Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«_25_» __июня___ 2021 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины
Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Физика. Математика

(очная форма обучения)

Составители:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики
Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21 июня 2021г. № 7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0233C9D60038B01A9E48C1A3FBB4A9D9F6
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 07.07.2023 до 28.04.2038

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Физика. Математика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору студента (углубленное изучение отдельных тем и вопросов). Курс математического анализа является предшествующим для дисциплин: «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексной переменной», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии), а также дисциплины по выбору «Дополнительные главы математического анализа».

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Производственная (педагогическая) Преподавательская, Учебная (технологическая) Предметный практикум решения задач по математике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Математический анализ» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математический анализ» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения),			

анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области. ПК-12.3. Владеет профессиональной терминологией и основами профессиональной речевой культуры; методами доказательных	ОР-1. Основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	ОР-2 Решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	

рассуждений; методами анализа изучаемых объектов, методами систематизации и структурирования знаний в предметной области, основами моделирования в предметной области.			
ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с

преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость						
	Зачет. ед.	Часы					
1	3	108	18	-	30	33	экзамен 27
2	2	72	12	-	20	40	зачет
3	3	108	18	-	30	33	экзамен 27
4	3	108	18	-	30	33	экзамен 27
Итого:	11	396	66	-	110	139	81

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1-й семестр (3 ЗЕ)					
1.	Введение в математический анализ: множество действительных чисел	2	-	2	3
2.	Введение в математический анализ: предел последовательности	4	-	4	7
3.	Введение в математический анализ: предел и непрерывность функций	4	-	6	7
4.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: основные понятия и теоремы	4	-	6	7
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной: приложения к вычислению пределов и исследованию функций	4	-	6	9
Итого за 1-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
2 семестр (2 ЗЕ)					

6.	Неопределенный интеграл	3	-	10	10
7.	Определенный интеграл	3	-	2	10
8.	Несобственный интеграл	2	-	2	10
9.	Приложения интегрального исчисления	4	-	6	10
Итого за 2-й семестр		**12**	**-**	**20**	**40**
3-й семестр (3 ЗЕ)					
10.	Числовые ряды.	6		10	11
11.	Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Тригонометрические ряды	6		10	11
12.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: основные понятия и теоремы	6		10	11
Итого за 3-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
4-й семестр (3 ЗЕ)					
13.	Экстремумы функций нескольких переменных.	4	-	6	7
14.	Двойные интегралы. Тройные интегралы	4	-	6	7
15.	Криволинейные интегралы 1 и 2 рода.	3	-	6	6
16.	Поверхностные интегралы 1 и 2 рода.	3	-	6	6
17.	Приложения интегрального исчисления функций нескольких переменных. Элементы векторной теории поля	4		6	7
Итого за 4-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
Всего		**66**	**-**	**110**	**139**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел I. Введение в математический анализ: множество действительных чисел

Аксиоматическое определение множества вещественных чисел. Модуль действительного числа, его свойства. Расширенная область действительных чисел. Теорема о существовании конечных граней у ограниченного множества. Теорема о единственности верхней/нижней грани множества.

Интерактивная форма: Эвристическая беседа «Развитие понятия числа».

Раздел II. Введение в математический анализ: предел последовательности

Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Взаимосвязь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Лемма о представлении последовательности в виде суммы её предела и бесконечно малой последовательности. Свойства пределов последовательностей, связанные с арифметическими операциями над последовательностями. Неопределенные выражения. Теоремы о предельном переходе в неравенствах, теорема о сжатой переменной. Ограниченность как необходимое условие существования предела последовательности. Теоремы о пределе монотонных последовательностей. Лемма Бернулли. Число е. Подпоследовательности и частичные пределы. Теорема о пределе подпоследовательности и принцип Больцано – Вейерштрасса. Принцип Гейне-Бореля. Условие Коши для последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

Интерактивная форма: Дискуссионный клуб «Доказательство свойств пределов».

