы (раздела)	СОДЕРЖАНИЕ
1.	Рекуррентные соотношения	Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Способы решения рекуррентных соотношений. Числа Фибоначчи. Интерактивная форма: работа в микрогруппах.
2.	Исчисление сумм.	Обозначения сумм. Суммы и рекуррентности. Преобразования сумм. Кратные суммы. Общие методы суммирования. Интерактивная форма: работа в микрогруппах.
3.	Целочисленные функции.	Функции $\lfloor x \rfloor$(пол), $\lceil x \rceil$(потолок): определения, применения, рекуррентности, суммы. ‘ mod‘: бинарная операция. Интерактивная форма: лекция-беседа.
4.	Асимптотика	Введение в асимптотические методы. Символы $\sim, o$, O. Основные правила использования этих символов. Асимптотические решения рекуррентных соотношений. Формула суммирования Эйлера. Интерактивная форма: лекция-беседа.
5	Графы	Основные понятия теории графов (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги). Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и её следствие. Подграф. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связные графы. Компоненты связности графа и их число. Число различных графов с n вершинами. Изоморфные графы. Операции над графами. Метрические характеристики графа. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерии эйлеровости и полуэйлеровости графов. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы.

		Деревья. Код Прюфера. Ориентированные и корневые деревья. Паросочетания, независимые множества и клики. Двудольные графы. Укладка графа. Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Раскраска вершин и ребер графа. Хроматическое число графа. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных работ по дисциплине.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- выполнение домашних заданий .

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1. Самостоятельная работа

1. Найти формулу общего члена последовательности, заданной рекуррентным соотношением.

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 1, \quad a_1 = 0, a_2 = 1.$

2. Вычислить сумму.

$\sum_{k=3}^{20} (2k - 3^k)$.

ОС-2.

Примерный перечень тем рефератов

1. Нелинейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
2. Метод производящих функций в решении рекуррентных соотношений.
3. Вычисление сумм вида $\sum_{k=1}^{n} k^s$, s = 1, 2, 3, ...
4. Целочисленные функции $\lfloor x \rfloor$, $\lceil x \rceil$, mod.
5. Асимптотические решения рекуррентных соотношений.
6. Формула суммирования Эйлера.
7. Графы с цветными ребрами.
8. Число различных графов с n вершинами.
9. Раскрашиваемость вершин планарного графа шестью красками.
10. Восстановление графов.
11. Раскраска карт.
12. Покрытия и упаковки в теории графов.
13. Методы линейной алгебры в теории графов.
14. Применение теории графов в программировании.

ОС-3. Контрольная работа.

1. Неориентированный граф задан списком ребер f = (1,2,1,2,3,3,4)
   g =(2,1,3,4,4,2,4) .
   Определить вид графа. Вычислить степень вершины 4. Найти матрицу смежности графа.
2. Ориентированный граф задан списком ребер f = (1,3,3,2,1,3,2)
   g = (1,2,2,4,4,4,2).
   Вычислить степени входа и выхода вершины 2. Найти матрицу инцидентности графа.
3. Неориентированный графа задан матрицей смежности А. Найти число компонент связности графа. Определить мосты и шарниры (если они есть).
   $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
4. Найти радиус и диаметр графа задачи 3, центр и периферийные вершины
5. Неориентированный граф задан своей матрицей смежности А. Является ли граф эйлеровым? Полуэйлеровым? Если да, то найти эйлеров цикл (эйлерову цепь). Является ли граф гамильтоновым? Полугамильтоновым ? Если да, то найти гамильтонов цикл (гамильтонову цепь).
   $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Является ли неориентированный граф, заданный списком ребер, деревом? Если да, то определить вершины максимального типа. Выбрав в качестве корня вершину максимального типа, определить высоту дерева. Найти код Прюфера.
   f= (1,2,3,4,7,7,7,8,8,10,11,10)
   g = (4,3,4,7,5,6,8,9,10,11,12,13)

7.Задать дерево списком ребер, если его код Прюфера имеет вид (1,1,1,2,2,7,7,7,6,11).

8. Является ли н-граф задачи 4 планарным ? (ответ обосновать). Найти хроматическое число графа.

