Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

# ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Программа учебной дисциплины
модуля Специальные разделы предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Информатика

(очная форма обучения)

Составитель: Макеева О.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от « 21 » июня 2021 г. № 7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

## Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» входит в модуль Специальные разделы предметной области части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин «Введение в математический анализ», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной», «Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных», «Геометрия», «Основы математической обработки информации».

Результаты изучения дисциплины являются необходимыми для изучения дисциплины «Теория и методика обучения математике» и прохождения практик: Производственная (педагогическая) преподавательская практика по математике 1 и Производственная (педагогическая) преподавательская практика по математике 2.

## 1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

**Целью** освоения дисциплины «Теория функций действительного переменного» является подготовка бакалавра к работе учителем математики и информатики в общеобразовательной школе. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике и информатике на различных ступенях общеобразовательной школы.

**Задачей** освоения дисциплины является введение студентов в систему базовых понятий, структур, методов математического анализа в широком смысле в его современной форме, формирование умения работать с математическими объектами высокого уровня абстракции, развитие соответствующего типа мышления; формирование общей точки зрения на фундаментальные понятия математического анализа, такие как предел, непрерывность, производная, а также общематематических идей пространства, расстояния, преобразования пространства, неподвижной точки преобразования и др. При этом предполагается широкое использование геометрического языка и геометрической интуиции при исследовании аналитических объектов, таких как последовательности и функции, что должно способствовать осознанию единства математики.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Теория вероятностей и основы математической статистики» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

| Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине | Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины) | | |
|---|---|---|---|
| | знает | умеет | владеет |
| ПК-12 Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания | ОР-1. Знает определения основных понятий теории множеств, теории метрических, | ОР-2. Умеет иллюстрировать основные положения теории примерами важнейших числовых | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций.<br>ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов.<br>ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области. | банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега<br><br>ОР-3. Знает формулировки важнейших результатов теории метрических, банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега | множеств и соответствующих пространств, пространств векторов, последовательностей, функций<br><br>ОР-4. Умеет воспроизводить доказательства некоторых базовых теорем теории множеств, теории функций, функционального анализа и самостоятельно доказывать простые утверждения этих разделов на основе определений | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ПК-14<br>Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями.<br>ПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей<br>ПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач. | ОР-5. Знает связь понятий и теорем теории метрических, банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега с понятиями и теоремами классического анализа, алгебры, геометрии<br><br>ОР-7. Знает о прикладном значении положений теории функций действительной переменной и функционального анализа | ОР-6. Умеет применять некоторые результаты функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики<br><br>ОР-8. Умеет применять некоторые результаты теории функций действительной переменной и функционального анализа для решения прикладных задач | |

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

| Номер семестра | Учебные занятия | | | | | | Форма промежуточной аттестации |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Всего | | Лекции, час | Практические занятия, час | Лабораторные занятия, час | Самостоят. работа, час | |
| | Трудоемк. | | | | | | |
| | Зач. ед. | Часы | | | | | |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 108 | 18 | 30 | - | 33 | экзамен (27) |
| Итого: | 3 | 108 | 18 | 30 | - | 33 | |

## 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### *3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий*

| № п/п | Наименование раздела и тем | Количество часов по формам организации обучения | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Лекционные занятия | Практические занятия | Лабораторные занятия | Самостоятель-ная работа |
| **5 семестр** | | | | | |
| 1. | Элементы теории множеств | 4 | 8 | – | 10 |
| 2. | Начала функционального анализа | 10 | 14 | – | 10 |
| 3. | Элементы теории меры и интеграла | 4 | 8 | – | 13 |
| | **Итого** | **18** | **30** | **–** | **33** |

### *3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины*

**Раздел 1. Элементы теории множеств**

Множество как неопределяемое понятие в теории Кантора. Равномощные множества. Мощность множества. Конечные множества. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел, множества алгебраических чисел. Несчетность отрезка [0;1]. Множества мощности континуум. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна. Булеан множества. Теорема Кантора о сравнении мощности множества и мощности его булеана. Множества мощности гиперконтинуум. Бесконечность шкалы мощностей. Парадоксы теории множеств Кантора. Понятие о проблеме континуума. Представление об аксиоматической теории множеств.