Раздел III. Введение в математический анализ: предел и непрерывность функций

Определение предела функции в точке на языке последовательностей. Односторонние пределы функции в точке на языке последовательностей. Определение

предела функции в точке на языке «$\varepsilon - \delta$». Односторонние пределы функции в точке на языке $\varepsilon - \delta$. Теорема об эквивалентности определений предела функции в точке на языке последовательностей и на языке «$\varepsilon - \delta$». Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке. Свойства пределов функций (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного). Правило замены переменной для пределов функций (предел сложной функции, предел обратной функции). Предел функции на бесконечности. Асимптоты кривой. Условие Коши для функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Предел монотонных функций. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций (сумма, разность, произведение бесконечно малых функций; произведение бесконечно малой и ограниченной функций). Бесконечный предел функции в точке. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций.

Точки непрерывности и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Односторонняя непрерывность функции. Свойства функций непрерывных в точке (непрерывность суммы, произведения, частного, композиции непрерывных функций). Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Теоремы Больцано – Коши о промежуточном значении функции, непрерывной на отрезке. Теорема о существовании обратной функции для функции, непрерывной на промежутке. Теоремы Вейерштрасса. Равномерная непрерывность функции на промежутке. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

Интерактивные формы: Работа в микрогруппах. Математическая эстафета «Вычисление пределов функций».

Раздел IV. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: основные понятия и теоремы

Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции. Дифференцируемая функция и ее дифференциал. Непрерывность как необходимое условие дифференцируемости функции. Геометрический и механический смысл производной. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциал как источник приближенных формул. Вычисление производных основных элементарных функций. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Производная неявной функции. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.

Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков.

Теоремы о средних значениях. Теорема Ферма. Терема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции с дополнительным членом форме Лагранжа. Формула Маклорена для элементарных функций.

Интерактивная форма: Работа в парах с взаимоконтролем, мастер-класс «Составь задачу» (составление задач по разделу «Неопределенный интеграл»).

Раздел V. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: приложения к вычислению пределов и исследованию функций

Правило Лопиталя. Применение формулы Тейлора к вычислению пределов.

Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции. Необходимое и достаточное условия нестрогой монотонности функции. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости кривой. Точка перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба кривой. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольшего и

наименьшего значения функции на отрезке (на интервале). Применение производной при решении экстремальных задач.

Интерактивная форма: Математический турнир.

Раздел VI. Интегральное исчисление функций одной переменной: неопределенный интеграл

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Таблица первообразных. Свойства неопределенного интеграла (линейность, , интегрирование по частям, замена переменной в неопределенном интеграле). Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых типов иррациональных функций (дробно-линейные иррациональности, квадратичные иррациональности, дифференциальный бином). Интегрирование некоторых типов трансцендентных функций (функции, рационально зависящие от синуса и косинуса одного аргумента, от экспоненты). Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

Интерактивная форма: Мозговой штурм «Интегрирование функций».

Раздел VII. Интегральное исчисление функций одной переменной: определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о площади криволинейной трапеции, задача о массе стержня, задача о пройденном пути). Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана). Ограниченность функции как необходимое условие интегрируемости. Критерий интегрируемости функции в терминах сумм Дарбу, определенный интеграл как разделяющее число нижних и верхних сумм Дарбу. Достаточные условия интегрируемости (непрерывность функции; монотонность функции). Свойства определенного интеграла (линейность и монотонность относительно подынтегральной функции, аддитивность относительно промежутка интегрирования, оценка интеграла, интеграл от абсолютной величины функции, теорема о среднем). Интеграл по ориентированному промежутку и его свойства. Определенный интеграл как функция верхнего предела: условия непрерывности, условия дифференцируемости. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Интерактивная форма: Работа в парах с взаимоконтролем.

Раздел VIII. Интегральное исчисление функций одной переменной: несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница. Признаки сравнения для несобственных интегралов. Абсолютно и условно сходящиеся несобственные интегралы.

Интерактивная форма (к разделам 9-10): Математический турнир «Собственные и несобственные интегралы Римана».

Раздел IX. Приложения интегрального исчисления функций одной переменной Понятие квадрируемой фигуры. Площадь криволинейной трапеции, площадь фигуры, элементарной относительно одной из осей координат. Случай параметрического задания кривой. Площадь криволинейного сектора. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение площади поверхности. Вычисление площади поверхности вращения. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра масс плоских кривых.

Статические моменты, моменты инерции, координаты центра масс плоских однородных фигур. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.

Интерактивные формы: Круглый стол «Приложения интегрального исчисления».