Перечень учебно-методических изданий кафедры по вопросам организации самостоятельной работы обучающихся

1. Куренева Т.Н. Элементы теории графов. Учебно – методическое пособие для студентов педагогических вузов.- Ульяновск: УлГПУ, 2011.
2. Куренева Т.Н. Дискретная математика. Часть 1: учебно-методическое пособие для бакалавров педагогических направлений подготовки. / Куренева Т.Н. –Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»,2017.–25с.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Организация и проведение аттестации бакалавра

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

7.1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы:

Компетенции	**Этапы формирования компетенций**	**Показатели формирования компетенции - образовательные результаты (ОР)**		
		Знать	**Уметь**	**Владеть**
Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве. (ОК-3)	**Теоретический (знать)** ОР-1 основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки данных, идеи и приёмы математического моделирования	- основные понятия, положения и концепции дискретной математики - основные методы обработки дискретных данных		
	Модельный (уметь) ОР-2 оперировать математическими объектами, используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений		-оперировать основными объектами дискретной математики, применять алгоритмы дискретной математики для решения прикладных задач в профессиональной деятельности;	

	объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания, строить простейшие математические модели (в том числе в предметной области в соответствии с профилем подготовки) и интерпретировать результаты работы с моделью;		-строить и исследовать дискретные математические модели	
	Практический (владеть) ОР-3 понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка) при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.			-Понятийно терминологическим и операционным аппаратом дискретной математики при работе с информацией; -методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов
готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1)	**Теоретический (знать)** ОР-4 нормативно-правовые и концептуальные базы содержания предпрофильного и профильного обучения; сущности и структуры	об истории развития дискретной математики, ее месте в современной математике и ее приложениях		

	образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов			
	Модельный (уметь) ОР-5 осуществлять анализ образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов; определять структуру и содержание образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;		-находить необходимую дополнительную математическую информацию; -составлять конспекты выступлений, презентации, тесты	
	Практический (владеть) ОР-6 методами планирования образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов			методами составления планов занятий, контрольно-измерительных материалов по дисциплинам

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

№ п/п	**РАЗДЕЛЫ (ТЕМЫ) ДИСЦИПЛИНЫ**	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	**Показатели формирования компетенции (ОР)**	
			ОК-3	ПК-1

1.	Рекуррентные соотношения.	ОС-1. Самостоятельная работа ОС-2. Рефераты	*	*
2.	Исчисление сумм.			
3.	Целочисленные функции.	ОС-2. Рефераты		*
4.	Асимптотика			
5	Графы	ОС-2. Рефераты ОС-3. Контрольная работа	*	*
	Итоговая аттестация	ОС-4. Экзамен	*	*

Критерии и шкалы оценивания
ОС-1 Самостоятельная работа

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает теоретические основы теорий рекуррентных соотношений и конечных сумм, умеет их применять к решению практических задач	Теоретический (знать) Модельный (уметь) Практический (владеть)	12

ОС-2 Защита реферата

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Работа с информацией	Теоретический (знать)	4
Содержание высказывания на основе научного мышления, анализа и синтеза	Теоретический (знать)	4
Креативность решения поставленных задач	Модельный (уметь)	4
Всего:		12

ОС – 3 Контрольная работа.

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает теоретические основы теории графов, умеет их применять к решению практических задач	Теоретический (знать) Модельный (уметь) Практический (владеть)	32

ОС-4 Экзамен

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Знает теоретические вопросы программы	Теоретический (знать)	30
Умеет решать практические задачи	Модельный (уметь)	20
Владеет математической символикой на высоком уровне, способен грамотно и доступно излагать математический материал.	Практический (владеть)	14
Всего		64

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:
(см. пункт 6)

ОС-4
Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям.
2. Возвратные последовательности.
3. Способы решения рекуррентных соотношений.
4. Числа Фибоначчи и их свойства. Формула Бине.
5. Конечные суммы. Преобразования сумм. Кратные суммы.
6. Суммы и рекуррентности.
7. Общие методы суммирования.
8. Функция $\lfloor x \rfloor$(пол): определение, применение, рекуррентности.
9. Функция$\lceil x \rceil$(потолок) : определение, применение, рекуррентности.
10. ‘ mod ‘: бинарная операция.
11. Символы $\sim, o,$ O . Основные правила использования этих символов.
12. Асимптотические решения рекуррентных соотношений.
13. Формула суммирования Эйлера.
14. Основные понятия теории графов. Способы задания графов. Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа. Подграф. Операции над графами.
15. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связные графы. Компоненты связности графа, их число. Мосты и точки сочленения. Сильно связный орграф.
16. Метрические характеристики графа.

17. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм Флери. Критерий полуэйлеровости графа. Эйлеровы и полуэйлеровы орграфы.
18. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости графа. Гамильтоновы и полугамильтоновы орграфы.
19. Изоморфные графы. Критерий изоморфности графов.
20. Деревья и их свойства. Число деревьев с пронумерованными вершинами. Код Прюфера. Ориентированные деревья. Вершины максимального типа.
21. Паросочетания, независимые множества и клики.
22. Укладка графа. Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера. Непланарность графов в К5 и К3,3.
23. Раскраска вершин и ребер графа. Основная задача раскраски. Хроматическое число.
24. Двудольные графы. Теорема Кенига.
25. Раскрашивание вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего и промежуточного контроля для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1.	Контрольная работа	Контрольная работа выполняется в письменной форме в течение одного аудиторного занятия и затем проверяется преподавателем.	Текст контрольной
2	Защита реферата	Реферат соответствует теме, выдержана структура реферата, изучено 85-100 % источников, выводы четко сформулированы	Темы рефератов
3	Самостоятельная работа	Выполняется либо во время аудиторного занятия, либо во внеаудиторное время и сдается на ближайшем занятии после получения задания. Оценивается как правильность выполнения самого задания, так и грамотность изложения материала, степень подробности обоснований, владение математической символикой, доступность изложения.	Задания самостоятельных работ представлены в пункте 6
4.	Экзамен	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практическими задачами.	Комплект примерных вопросов

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и лабораторных занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов за занятие	Максимальное количество баллов по дисциплине
1.	Посещение лекций	1	**9**
2.	Посещение практических занятий	1	**15**
3.	Работа на занятии	12	**180**
4.	Контрольная работа	32	**32**
5.	Экзамен	64	**64**
ИТОГО:	3 зачетных единицы		**300**

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы

		Посещение лекций	Посещение Практических занятий	Работа на занятиях	Контрольная работа	Итоговая аттестация	Итоговая сумма баллов
4 семестр	Максимальный балл за занятие	1	1	12	32	Экзамен 64	300
	Суммарное максимальное кол-во баллов	1×9=9	1×15=15	12×15=180	32×1=32		

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка «3» выставляется, если студент набрал более 50 % от максимального количества баллов (151 – 210 баллов)
Оценка «4» выставляется, если студент набрал более 70 % от максимального количества баллов (211 – 270 баллов)
Оценка «5» выставляется, если студент набрал более 90 % от максимального количества баллов (271 – 300 баллов)

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Баврин, И.И. Дискретная математика : учебник и задачник для прикладного бакалавриата / МПГУ. - Москва: Юрайт, 2015. - 208 с.
2. Дискретная математика : учебное пособие. 1 / И.П. Болодурина; Т.М. Отрыванкина; О.С. Арапова; Т.А. Огурцова. - Оренбург : ОГУ, 2016. - 108 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467106
3. Костюкова, Н.И. Комбинаторные алгоритмы для программистов/ Н.И. Костюкова.- М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016- 217 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=429067
4. .Шапорев, С. Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий [Текст] : учеб. пособие для вузов. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2009. - 396 с.

Дополнительная литература

1.Виленкин, Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969.- 329 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=449583

2.Ковалева, Л. Ф. Дискретная математика в задачах : учебное пособие / Л.Ф. Ковалева. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 142 с. Электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93273
3.Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов [Текст] : учеб. пособие для вузов, обуч. по [спец.], "Информатика и вычислительная техника". - Санкт-Петербург : Питер, 2002. - 301 с.
4.Окулов, С.М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике [Текст] : учеб. пособие [для вузов]. - Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 422 с.
5.Палий, И. Б. Дискретная математика. Курс лекций [Текст] : учеб. пособие [для вузов]. - Москва : Эксмо, 2008. - 349 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Порядок расположения тем в курсе лекций и практических занятий не случаен, поскольку каждая последующая тема основана на понимании некоторых сведений из предыдущих тем. Аналогичная зависимость существует и в порядке изложения внутри каждой темы. Именно поэтому темы курса следует изучать строго в той последовательности, в какой они приведены в рабочей учебной программе.