**Раздел 2. Начала функционального анализа**

Метрическое пространство, примеры метрических пространств. Предел последовательности точек метрического пространства. Открытые, замкнутые, совершенные множества; всюду плотные множества, нигде не плотные множества. Полные метрические пространства, компактные метрические пространства, связные метрические пространства, сепарабельные метрические пространства. Непрерывные отображения метрических пространств, равномерно непрерывные отображения. Сохранение компактности и связности при непрерывных отображениях. Ограниченные отображения. Линейные отображения (линейные операторы). Сжимающие отображения

метрических пространств. Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений). Примеры.

Нормированные пространства, примеры. Банаховы пространства. Линейные оболочки, подпространства, базисы, размерность. Ряды в нормированных пространствах.

Пространства со скалярным произведением, примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Гильбертовы пространства. Ортогональные системы, ортогональное дополнение множества, проекция на подпространство. Ряды Фурье по ортогональной системе векторов, неравенство Бесселя, равенство Парсеваля. Ортонормированные базисы. Изоморфизм гильбертовых пространств одинаковой размерности.

**Раздел 3. Элементы теории меры и интеграла**

Мера Жордана и мера Лебега ограниченных множеств на числовой прямой. Измеримые числовые функции. Интеграл Лебега: определение, существование, свойства, сравнение с интегралом Римана. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману. Интегрирование и дифференцирование. Неограниченные функции, суммируемые по Лебегу. Пространства $L_1[a;b]$, $L_2[a;b]$ как пополнения пространств $C_1[a;b]$, $C_2[a;b]$.

## 4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой

контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

**Примерное содержание итоговой контрольной работы**

1. Найти мощность заданного множества, например, множества периодических числовых функций (или сравнить мощности заданных множеств, например, множества гладких кривых на плоскости и множества ломаных на плоскости). Ответ обосновать.
2. Выяснить, является ли заданная функция метрикой на заданном множестве (или является ли заданная функция нормой на заданном множестве). В случае положительного ответа найти расстояние между данными точками (норму данного вектора).
3. Выяснить, является ли данный оператор линейным; непрерывным; ограниченным; сжимающим на указанном пространстве. *Найти норму оператора, если он ограничен. *Найти неподвижную точку оператора с заданной точностью, если он является сжимающим.
4. Выяснить, является ли заданное множество подпространством данного гильбертова пространства (или найти замкнутую линейную оболочку данного множества векторов в данном гильбертовом пространстве, или найти ортогональное дополнение данного множества векторов в данном гильбертовом пространстве). Найти проекцию заданного вектора на указанное подпространство.
5. Доказать неравенство (с использованием неравенства Коши-Буняковского, например: …)
6. Выяснить, принадлежит ли заданная функция указанному пространству (функций, суммируемых по Лебегу, или функций, суммируемых с квадратом по Лебегу). В случае положительного ответа указать ее норму.
7. Верно ли заданное утверждение (например: Пересечение конечного семейства замкнутых множеств в произвольном метрическом пространстве замкнуто)? Ответ обосновать (ссылкой на изученную теорему или контрпримером).

**Примерный перечень тем рефератов**

1. Аксиоматическая теория множеств: аксиоматика Цермело-Френкеля.
2. Аксиоматическая теория множеств: аксиоматика фон Неймана.
3. Аксиома выбора и её роль в математике.
4. Парадоксы теории множеств и их разрешение в аксиоматической теории.
5. История проблемы континуума.
6. От Кантора до Гёделя: проблемы оснований математики.
7. Основные топологические структуры.
8. Основы геометрии гильбертовых пространств.
9. Метрические пространства и кластерный анализ.
10. Метрические пространства и теория передачи сигналов.
11. Различные способы введения интеграла Лебега.
12. Предельный переход под знаком интеграла.
13. Интегрирование и дифференцирование.
14. Непрерывность и абсолютная непрерывность функций.
15. Пространства суммируемых функций и их свойства.