Раздел X. Числовые ряды

Числовые ряды. Частичная сумма ряда, сумма ряда, остаток ряда Сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий сходимости ряда в терминах остатков. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами: признаки сходимости (признак сравнения в форме неравенства и в форме эквивалентности, признаки Даламбера и Коши в форме неравенства и в предельной форме, интегральный признак). Семейство обобщённых гармонических рядов.

Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница о сходимости знакочередующегося ряда. Оценка остатка знакочередующегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов (сочетательное свойство, переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов, теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда, линейность, умножение рядов).

Интерактивные формы: Дискуссионный клуб «Парадоксы теории рядов» (лекция). Блиц-турнир «Сходящиеся и расходящиеся ряды».

Раздел XI. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды

Функциональные последовательности: поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных последовательностей.

Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда. Сумма ряда. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.

Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда. Действия над степенными рядами. Единственность разложения функции в степенной ряд.

Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции. Разложение элементарных функций в ряды Маклорена.. Применение рядов к приближенным вычислениям.

Интерактивная форма: Интерактивная лекция «Действия над функциональными последовательностями и рядами».

Раздел XII. Тригонометрические ряды

Периодические функции и их свойства. Гармонические колебания. Тригонометрические многочлены. Тригонометрические ряды.

Скалярное произведение функций, определенных на отрезке. Ортогональные системы функций. Ряды по ортогональным системам функций: единственность разложения. Ортогональность тригонометрической системы функций на отрезке $[-\pi;\ \pi]$.. Ряд Фурье функции, определенной на отрезке $[-\pi;\ \pi]$, достаточные условия его сходимости к своей функции (теорема Дирихле, без доказательства). Ряды Фурье четных и нечетных функций. Разложение функции, определенной на отрезке $[0;\ \pi]$, в ряд по синусам, в ряд по косинусам. Ряды Фурье на произвольном отрезке. Ряды Фурье в комплексной форме. Равенство Парсеваля. Понятие об интеграле Фурье.

Интерактивная форма: Круглый стол «Гармонический анализ» с элементами защиты творческого задания.

Раздел XIII. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: основные понятия

Пространство R^n как нормированное пространство. Внутренние точки, точки прикосновения, предельные точки, граничные точки множества в пространстве Rn. Открытые и замкнутые множества в Rn. Связные множества в Rn. Области и замкнутые области в Rn. Ограниченные множества точек в пространстве Rn. Замкнутые ограниченные множества (компакты) в пространстве Rn. Принцип Больцано-Вейерштрасса для пространства Rn.

Предел последовательности точек пространства Rn. Функции двух, трех, нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Теорема Вейерштрасса для функции нескольких переменных, определенной на компакте.

Частные приращения и частные производные функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Полное приращение функции нескольких переменных, дифференцируемость и полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной явно. Существование частных производных как необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Непрерывность частных производных в точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке. Градиент функции (скалярного поля) и производная по направлению. Направление наискорейшего возрастания функции нескольких переменных, геометрический смысл градиента функции двух, трех переменных.

Дифференцируемые вектор-функции нескольких переменных, матрица Якоби. Якобиан и его геометрический смысл (для случая функции двух, трех переменных). Дивергенция и ротор вектор-функции (векторного поля). Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля в терминах символического оператора «набла».

Дифференцирование сложной (вектор)-функции нескольких переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.

Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные, условия равенства смешанных производных. Дифференциальные операции второго порядка в векторной теории поля. Оператор Лапласа. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных. Дифференциал второго порядка и гессиан функции нескольких переменных.

Формула Тейлора для функции двух переменных.

Неявные функции, системы неявных функций и их дифференцирование. Существование обратного отображения и его дифференцирование.

Интерактивные формы: Работа в микрогруппах (совместное чтение математического текста). Игра «Веришь-не веришь» на материале дифференциального исчисления функций нескольких переменных.

Раздел XIV. Экстремумы функций нескольких переменных.

Точки минимума, максимума, строгого минимума, строгого максимума функции нескольких переменных. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных (теорема Ферма). Седловые точки функции нескольких переменных. Достаточные условия экстремума/седловой точки функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала, в терминах гессиана (критерий Сильвестра знакоопределенности матрицы – без доказательства). Случай функции двух переменных.

