Министерство просвещения Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова» (ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической

работе

С.Н. Титов

«_25_» __июня___ 2021 г.

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Программа учебной дисциплины модуля Специальные разделы предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

> направленность (профиль) образовательной программы <u>Физика. Математика.</u>

> > (очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В., доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физикоматематического и технологического образования, протокол от 21 июня 2021г. № 7_

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Числовые системы» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования — программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Физика. Математика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Алгебра с элементами теории чисел, Математический анализ, Математическая логика, Дифференциальные уравнения, Динамические системы, Предметный практикум по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения прохождения практик: Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №2 и для прохождения государственной итоговой аттестации.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: систематизация знаний студентов о различных числовых системах и их свойствах, начиная с натуральных чисел и заканчивая алгебрами кватернионов.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить строгие абстрактно-логические доказательства (в частности доказательства методом математической индукции, которому отводится существенная роль в данном курсе), а также умений решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и	Образовательные результаты дисциплины				
индикаторы ее	(этапы формирования дисциплины)				
достижения в	знает	умеет	владеет		
дисциплине					
ПК-12 - Способен					
выделять					
структурные					
элементы, входящие					
в систему познания					
предметной области					
(в соответствии с					
профилем и уровнем					
обучения),					
анализировать их в					
единстве					
содержания, формы					
и выполняемых					
функций.					
ПК-12.1. Знает	OP-1.	OP-2			
формулировки	Основные понятия	Решать задачи по			
определений,	дисциплины,	дисциплине,			
содержательное	определения,	проводить			

значение терминов и	содержательное	доказательства,	
понятий предметной	значение терминов и	классифицировать и	
области, правила и	их взаимосвязь,	систематизировать	
алгоритмы	алгоритмы	основные изучаемые	
оперирования с	доказательств и	объекты, строить	
объектами	решения задач	логически верные	
предметной области,	1	рассуждения	
понимает			
взаимосвязь между			
структурными			
элементами; имеет			
представление о			
функциях и			
практическом			
применении			
изучаемых объектов.			
ПК-12.2. Умеет			
выделять и			
анализировать			
структурные			
элементы, входящие			
в систему познания			
предметной области;			
определять			
логическую			
взаимосвязь между			
компонентами			
предметной области;			
строить логически			
верные и			
обоснованные			
рассуждения; решать			
задачи предметной			
области.			
oosiaern.			
ПК 14 Стазабах			
ПК-14. Способен			
устанавливать			
содержательные,			
методологические и			
мировоззренческие			
связи предметной			
области (в			
соответствии с			
профилем и уровнем			
обучения) со			
смежными			
научными областями	ОР-3. возможности	OP-A nerrory portory	
ИПК-14.1. Знает		ОР-4. решать задачи	
роль и возможности	применения	школьного курса	
применения	полученных	математики	
аппарата предметной	сведений к решению	повышенной	
области в смежных	задач школьного	сложности, решать и	
научных областях,	курса математики, а	составлять	
их методологическое	также в смежных	прикладные задачи	

и мировоззренческое	научных областях	по дисциплине	
значение; имеет			
представление о			
междисциплинарных			
связях, научных			
методах смежных			
областей			
ИПК-14.2. Умеет			
определять роль			
полученных знаний			
для смежных			
областей и для			
школьного курса,			
применять			
полученные знания в			
решении			
прикладных задач.			