При изучении каждой темы следует

– внимательно прочитать текст лекции (раздела);

– разобрать приведенные в лекции примеры решения задач;

– доказать все утверждения с пометкой «доказать самостоятельно», если это не удаётся обратиться к литературе или к преподавателю на следующем занятии.

– постараться воспроизвести основные определения и формулировки теорем (предложений, свойств), которые встречаются в лекции, в письменной форме, не заглядывая в лекционный материал. Следует помнить, что объём одновременно запоминаемого материала у каждого человека различен, но его можно существенно нарастить путём регулярных тренировок. Поэтому, если не удастся сразу воспроизвести весь требуемый материал, то следует разбить его на доступные части – это может быть одно определение, или даже несколько первых слов в определении, затем воспроизвести выученный отрезок, затем выучить следующий отрезок и воспроизвести его, а затем оба сразу и т.д. На каждом следующем шаге доступный для запоминания отрезок можно

удлинять, но в конечном итоге нужно добиться воспроизведения всего материала (не правильно выучить первое определение, а затем более к нему не возвращаться; нужно выучивать каждое следующее определение, а затем повторять все предыдущие). Кроме того важно знать – понимание запоминаемого материала, его логическое осмысление в десятки раз увеличивает скорость запоминания.

– сравнить полученные результаты с лекционным материалом, в случае возникновения расхождений проанализировать их (в чём состоят ошибки, какие примеры могли бы подойти под ошибочное определение, но не подходят под настоящее, какие объекты пришлось бы исключить, если бы было принято ошибочное определение, к каким последствиям могла бы привести неправильно сформулированная теорема и т.п.; особое внимание следует обращать на порядок следования кванторов, слова «необходимо», «достаточно», «тогда и только тогда»), ещё раз (а возможно и несколько раз) правильно воспроизвести определение или теорему, в которых были допущены ошибки.

– решить практические задания (домашнее задание).

Изучение каждой темы завершается выполнением соответствующего задания из контрольной работы.

При последовательном и добросовестном изучении курса, своевременном и самостоятельном выполнении контрольных работ, зачет выставляется автоматически по итогам изучения курса. При изучении разделов дисциплины, предусмотренных для самостоятельного изучения, а также разделов пропущенных по уважительным причинам, вначале нужно ознакомиться с программой дисциплины по данному разделу. Руководствуясь программой, необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составлять краткий конспект материала по основным положениям, вынесенным в программу.

Для проверки знаний после изучения каждой темы рекомендуется ответить на вопросы для самопроверки, имея в виду, что они не исчерпывают всего программного материала. После усвоения учебного материала дисциплины выполняется контрольное задание.

Планы лабораторных (практических) занятий

Практическое занятие 1. **Рекуррентные соотношения. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям.**

Вопросы к занятию:

1. Рекуррентное соотношение порядка k.
2. Общее и частное решения рекуррентного соотношения.
3. Рекуррентный метод.

1. Задача Фибоначчи (1202 г.)

Пара кроликов приносит раз в месяц приплод из двух крольчат (самки и самца), причем новорожденные крольчата через два месяца после рождения уже приносят приплод. Сколько кроликов появится через год, если в начале года была одна пара кроликов?

2. **Задача о Ханойской башне** *(головоломку под названием «ханойская башня» придумал французский математик Эдуард Люка в 1883 г.)*

Башня представляет собой восемь дисков, нанизанных в порядке уменьшения размеров на один из трех колышков. Задача состоит в том, чтобы переместить всю башню на один из других колышков, перенося каждый раз только один диск и не помещая больший диск на меньший. Требуется определить наименьшее число перекладываний, удовлетворяющих правилу.

3. **Задача о разрезании пиццы (***впервые задача была решена в 1826 г. Швейцарским математиком Яковом Штейнером).*

Сколько кусков пиццы можно получить, делая n прямолинейных разрезов ножом? Или: каково максимальное число областей, на которые плоскость делится n прямыми?