Условный экстремум функции нескольких переменных при одном или нескольких условиях связи. Метод исключения переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа: необходимое условие условного экстремума в терминах лагранжиана, понятие о достаточных условиях условного экстремума.

Наибольшие и наименьшие значения функций нескольких переменных в области. Случай задачи линейного программирования.

Интерактивная форма: Деловая игра «Оптимальные стратегии».

Раздел XV. Двойные интегралы.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл как предел интегральных сумм, как разделяющее число сумм Дарбу. Основные свойства двойного интеграла. Достаточные условия существования двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области интегрирования, в случае области, элементарной относительно одной из осей координат. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Интерактивная форма: Работа в парах с взаимоконтролем.

Раздел XVI. Тройные интегралы.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл как предел интегральных сумм, как разделяющее число сумм Дарбу. Основные свойства тройного интеграла. Достаточные условия существования тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному в случае интегрирования по прямоугольному параллелепипеду (брусу), в случае области интегрирования, элементарной относительно одной из координатных плоскостей, одной из осей координат. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах.

Интерактивная форма: Работа в парах с взаимоконтролем.

Раздел XVII.Криволинейные интегралы 1 и 2 рода.

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла по длине дуги, по координатам.

Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана.

Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоского контура интегрирования, соединяющего две данные точки плоскости. Первообразная полного дифференциала, интеграл от полного дифференциала как разность значений первообразной.

Интерактивная форма: Бенефис задачи (работа в микрогруппах).

Раздел XVIII. Поверхностные интегралы 1 и 2 рода.

Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла по площади поверхности, по координатам.

Ориентируемые (двусторонние) поверхности. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности. Понятие о поверхностных интегралах первого и второго рода, их свойствах, их сведении к двойным интегралам.

Формула Остроградского-Гаусса и формула Стокса. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора контура интегрирования, соединяющего две данные точки пространства.

Интерактивная форма: Бенефис задачи (работа в микрогруппах).

Раздел XIX. Приложения интегрального исчисления функций нескольких переменных

Вычисление меры (длины, площади, объема) области с помощью криволинейных, двойных/поверхностных, тройных интегралов. Вычисление массы кривой, поверхности, тела с помощью криволинейных, двойных/поверхностных, тройных интегралов. Статические моменты и моменты инерции точки и системы точек; вычисление

статических моментов и моментов инерции кривой, поверхности, тела с помощью криволинейных, двойных/поверхностных, тройных интегралов.
Вычисление работы силы (работы поля) при криволинейном перемещении тела. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Формулы Стокса, Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля. Бескоординатное определение ротора и дивергенции. Потенциальные и соленоидальные поля.

Интерактивная форма: Математический турнир «Приложения математического анализа».

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Самостоятельная работа.

1. Известно, что $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\frac{\pi}{2}$. Найти $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{2\sin f(x)+\cos f(x)}{2f(x)+1}$.

1) $\frac{2}{\pi+1}$; 2) 0; 3) 1; 4) ∞; 5) не существует.

2. Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(2x+\sqrt{x}\right)^2\left(1-5x^2\right)^3}{\left(3x^2+2x\right)^4}$.

1) $-\dfrac{500}{81}$; 2) 0; 3) ∞; 4) $\dfrac{5}{4}$; 5) 1.

3. Найти $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}$.

1) 0; 2) ∞; 3) 1; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) не существует.

4.Найти $\lim\limits_{x\to\infty}x^{\frac{4}{3}}\left(\sqrt[3]{x^2+2}-\sqrt[3]{x^2-3}\right)$.

1) 0; 2) ∞; 3) $\dfrac{5}{3}$; 4) не существует; 5) 5.

5. Найти $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{7^{3x}-5^{-2x}}{arcsin4x}$.

1) ∞; 2) 0; 3) 2; 4) $\dfrac{1}{4}ln\,8575$; 5) не существует.

6.Найти $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{cos\dfrac{\pi x}{2}}{\ln(3-2x)}$.

1) 0; 2) $\dfrac{\pi}{4}$; 3) ∞; 4) не существует; 5) 1.

7.Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+1}{13x-1}\right)^{2x+3}$.

1) $\dfrac{3}{13}$; 2) $-\infty$; 3) 1; 4) 0; 5) $+\infty$.