1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

		Учебные занятия					
р семестра	Трактические занятия, час Самостоят. работа, час работа, час					Форма омежуточной аттестации	
Номер	Труд Зач. ед.	цоемк.	Лекции	Практиче	Лабораторные занятия, час	Самостоят работа, час	Фор промежу аттест
5	2 72 12 20 - 40				зачет		
Итого:	2	72	12	20	-	40	

2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1 .Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

	Количество часов по формам организации обучения			
Наименование раздела и тем	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель- ная работа
5 семестр				

Аксиоматическая теория натуральных	6	-	10	10
чисел				
Целые и рациональные числа	4	-	6	15
Система действительных чисел	2	-	4	15
Всего по дисциплине:	12	-	20	40

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Аксиоматическая теория натуральных чисел

Аксиоматический метод в математике. Формулировка аксиоматической теории натуральных чисел. Метод математической индукции. Независимость аксиомы индукции и её роль в арифметике. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Изоморфизмы алгебраических структур. Сложение и умножение натуральных чисел. Свойства. Сравнение натуральных чисел. Теорема о наименьшем элементе. Системы счисления. Интерактивная форма: Дискуссия

2. Целые и рациональные числа

Аксиоматическая теория целых чисел. Свойства целых чисел, непротиворечивость, категоричность аксиоматической теории. Упорядоченные множества и системы. Упорядоченность кольца целых чисел. Аксиоматическая теория рациональных чисел. Первичные термины и аксиомы. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Преобразования периодических дробей. Интерактивная форма: Дискуссия

3. Система действительных чисел

Последовательности в нормированных полях. Аксиоматическая теория действительных чисел. Действительное число как предел последовательности рациональных чисел. Существование корня натуральной степени из положительного действительного числа. Интерактивная форма: подготовка тестов по микрогруппам.

4. Комплексные числа. Дальнейшие расширения понятия числа Аксиоматическая теория комплексных чисел. Невозможность линейного упорядочения кольца комплексных чисел. Общие сведения о кватернионах и гиперкомплексных числах. Интерактивная форма: подготовка проектов по микрогруппам

3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение осуществляемую прямой преподавателя. конкретного результата, без помощи Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия,

требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестов, контрольных и самостоятельных работ.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий

Самостоятельная работа № 1

Примерный вариант . Выяснить, удовлетворяет ли множество N с заданным на нем отношением «следовать за» аксиомам из определения натуральных чисел (аксиомам Пеано); определить, какие аксиомы выполнены, а какие – нет.

$$N = \{1, 2, 3\}, 1' = 3, 2' = 3, 3' = 2.$$

Контрольная работа

Примерный вариант:

- 1. Доказать коммутативный закон сложения натуральных чисел.
- 2. Доказать двумя разными способами, что при любом натуральном n выражение n^7 n делится на 42

Самостоятельная работа № 2

- 1. Доказать рациональность $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$
- 2. Доказать иррациональность $\cos 20^{\circ}$

Групповое интерактивное задание.

Студенты разбиваются на микрогруппы по 4 человека и готовят доклад с презентацией о применении гиперкомплексных чисел в компьютерной графике. Далее осуществляется выступление с защитой проекта

Составление тестов в микрогруппах.

Составление теста по одному из разделов алгебры

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека. При помощи системы Moodle (http://do.ulspu.ru), либо любой другой программы по выбору студентов составляются 8 тестовых заданий по одному из разделов курса

Варианты:

- 1. Метод математической индукции
- 2. Натуральные числа и их свойства
- 3. Целые числа и их свойства
- 4. Рациональные числа и их свойства
- 5. Действительные числа и их свойства
- 6. Комплексные числа и их свойства
- 7. Гиперкомплексные числа
- 8. Системы счисления
- 9. Перевод периодических дробей в обыкновенные

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Глухова Н.В. Числовые системы: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 050100.62 «Педагогическое образование» Профиль: Математика. – Ульяновск, УлГПУ, 2014. - 82 с.