4. Задача Иосифа Флавия (*Иосиф Флавий – известный историк первого века*).

По легенде Иосиф выжил благодаря своей математической одаренности. В составе отряда из

41 иудейского воина он был загнан римлянами в пещеру. Предпочитая самоубийство плену, воины выстроились в круг и решили последовательно убивать каждого третьего, пока в живых не останется ни одного человека. Иосиф, наряду с одним из своих единомышленников посчитал такой конец бессмысленным и вычислил безопасные места в порочном круге для себя и своего товарища. Определить эти номера.

Практическое занятие 2. **Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.**

Вопросы к занятию:

1. Возвратная последовательность.
2. Линейное однородное рекуррентное соотношение с постоянными коэффициентами.
3. Характеристический многочлен возвратной последовательности.
4. Теоремы о нахождении общего решения линейного однородного рекуррентного соотношения.

Задачи № 2.13.8, 2.13.9, 2.13.10, 2.13.12 [5].

Практическое занятие 3. **Нелинейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.**

Вопросы к занятию:

1. Нелинейное однородное рекуррентное соотношение с постоянными коэффициентами
2. Теорема о нахождении общего решения нелинейного однородного рекуррентного соотношения.
3. Теорема о нахождении частного решения нелинейного однородного рекуррентного соотношения.

Задача: Решить неоднородные линейные рекуррентные соотношения:

а) $a_{n+1} - a_n = n, \quad a_1 = 1;$

б) $a_{n+1} + 2a_n = n+1, \quad a_0 = 1;$

в) $a_{n+2} + a_{n+1} - 2a_n = n, \quad a_1 = 1, a_2 = -2;$

г) $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = -4, \quad a_0 = 1, a_1 = -7;$

д) $a_{n+2} + 4a_{n+1} + 4a_n = n^2 - 3n + 1, \quad a_1 = 0, a_2 = -1;$

е) $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 3^n, \quad a_0 = 5, a_1 = 7;$

ж) $a_{n+2} - 2a_{n+1} + 2a_n = 2^n, \quad a_0 = 1, a_1 = 2;$

з) $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 2^n, \quad a_0 = 1, a_1 = 2;$

и) $a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{1}{4}a_n + 2^{-n}, a_0 = 1, a_1 = \frac{3}{2}.$;

к) $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = 27 \cdot 5^n, \quad a_1 = -9, \quad a_2 = 45;$

Практическое занятие 4 **Числа Фибоначчи и их свойства.**

Вопросы к занятию:

1. Последовательность чисел Фибоначчи.
2. Формула Бине.
3. Основные свойства чисел Фибоначчи.

Задачи

1. Дана последовательность чисел Фибоначчи $\{u_n\}$. Доказать:

а) Для любых m и n имеем

$$u_{n+m} = u_{n-1}u_m + u_n u_{m+1}.$$

б) Для любых m и $n = km$ число u_n делится на u_m.

в) Два соседних члена ряда Фибоначчи взаимно просты.

2. Найти наибольший общий делитель 1000-го и 770-го членов последовательности Фибоначчи.

3. Найдется ли среди 100 000 001 первых членов последовательности Фибоначчи число, оканчивающееся четырьмя нулями?

4. В последовательности Фибоначчи выбрано 8 подряд идущих чисел. Доказать, что их сумма не входит в этот ряд.

5. Дана последовательность чисел Фибоначчи $\{u_n\}$. Доказать, что

а) $u_2 + u_4 + \ldots + u_{2n} = u_{2n+1} - 1$,

б) $u_1 + u_3 + \ldots + u_{2n-1} = u_{2n}$,

в) $u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2 = u_n u_{n+1}$,

г) $u_{n+1}^2 = u_n u_{n-2} + (-1)^n$,

д) $u_1 u_2 + u_2 u_3 + \ldots + u_{2n-1} u_{2n} = u_{2n}^2$,

е) $u_1 u_2 + u_2 u_3 + \ldots + u_{2n} u_{2n+1} = u_{2n+1}^2 - 1$,

ж) $nu_1 + (n-1)\,u_2 + (n-2)\,u_3 + \ldots + 2u_{n-1} + u_n = u_{n+4} - (n+3)$,

з) $u_3 + u_6 + \ldots + u_{3n} = \dfrac{u_{3n+2} - 1}{2}$,

и) $u_{3n} = u_{n+1}^3 + u_n^3 - u_{n-1}^3$.