8.Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x^2+1}{5x^2-1}\right)^{-3x^2}$.

1) $e^{-\frac{6}{5}}$; 2) 1; 3) 0; 4) ∞; 5) 5^{-3};

9.Определить порядок роста функции $f(x)=\dfrac{3x^2\cdot\sqrt{x}+2x+1}{2\sqrt[3]{x}+2}$ относительно $g(x)=x$ при $x\to+\infty$.

1) $\dfrac{3}{2}$; 2) ∞; 3) $\dfrac{13}{6}$; 4) 0; 5) 1.

10.Найти $2a+b$, если $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-2x}{x-1}-ax+b\right)=3$.

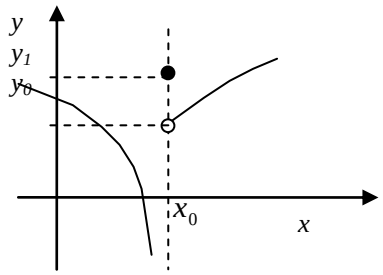
1) 0; 2) 4; 3) 2; 4) 6; 5) -4.

11.Найдите $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, если $f(x)=(\frac{1}{5})^x$.

1) $+\infty;\ +\infty$; 2) $0;\ +\infty$; 3) $0;\ 0$; 4) $+\infty;\ 0$; 5) $-\infty;\ +\infty$.

12.Верны ли приведенные ниже утверждения? (Ответ «да» – знак «+», ответ «нет»– знак «–»).

- Левосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- Правосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- x_0 –точка разрыва первого рода.
- x_0 –точка разрыва второго рода.
- Значение функции в точке x_0 совпадает со значением левостороннего или правостороннего предела.



Выбрать набор верных ответов.

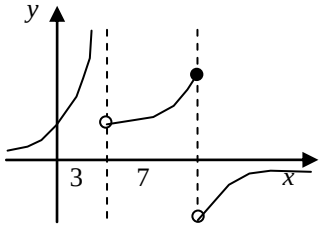
1)– + + – –; 2)– – – + –; 3) + – – + –; 4)– + – + +; 5) – + – + –.

13.Найти левосторонний и правосторонний пределы функции в точке x_0.

$f(x) = arctg\dfrac{1}{x-3}$, $x_0 = 3$.

1) $-\infty;+\infty$; 2) $0;+\infty$; 3) $0;\pi$; 4) $-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}$; 5) $+\infty;-\infty$.

14.Найти $5a-4b$, где a – точка разрыва первого рода, b – точка разрыва второго рода функции, заданной графически.



15.Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \le 1; \\ 2-x & \text{при } 1 < x < 2; \\ 1 & \text{при } x \ge 2. \end{cases}$$

16.Определить функцию $y = f(x)$ в точке x_0, чтобы она стала в этой точке непрерывной.

$f(x_0) = ?$ $f(x) = \dfrac{e^{5x}-1}{x}$, $x_0 = 0$.

17.Найти скачок функции $f(x) = \dfrac{x-2}{|x-2|}x^2$ в точке разрыва.

18.Найдите точку или точки разрыва. Если точка разрыва первого рода, то её абсциссу умножить на 1; если второго рода, то на 2; если точек разрыва несколько – полученные, как описано выше, числа сложить.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x < 3; \\ \dfrac{1}{x-6} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

19.Схематически изобразить график функции, удовлетворяющий условиям: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 2-0} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 2+0} f(x) = 4$.

20.Доказать непрерывность функции $f(x) = x^2$ в каждой точке x_0 области определения.

ОС-2. Примерный перечень тем рефератов.

1. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.
2. Действительные числа как сечения множества рациональных чисел.

3. Действительные числа как классы эквивалентных фундаментальных последовательностей.
4. Полнота пространства действительных чисел и ее следствия в математическом анализе.
5. Компактность отрезков пространства действительных чисел и ее следствия в математическом анализе.
6. Аксиома Архимеда и ее следствия в математическом анализе.
7. Неархимедовы расширения поля рациональных чисел. Множество гипердействительных чисел и его свойства.
8. Определения пределов последовательностей и функций в нестандартном анализе.
9. Определения непрерывности и равномерной непрерывности функций в нестандартном анализе.
10. Определения производной и дифференциала в нестандартном анализе.
11. Показательная функция и геометрическая прогрессия как модели реальных процессов.
12. Логарифмическая функция как модель реальных процессов.
13. Степенные зависимости и их свойства.
14. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов.
15. История тригонометрических функций.
16. Асимптоты кривой и асимптотическое поведение функций.
17. Применение асимптотических разложений к решению уравнений.
18. Понятие эластичности функции и его приложения в экономике.
19. Применение формулы Тейлора к исследованию поведения функций.
20. Основы теории катастроф: случай функций одной переменной.