4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя	Образовательные		
11/11	формирования компетенции	результаты дисциплины		
	Оценочные средства для текущей аттестации	ОР-1. Знает оновные понятия		
	ОС-1 Самостоятельная работа № 1	дисциплины, определения,		
	ОС-2 Самостоятельная работа № 2	содержательное значение		
	ОС-3 Контрольная работа	терминов и их взаимосвязь,		
	ОС-4 Выступление по результатам	алгоритмы доказательств и		
	группового интерактивного задания	решения задач		
	ОС-5. Составление тестов	ОР-2. Решает задачи по		
	Оценочные средства для промежуточной	дисциплине, проводить		
	аттестации	доказательства, классифицировать		
	зачет (экзамен)	и систематизировать основные		
	ОС-6 Экзамен в форме устного собеседования	изучаемые объекты, строить		
		логически верные рассуждения		
		ОР-3. знает возможности		
		применения полученных сведений		
		к решению задач школьного курса		
		математики, а также в смежных		
		научных областях		
		ОР-4. умеет решать задачи		
		школьного курса математики		

	повышенной сложности, решать и
	составлять прикладные задачи по
	дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

OC-6 Экзамен в форме устного собеседования Примерные вопросы к экзамену

- 1. Аксиоматические теории. Основные требования, предъявляемые к аксиоматическим теориям и методы их проверки.
- 2. Аксиоматическое определение натуральных чисел.
- 3. Непротиворечивость и независимость системы аксиом Пеано.
- 4. Определение сложения натуральных чисел.
- 5. Ассоциативный закон сложения натуральных чисел. Коммутативный закон сложения натуральных чисел.
- 6. Определение умножения натуральных чисел.
- 7. Дистрибутивный закон для натуральных чисел. Коммутативный закон умножения натуральных чисел.
- 8. Ассоциативный закон умножения натуральных чисел. Другие свойства умножения.
- 9. Неравенства на множестве натуральных чисел.
- 10. Теорема о наименьшем элементе для натуральных чисел.
- 11. Эквивалентность аксиомы о наименьшем элементе и аксиомы индукции.
- 12. Метод математической индукции. Принципы обобщённой и усиленной математической индукции.
- 13. Различные определения кольца целых чисел, их эквивалентность.
- 14. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
- 15. Вычисления в модели целых чисел.
- 16. Свойства операций над целыми числами.
- 17. Расположенные кольца и их общие свойства.
- 18. Расположенность кольца целых чисел.
- 19. Определения поля рациональных чисел. Основные операции над рациональными числами.
- 20. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
- 21. Вычисления в модели рациональных чисел.
- 22. Основные свойства рациональных чисел.
- 23. Фундаментальные последовательности и их основные свойства. Аксиоматическое определение поля действительных чисел.
- 24. Аксиоматическая теория комплексных чисел. Теорема о том, что поле комплексных чисел не является расположенным.

Примерные практические задания к экзамену

- 2. Решить в целых числах уравнение: $2x^2 11xy + 12y^2 = 17$
- 3. Доказать для всех натуральных чисел

$$\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(n+3)(n+4)} = \frac{n}{4 \cdot (n+4)}$$

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
9	Разбалловка по видам работ	6 x 1=6 баллов	10 x 1=10 баллов	152 балла	32 балла
семестр	Суммарный	6 баллов	16 баллов	168 балла	200 баллов
	макс. балл	max	max	max	max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции — одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий Планы лабораторных (практических) занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Метод математической индукции

Доказать равенства для любого натурального n:

a)
$$1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$
;

B)
$$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$$

6)
$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
; Γ) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n+1) = (n+1)^2$

r)
$$1 + 3 + 5 + ... + (2n + 1) = (n + 1)^2$$

Докажите, что для любого натурального п

- а) $n^3 n$ делится на 3. б) $n^7 n$ делится на 7 в) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7 г) $2^{2n+1} \cdot 3^{n+3} + 1$ делится на 11

ЗАНЯТИЕ № 2. Модели натуральных чисел

Задания для решения:

Выяснить, какие из перечисленных систем удовлетворяют аксиомам Пеано (являются моделями множества натуральных чисел), определить, какие аксиомы выполнены, а какие – нет.