## 5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**Организация и проведение аттестации студента**

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, итоговой контрольной работы / реферата. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

| № п/п | **СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции | Образовательные результаты дисциплины |
|---|---|---|
| 1. | **Оценочные средства для текущей аттестации**<br><br>ОС-1 Самостоятельная работа<br>ОС-2 Самостоятельная работа<br>ОС-3 Самостоятельная работа<br>ОС-4 Самостоятельная работа<br>ОС-5 Самостоятельная работа<br>ОС-6 Самостоятельная работа<br>ОС-7 Самостоятельная работа<br>ОС-8 Самостоятельная работа<br>ОС-9 Итоговая контрольная работа / Реферат | ОР-1. Знает определения основных понятий теории множеств, теории метрических, банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега<br>ОР-2. Умеет иллюстрировать основные положения теории примерами важнейших числовых множеств и соответствующих пространств, пространств векторов, последовательностей, функций<br>ОР-3. Знает формулировки важнейших результатов теории метрических, банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега<br>ОР-4. Умеет воспроизводить доказательства некоторых базовых теорем теории множеств, теории функций, функционального анализа и самостоятельно доказывать простые утверждения этих разделов на основе определений<br>ОР-5. Знает связь понятий и теорем теории метрических, банаховых, гильбертовых пространств, теории меры и интеграла Лебега с понятиями и теоремами классического анализа, алгебры, геометрии<br>ОР-6. Умеет применять некоторые результаты функционального анализа для решения задач математического анализа и элементарной математики |
| 2. | **Оценочные средства для промежуточной аттестации**<br><br>ОС-10 Экзамен в форме устного собеседования | |

| | | |
|---|---|---|
| | | ОР-7. Знает о прикладном значении положений теории функций действительной переменной и функционального анализа<br>ОР-8. Умеет применять некоторые результаты теории функций действительной переменной и функционального анализа для решения прикладных задач |

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Теория функций действительного переменного».

***Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

**ОС-10 Экзамен в форме устного собеседования**

**Программа экзамена**

**Раздел 1. Элементы теории множеств**

1. Множества в теории Г. Кантора. Отношение включения множеств и его свойства. Операции над множествами. Эквивалентные (равномощные) множества. Понятие мощности множества. Равномощность булеана данного множества и набора заданных на этом множестве функций-индикаторов.
2. Конечные множества. Мощность объединения конечных множеств. Мощность декартова произведения конечных множеств. Мощность булеана конечного множества.
3. Счетные множества. Мощность счетного множества как наименьшая из бесконечных мощностей. Мощность объединения конечного набора счетных множеств, счетного набора конечных множеств, счетного набора счетных множеств. Мощность декартова произведения конечного набора счетных множеств. Мощность множества рациональных чисел. Мощность множества алгебраических чисел.
4. Несчетность множества чисел отрезка [0;1]. Множества мощности континуум.
5. Мощность объединения конечного набора множеств мощности континуум, счетного набора множеств мощности континуум. Мощность объединения, разности множества мощности континуум и счетного множества. Мощность декартова произведения конечного набора множеств мощности континуум. Мощность объединения континуума множеств мощности континуум.
6. Мощности множеств последовательностей-индикаторов, последовательностей натуральных чисел, последовательностей действительных чисел.
7. Множества мощности гиперконтинуум.
8. Сравнение мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна.
9. Теорема Кантора (сравнение мощности множества и его булеана). Бесконечность шкалы мощностей (кардинальных чисел).

10. Мощность множества числовых функций. Мощность множества непрерывных функций.
11. Мощность множества точек разрыва монотонной функции. Мощность множества монотонных функций.
12. Парадоксы теории множеств. Понятие об аксиоматике теории множеств. Аксиома выбора и ее применение. Континуум-гипотеза.