ОС-3. Контрольная работа.

Найти производную функции

1) $\frac{0.1}{4\sqrt[9]{x^7}} - \frac{x^6}{0/2}$; 2) $(\frac{2}{\sqrt[5]{x}} + 1)(x+6)$; 3) $\frac{2}{\sqrt[3]{(3x^2-7)^4}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt[3]{cos^2 x}}$; 5) $\sqrt{\ln(2x+1)}$;

6) $10^{arcsinx}$; 7) $\frac{1}{th^2 x}$; 8) $(1+lgx)^x$.

9. Вычислить значение дифференциала функции $f(x)$ при изменении переменной от x_0 до x. $f(x) = th4x + 3x$, $x_0 = 0$, $x = 0.5$.

10. Найти общее выражение для производной порядка n от функции $\frac{1}{x^3}$.

11. Применить формулу Лейбница для вычисления производной $((1-7x)sinx)^5$.

12. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически $x = 3\arccos\ t$, $y = 2\sqrt{1-t^2}$.

13. Вычислить предел, используя правило Лопиталя

a) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{lncos3x}{(6x-\pi)^2}$; b) $\lim_{x\to\pi} \frac{sin5x}{tg3x}$; c) $\lim_{x\to\infty}(4+x^2)^{\frac{1}{x^2}}$.

14. $\ln(xy) + x^2 + 3y = 0$, y_x`–?

15. Вычислить приближенно $arctg1$, 002.

ОС-4. Кейс-задачи

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$$

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1,\ 4].$$

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$$

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = (x^2+1)\Big/\sqrt{4x^2-3}.$$

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = (x^3+4)\Big/x^2.$$

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-6. Контрольная работа.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы функций.

$(8x+10)^2$ $\qquad \sqrt[4]{(3+\frac{x}{13})^5}$ $\qquad -\frac{14}{(7x-6)^4}$

Задача 2. Найти интегралы.

$\int tg^4 x \frac{1}{\cos^2 x}dx$ $\qquad \int \frac{14x+3}{(7x^2+3x+2)^3}dx$ $\qquad \int_0^{\pi/6} \cos^5 x \sin x\, dx$

Задача 3. Найти интегралы.

$\int \cos(3x+2)dx$ $\qquad \int_1^2 \frac{dx}{\sin^2(\pi/3\, x)}$ $\qquad \int (-2x+7)\sin(-x^2+7x+5)dx$

Задача 4. Найти интегралы.

$\int 5^{-2x+1}dx$ $\qquad \int_0^1 (3x^2+5)7^{x^3+5x+6}dx$ $\qquad \int e^{\sin x}\cos x dx$

Задача 5. Найти интегралы.

$\int \frac{dx}{\sqrt{4+49x^2}}$ $\qquad \int \frac{dx}{15+2x^2}$ $\qquad \int \frac{x^2dx}{\sqrt{25-x^6}}$ $\qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$

Задача 6. Найти интегралы.

$\int (6x+2)\cos 2x dx$ $\qquad \int_1^2 (x^3+3x-2)\ln 2x dx$ $\qquad \int x^2 2^{5x}dx$

Задача 7. Найти неопределенные интегралы от заданных функций.

$\frac{5x^2+3x-5}{x^2(x+1)}$ $\qquad \frac{7x^2-4x+45}{(x-2)(x^2+9)}$ $\qquad \frac{x^3-13x^2+36x+1}{x^2-13x+36}$

Задача 8. В А) и С) найти неопределенные интегралы от заданных функций, в В) – определенный интеграл на промежутке [*a*;*b*].

$\sin^{10} x \cdot \cos^5 x$ $\qquad \sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}, \quad a=0, \quad b=\frac{\pi}{12}$ $\qquad \sin 5x \cdot \sin 7x$

Задача 9. Найти интегралы.