к) $\dfrac{1}{10}(u_{n+60} - u_n)$ есть число целое,

л) число цифр u_n больше $\dfrac{n-2}{5}$,

м) $u_1^3 + u_2^3 + \ldots + u_n^3 = \dfrac{1}{10}(u_{3n+2} + (-1)^{n-1} \cdot 6u_{n-1} + 5)$.

6. Докажите, что любое натуральное число N можно представить в виде суммы чисел Фибоначчи, причем каждое число входит в сумму не более одного раза, и никакие два соседних числа не входят вместе.

Практическое занятие 5. **Конечные суммы. Некоторые методы суммирования.**

Вопросы к занятию:

1. Конечная сумма. Способы ее обозначения.
2. Правила преобразования сумм.
3. Простейшие методы суммирования.
4. Метод приведения.

Задачи.

1.Вычислить суммы

1. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$. 2. $\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^2-1}$.

3. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$. 4. $\sum_{k=1}^{n} \frac{4k+1}{k(k+1)(4k^2-1)}$.

5. $\sum_{k=1}^{n} \frac{k-1}{k!}$. 6. $\sum_{k=1}^{n} k \cdot k!$.

1. $\sum_{k=m}^{n} 1$. 2. $\sum_{k=2}^{n} (2^k+3)$.

3. $\sum_{k=1}^{10} \frac{2^k-1}{2^{k-1}}$. 4. $\sum_{k=m}^{n} (2^k+k)$.

5. $\sum_{k=1}^{n} k(2k-1)$. 6. $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)$.

Практическое занятие 6. **Суммы и рекуррентности.**

Вопросы к занятию:

1. Связь конечной суммы с рекуррентным соотношением.
2. Вычисление конечной суммы методом рекуррентных соотношений.

Задачи.

1. Вычислить суммы.

1. $\sum_{k=m}^{n} 1$. 2. $\sum_{k=2}^{n} (2^k+3)$.

3. $\sum_{k=1}^{10} \frac{2^k-1}{2^{k-1}}$. 4. $\sum_{k=m}^{n} (2^k+k)$.

5. $\sum_{k=1}^{n} k(2k-1)$. 6. $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)$.

2. 13.7 [5].

Практическое занятие 7. **Самостоятельная работа (ОС-1). Защита рефератов (ОС-2)**

Практическое занятие 8. **Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфные графы.**

Вопросы к занятию:

1. Граф. Вершины и ребра графа, отношение инцидентности между ними.
2. Неориентированное ребро, ориентированное ребро, кратные ребра. Смежные ребра, смежные вершины.
3. Основные виды графов.
4. Способы задания графов.
5. Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа.
6. Изоморфные графы.

Задачи № 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 [11].

Практическое занятие 9. **Связные графы. Операции над графами. Метрические характеристики графа.**

Вопросы к занятию:

1. Маршрут, цепь, простая цепь. Циклический маршрут, цикл, простой цикл. Путь, контур.
2. Связные вершины. Связный граф. Компоненты связности графа.
3. Длина маршрута. Расстояние между вершинами. Эксцентриситет вершины.
4. Радиус и диаметр графа. Центральные и периферийные вершины.

Задачи № 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10 [11].

Практическое занятие 10. **Эйлеровы и гамильтоновы графы.**

Вопросы к занятию:

1. Эйлеров цикл, эйлерова цепь.
2. Эйлеров граф, полуэйлеров граф.
3. Критерий эйлеровости графа.
4. Критерий полуэйлеровости графа.
5. Гамильтонов цикл, гамильтонова цепь.
6. Гамильтонов граф, полугамильтонов граф.
7. Достаточные условия гамильтоновости графа.

Задачи № 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 [11].

Практическое занятие 11. **Деревья.**

Вопросы к занятию:

1. Дерево, лес. Свойства деревьев.
2. Вершина максимального типа дерева.
3. Число деревьев с пронумерованными вершинами. Код Пруфера.
4. Ориентированное дерево. Корень, лист, ветвь, уровень, высота ориентированного дерева.
5. Бинарное дерево.