**Раздел 2. Начала функционального анализа**

13. Понятие метрического пространства. Важнейшие примеры метрических пространств.
14. Сходимость последовательности точек в метрическом пространстве. Единственность предела. Сходимость и ограниченность. Сходимость в важнейших метрических пространствах.
15. Внутренние точки, точки прикосновения, предельные точки, изолированные точки, граничные точки множества в метрическом пространстве. Внутренность, замыкание, производное множество, граница множества в метрическом пространстве. Открытые, замкнутые, совершенные множества. Всюду плотные множества. Сепарабельные метрические пространства.
16. Строение открытых, замкнутых, совершенных множеств в пространстве действительных чисел.
17. Фундаментальные последовательности точек метрического пространства. Сходимость и фундаментальность. Полные метрические пространства. Пополнение метрического пространства. Примеры.
18. Компактные метрические пространства. Компактные множества в метрических пространствах. Необходимые условия компактности множества в метрическом пространстве. Достаточные условия компактности множества в полном метрическом пространстве. Компакты в пространствах $R^n$.
19. Связные метрические пространства. Связные множества в метрических пространствах. Связные множества в пространстве действительных чисел.
20. Непрерывные отображения метрических пространств. Равномерно непрерывные отображения. Сохранение компактности и связности при непрерывных отображениях.
21. Ограниченные отображения метрических пространств. Непрерывность и ограниченность. Линейные отображения (линейные операторы), норма линейного оператора.
22. Сжимающие отображения метрических пространств. Непрерывность сжимающего отображения.
23. Неподвижные точки отображения метрического пространства в себя. Принцип сжимающих отображений (теорема Банаха).
24. Понятие нормированного пространства. Метрика в нормированном пространстве. Банаховы пространства. Примеры.
25. Линейная оболочка и замкнутая линейная оболочка множества в нормированном пространстве. Линейные многообразия, подпространства. Примеры.
26. Ряды в нормированных пространствах. Необходимое условие сходимости. Сходимость и абсолютная сходимость.
27. Базис нормированного пространства. Размерность нормированного пространства. Сепарабельные нормированные пространства. Примеры.
28. Понятие пространства со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского. Норма и метрика в пространстве со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Примеры.
29. Ортогональные векторы в гильбертовом пространстве, ортогональное дополнение множества, проекция на подпространство и расстояние до подпространства. Теорема

Пифагора. Ряд Фурье по ортогональной системе векторов. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

30. Ортогональные и ортонормированные базисы в гильбертовом пространстве. Изоморфизм счетномерных гильбертовых пространств.

**Раздел 3. Элементы теории меры и интеграла**

31. Мера открытых и замкнутых ограниченных множеств на числовой прямой. Внутренняя и внешняя мера ограниченного множества на числовой прямой. Множества, измеримые по Лебегу.
32. Свойства меры Лебега на числовой прямой.
33. Множества нулевой меры Лебега. Канторово совершенное множество, его мощность и его мера.
34. Понятие измеримой числовой функции. Свойства измеримых функций.
35. Понятие интеграла Лебега от измеримой ограниченной функции. Существование интеграла Лебега.
36. Свойства интеграла Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
37. Интеграл Лебега от неограниченной функции. Суммируемые функции.
38. Пространства $L_1[a;b]$ и $L_2[a;b]$ как пополнения пространств $C_1[a;b]$ и $C_2[a;b]$, $R_1[a;b]$ и $R_2[a;b]$.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

**Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине**

*Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся*

| Посещение лекций | Посещение практических занятий | Работа на практических занятиях | Экзамен | Итоговая сумма баллов |
|---|---|---|---|---|
| $1\times9=9$ | $1\times15=15$ | 212 | 64 | 300 |

*Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра*

| Результат | Баллы (3 ЗЕ) |
|---|---|
| «отлично» | 271-300 баллов |
| «хорошо» | 211-270 баллов |
| «удовлетворительно» | 151-210 баллов |
| «неудовлетворительно» | 0-150 баллов |

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме,

поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

**Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

### Основная литература


1. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного [Электронный ресурс]: Учебное пособие / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин, Б.Н. Кукушкин. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 196 с.
   URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520537
2. Натансон, И.П. Основы теории функций вещественной переменной [Электронный ресурс] / И.П. Натансон. - Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1941. - 296 с.
   URL: //biblioclub.ru/index.php?page=book&id=102622
3. Треногин, В.А. Функциональный анализ : учебник / В.А. Треногин. - 3-е изд., испр. - Москва : Физматлит, 2002. - 488 с. [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82613


### Дополнительная литература


1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : Физматлит, 2012. - 573 с. - (Классический университетский учебник). - [Электронный ресурс]: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563
2. Смолин, Ю.Н. Введение в теорию функций действительной переменной : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин. — 2-е изд., стер. — Москва : Флинта, 2017. — 516 с. - ISBN 978-5-9765-1483-6. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1034571 – Режим доступа: по подписке.
3. Треногин, В. А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Текст] / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. - М.: Физматлит, 2007. - 240 с. То же [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612
4. Ульянов П.Л. Действительный анализ в задачах [Электронный ресурс] / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544632