a)
$$\{3, 4, 5 \dots\}; n' = n + 1$$

6)
$$\{n \ge a, n \in \mathbb{N}\}; n' = n + 1$$

а)
$$\{3,4,5\ldots\};$$
 $n'=n+1$ б) $\{n\geq a,n\in \mathbf{N}\};$ $n'=n+1$ в) $\{n\geq -2,n\in \mathbf{N}\};$ $n'=n+2$ или $n'=n+1$ г) нечётные числа, $n'=n+1$

д)
$$\{1, 2, 3, 4, 5\}$$
; $1' = 2, 2' = 3, 3' = 4, 4' = 5, 5' = 1,$

д)
$$\{1, 2, 3, 4, 5\}; \Gamma = 2, 2 = 3, 3 = 4, 2$$

e) Целые числа, $n' = \begin{cases} -n, & n > 0 \\ -n + 1, & n \le 0 \end{cases}$

ж) Натуральные числа с отношением
$$n' = n + 2$$

$$3$$
} $\{1, 2, 3\}$. Следовать за: $1' = 3, 2' = 3, 3' = 2$.

и)
$$\{1, 2, 3\}$$
. Следовать за: $1' = 2, 2' = 3, 3' = 1$.

к) Натуральные числа, кратные 3 с отношением
$$n' = n + 3$$

л) Чётные натуральные числа с отношением
$$n' = n + 2$$

ЗАНЯТИЕ № 3. Сложение натуральных чисел

Доказательство свойств сложения.

Задания для решения:

Сложить на основании определения сложения натуральных чисел 5 + 3. Выполнить то же действие в представленных ниже моделях натуральных чисел, если такие числа есть.

Если таких чисел нет, то сложить пятый и третий элемент модели

a)
$$\{3, 4, 5 \dots\}; n' = n + 1$$

6)
$$\{n \ge -2, n \in \mathbb{N}\}; n' = n+1$$

в) нечётные положительные числа,
$$n' = n + 2$$

г) Целые числа,
$$n' = \begin{cases} -n, & n > 0 \\ -n+1, & n \leq 0 \end{cases}$$

- д) Натуральные числа, кратные 3 с отношением n' = n + 3
- е) Чётные натуральные числа с отношением n' = n + 2

ЗАНЯТИЕ №4. Свойства натуральных чисел

Задания для решения:

1. Докажите следующие свойства

a)
$$1.2 + 2.3 + ... + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$
;

6)
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$
;

B)
$$\frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$$
.

- 3. Доказать свойства:
- а) Для любых натуральных чисел разность (a + b)— b существует и равна а;
- б) Если разность b c существует, то

$$a + (b - c) = (a + b) - c;$$

в) Если
$$a > b > c$$
, то

$$a - (b - c) = (a - b) + c;$$

 Γ) Если разность a - (b + c) существует, то

$$a - (b + c) = (a - b) - c$$
.

ЗАНЯТИЕ № 5. Сравнение натуральных чисел

- 1. Докажите антирефлексивность и транзитивность отношения «больше» на множестве натуральных чисел.
 - 2. Докажите неравенства для всех натуральных п

a)
$$5^n > 7n - 3$$
;

б)
$$2^{n+2} > 2n + 5$$
;
в) $2^{n+2} > n^2 + 2$;

B)
$$2^{n+2} > n^2 + 2$$

$$\Gamma$$
) $2^{n} > n$;

д)
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1.$$

3. Докажите свойства:

1)
$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$
.

2)
$$(a^n)^m = a^{nm}$$
.

3)
$$a^{n} \cdot b^{n} = (ab)^{n}$$
.

Задания для самостоятельного решения:

Доказать неравенство для всех натуральных чисел, больших данного п.

а)
$$3^n > 2^n + n$$
 при $n > 1$

в)
$$2^{n-1} \ge n(n+1)$$
 при $n > 6$ г) $n^2 < 2^n$ при $n > 4$

б)
$$2^n > n^2 + n + 2$$
 при $n > 5$

г)
$$n^2 < 2^n$$
 при $n > 4$

ЗАНЯТИЕ №6. Целые числа

Задания для самостоятельного решения:

1. Указать пары натуральных чисел эквивалентные между собой

a) <7, 5>	1) <5, 7>
б) <2, 3>	2) <1, 10>
B) <10, 10>	3) <5, 4>
r) <6, 2>	4) <15, 5>
	5) <1, 5>
	6) <9, 9>

Указать пары противоположные данным.