$\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ $\qquad \int \frac{dx}{x+\sqrt[4]{x^3}}$

Задача 10. Найти интегралы.

$$\int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{4-x^2})^3} \qquad \int \frac{dx}{(\sqrt{2+x^2})^5} \qquad \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}dx}{x^3}$$

Задача 11. Найти интегралы.

$$\int \frac{dx}{3+2\cos x} \qquad \int_0^{arctg2} \frac{dx}{4\cos^2 x+\sin^2 x} \qquad \int \frac{e^{2x}dx}{e^x+1}$$

ОС-7. Примерный перечень тем рефератов.

1. Исследование кривых, заданных параметрически.
2. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
3. Циклоида и ее свойства.
4. Семейство циклоидальных кривых.
5. Астроида и ее свойства.
6. Кардиоида и овалы Кассини.
7. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
8. Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики.
9. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
10. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
11. Доказательство тождеств средствами дифференциального исчисления.
12. Некоторые классические неравенства и их доказательство средствами дифференциального исчисления.
13. Неравенство Йенсена и его следствия.
14. Интегрирование дифференциального бинома.
15. Эллиптические кривые и эллиптические интегралы.
16. Теоремы о среднем для интегралов Римана.
17. Интеграционные методы в трудах Архимеда.
18. Геометрические приложения интеграла Римана.
19. Физические приложения интеграла Римана.
20. Первообразная и интеграл в школьном курсе физики

ОС-8. Контрольная работа

1.Найти площадь фигуры в декартовых координатах.

2.Найти площадь фигуры, ограниченной параметрически заданной кривой (или кривой в полярных координатах).

3.Найти длину дуги в декартовых, полярных координатах или параметрически заданной кривой.

4. Найти объем тела вращения.

5. Найти массу (статистические моменты, моменты инерции) плоской пластины.

ОС -9. Самостоятельная работа

1. Исследовать на сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln^2(3n+1)}$$

2. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

3. Вычислить сумму ряда с точностью α

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3n^2}, \quad \alpha = 0,01$$

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Самостоятельная работа. ОС-2. Рефераты и сообщения ОС-3. Контрольная работа. ОС-4. Кейс-задачи ОС-5.Экзамен ОС-6. Контрольная работа. ОС-7. Рефераты и сообщения. ОС-8. Контрольная работа. ОС-9. Самостоятельная работа. ОС-10.Зачет ОС-11. Самостоятельная работа. ОС-12. Рефераты и сообщения ОС-13. Контрольная работа. ОС-14. Экзамен ОС-15. Контрольная работа. ОС-15. Рефераты и сообщения ОС-16.Экзамен	ОР-1. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач. ОР-2. Решает задачи по дисциплине, умеет проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения. ОР-3. Знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** 1,3,4 семестры экзамен в форме устного собеседования 2 семестр зачет в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5. Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Введение в анализ: действительные числа»

1. Аксиоматика множества действительных чисел.
2. Простейшие следствия из аксиом сложения.
3. Простейшие следствия из аксиом умножения.
4. Простейшие следствия из аксиомы непрерывности.
5. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
6. Расстояние между действительными числами. Окрестности во множестве действительных чисел. Расширенная числовая прямая. Окрестности несобственных точек расширенной числовой прямой.

7. Множество натуральных чисел и его свойства. Принцип математической индукции.
8. Множество целых чисел и его свойства. Принцип Архимеда.
9. Множество рациональных чисел и его свойства. Плотность множества рациональных чисел во множестве действительных чисел.
10. Множество иррациональных чисел и его свойства. Представление действительных чисел бесконечными десятичными дробями.

Раздел «Введение в анализ: предел последовательности»

11. Понятие предела последовательности. Сходящиеся последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности. Ограниченность последовательности как необходимое условие сходимости.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними. Представление сходящейся последовательности в виде суммы стационарной последовательности и бесконечно малой. Леммы о бесконечно малых последовательностях и их следствия.
13. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного последовательностей и их следствия. Предел суммы, произведения, частного на расширенной числовой прямой.
14. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах.
15. Достаточное условие сходимости.
16. Принцип вложенных отрезков (лемма Кантора).
17. Подпоследовательности и частичные пределы.
18. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
19. Принцип Гейне-Бореля.
20. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
21. Число е.