Задачи № 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 [10].

Практическое занятие 12. **Планарные графы.**

Вопросы к занятию:

1. Граф, уложенный на поверхность.
2. Планарный граф, плоский граф.
3. Граница, грань плоского графа.
4. Теорема Эйлера, следствия из нее.
5. Критерий планарности графа.

Задачи № 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 [11].

Практическое занятие 13. **Раскраска графа.**

Вопросы к занятию:

1. Раскраска плоского графа
2. Правильная раскраска.
3. Хроматическое число,

4. k - хроматический граф, бихроматический граф.
5. Теорема о пяти красках. Гипотеза четырех красок.

Задачи № 6.1, 6.2 [11].

Практическое занятие 14. **Контрольная работа (ОС-3)**

Практическое занятие 15. **Защита рефератов (ОС-2)**

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №1110 от 15.12.2014 г., действующая лицензия.
* Операционная система WindowsPro 7 RUS Upgrd OLP NL Acdmc, Open License: 47357816, договор №17-10-оаэ ГК от 29.10.2010 г., действующая лицензия.
* Офисный пакет программ Microsoft Office Standard 2010 OLP NL Academic, OpenLicense: 60696830, договор №200712-1Ф от 20.07.2012 г., действующая лицензия.
* Программа для просмотра файлов формата Dj Vu Win Dj View, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
* Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	**Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы**	**Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа**
Аудитория № 105	Посадочные места - 100 Мультимедийный комплекс для аудитории в составе: Компьютер, проектор, акустическая система, интерактивный проектор. Ин. №ВА0000005238. Комплект аудиторной мебели – 1 шт. Стол преподавателя – 1 шт. Витрина – 3 шт. Трибуна – 1 шт. Тумба стекляная – 1 шт. Сплит-система – 1 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 03681000138130000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc,

	Жалюзи – 3 шт. Доска магнитно-маркерная – 1 шт. Доска учебная одностворчатая – 1 шт.	договор 03681000138130000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
Аудитория № 417	Посадочные места – 50 Преподавательский стол – 1 шт. Столы ученические двуместные – 14шт. Столы ученические трехместные – 8 шт. Тумба под компьютер – 1шт. Встроенные шкафы – 2 шт. Стулья – 50 шт. Мультимедийный класс в составе: интерактивная система SMART Boaro SB 685. Ноутбук HP Pavilion g6-2364. Ин. номе BA0000005863. Доска – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Стул из кожи черный – 1 шт	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 03681000138130000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 03681000138130000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

Для самостоятельной работы студентов:

Читальный зал, электронная библиотека	Ноутбук Lenovo IdeaPad B590 Intel Pentium Dual-Core B960 2.2Ггц 4G/500G/DVD-RW15.6*/Windows 7 Home -7шт; Ноутбук 15,6 ACER Packard Bell EasyNote ENTE11HC-B9604G50MNKS-8шт; Стол-18 шт; Стол преподавателя-1шт; Библиотечная кафедра-1шт; Книжный стеллаж-1шт; Шкаф-стеллаж комбинированный -5шт; Стул Джуно-52шт;

	Стойка для рекламных материалов напольная сетчатая на 9 лотков-3шт; Тюль -8шт; Шторы кричневые-15шт; Шкаф пожарный ШПК-002-1шт; Колонны-15шт; Арк.стекло-24шт.
Медиацентр	73 моноблока, соединённых локальной компьютерной сетью; Беспроводная сеть Wi-Fi; Стационарный проектор-1шт; Экран-1шт; ЖК-монитор-5шт; ЖК-панели-2шт; Система видеоконференцсвязи – PolycomHDX6000HD-1шт; Акустическая система-1шт; Вокальная аудиосистема и акустические колонки-1комплект; Секционные столы-18шт; Трибуна -1шт; Огнетушитель -2шт; Кондиционер -2шт; Пожарный шкаф ПК-6, -1шт; Стул Джуно -75шт; Стойка для книг-3 шт; Стол преподавательский -1шт; Карниз-6 шт; Шторы сиреневые -12 шт; Тюль-6 шт; Арк.стекло-18 шт; Колонны-4шт; Часы настенные-1шт.