2. Вычислить

a)
$$[<1, 5>] + [<3, 2>]$$

$$6$$
)[<3, 8>] + [<4, 7>]

B)
$$[<7, 4>] - [<8, 3>]$$

$$\Gamma$$
) [<1, 5>] – [<3, 2>]

д)
$$[<1,5>] \cdot [<2,2>]$$

e)
$$[<2, 10>] \cdot [<10, 2>]$$

ЗАНЯТИЕ №7. Решение уравнений в целых числах

Задания для самостоятельного решения:

Решить в целых числах уравнения:

a)
$$y^2 - 2xy - 2x = 6$$

6)
$$2x^2 - 11xy - 12y^2 = 17$$

r) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$

B)
$$35xy + 5x - 7y = 1$$

$$(x^2 - 3xy + 2y^2) = 3$$

$$(3)\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} = 1$$

e)
$$xy + 3x - 5y + 3 = 0$$

ЗАНЯТИЕ №8. Контрольная работа

ЗАНЯТИЕ №9. Рациональные числа

Задания для самостоятельного решения:

1. Доказать, что число рационально

a)
$$\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}$$

B)
$$\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$$

6)
$$\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$$

$$\Gamma$$
) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+2\sqrt{6}$

д)
$$\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$$

e)
$$(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}) \cdot \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$$

ЗАНЯТИЕ №10. Действительные числа. Дальнейшие расширения

Задания для самостоятельного решения:

- 1. Доказать, что число иррационально:
- а) $\sqrt{2}$, б) $\sqrt[3]{7} + \sqrt{5}$; в) $\cos 10^{\circ}$; г) $\log_7 6$; д) $\operatorname{tg} 5^{\circ}$
- 2. (д/з)
- а) $\sqrt{3}$, б) $\sqrt{4+\sqrt{5}}$; в) $\cos 20^{\circ}$; г) $\log_2 3$; д) $\cot 10^{\circ}$
- 2. Дан кватернион q = 2 + 3i 5j + k. Найти:
- a) $q + \bar{q}$;
- б) $q \bar{q}$;
- B) $\mathbf{q} \cdot \overline{\mathbf{q}}$.
- 2. Найти обратный кватернион к кватерниону q = 1 + i + k.
- 3. Найти левые и правые частные от деления кватерниона j + 2k на кватернион 1 + i + k.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

- 1. <u>Смолин Ю.Н.</u> Числовые системы. М.: <u>Флинта</u>, 2009. 112 с («университетская библиотека онлайн» http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=54576).
- 2. Глухова Н.В. Числовые системы: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 050100.62 «Педагогическое образование» Профиль: Математика. Ульяновск, УлГПУ, 2014. 82 с. (библиотека УлГПУ)
- 3. Ларин С.В. Числовые системы. М.: Академия, 2001. 160 с. (библиотека УлГПУ)

Дополнительная литература

- 1. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. 3-е изд. М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. 544 с. (http://znanium.com/bookread2.php?book=397662)
- 2. Минаев В. А. Простые числа: новый взгляд на закономерности формирования <u>- М.:</u>

 <u>Логос, 2011 79 с. (электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=119456</u>)
- 3. <u>Шевалдина О. Я.</u>, <u>Стрелкова Е. В.</u> Начала математического анализа: учебное пособие. Издательство Уральского университета, 2014. 100 с. (http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=276483)
- 4. Глухова Н.В. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры. Учебнометодическое пособие. Ульяновск: УлГПУ, 2009. 50 с (библиотека УлГПУ).

Интернет-ресурсы