Раздел «Введение в анализ: предел функции»

22. Определения предела функции в точке, на бесконечности в терминах окрестностей (определение Коши). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Односторонние пределы функции в точке.
23. Определения предела функции в точке, на бесконечности в терминах последовательностей (определение Гейне). Равносильность определений Коши и Гейне.
24. Необходимое условие существования предела функции в точке. Достаточное условие существования одностороннего предела функции в точке.
25. Теоремы о пределе суммы, разности, произведения, частного функций.
26. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах для функций.
27. Первый замечательный предел и следствия из него.
28. Второй замечательный предел и следствия из него.
29. Эквивалентные бесконечно большие (бесконечно малые). Замена функции на эквивалентную при вычислении предела.
30. Бесконечно малые и бесконечно большие различных порядков. Сумма бесконечно малых (бесконечно больших) различных порядков. Функция, ограниченная относительно другой функции.

Раздел «Введение в анализ: непрерывность функции»

31. Понятие функции, непрерывной в точке: различные определения. Классификация точек разрыва.
32. Теоремы о непрерывности суммы, разности, произведения, частного непрерывных функций. Теорема о непрерывности композиции непрерывных функций. Перестановочность операций предельного перехода и вычисления значения непрерывной функции.
33. Непрерывность функции на промежутке. Теорема Вейерштрасса.
34. Непрерывность функции на промежутке. Теорема Коши о промежуточном значении.

35. Теорема о непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций на области определения.
36. Равномерная непрерывность функции на промежутке. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций одной переменной: основные понятия»

37. Два подхода к понятию дифференцируемой функции и их равносильность. Непрерывность дифференцируемой функции.
38. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного.
39. Правило дифференцирования сложной функции. Логарифмическое дифференцирование.
40. Правило дифференцирования обратной функции.
41. Производные основных элементарных функций.
42. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование.
43. Функции, заданные неявно, и их дифференцирование.
44. Геометрический смысл производной и дифференциала.
45. Вектор-функции и их дифференцирование.
46. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лейбница.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

47. Теорема Ферма.
48. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
49. Задача приближения функций многочленами. Многочлен Тейлора для функции одной переменной.
50. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, с остаточным членом в форме Лагранжа.
51. Правила Лопиталя.
52. Сравнение роста показательных, степенных и логарифмических функций.
53. Критерий постоянства функции.
54. Критерий нестрогой монотонности функции. Достаточные условия строгой монотонности.
55. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной. Достаточные условия экстремума в терминах второй производной.
56. Выпуклые функции: определение в терминах неравенств. Критерий выпуклости функции в терминах первой производной, в терминах второй производной.
57. Выпуклость и расположение графика функции относительно касательной.
58. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба в терминах второй производной, в терминах третьей производной.
59. Исследование функции на экстремумы и точки перегиба с помощью старших производных.
60. Асимптоты графика функции. Асимптоты кривой, заданной параметрически.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{3x}-5^{-2x}}{arcsin4x}$.

2. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически $x = 3\arccos\ t,\quad y = 2\sqrt{1-t^2}$.

3. Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = \left(x^2+1\right)\Big/\sqrt{4x^2-3}.$$

ОС-10. Зачет.

Примерный перечень вопросов к зачету

Раздел «Интегральное исчисление функций одной переменной»

1. Понятия первообразной и обобщенной первообразной функции на промежутке. Общий вид первообразных данной функции на промежутке. Понятие неопределенного интеграла.
2. Таблица простейших неопределенных интегралов.
3. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования).
4. Общий алгоритм интегрирования рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго рода.
5. Рекуррентная формула для вычисления интегралов вида $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$.Интегрирование простейших дробей третьего и четвертого рода.
6. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
7. Интегрирование квадратичных иррациональностей: подстановки Эйлера, тригонометрические и гиперболические подстановки.
8. Интегрирование функций, рационально зависящих от $\sin x$, $\cos x$. Интегрирование функций, рационально зависящих от экспоненты. Интегрирование функций, рационально зависящих от $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$.
9. Определенный интеграл (интеграл Римана) как предел интегральных сумм. Функции, интегрируемые по Риману на отрезке. Необходимое условие интегрируемости.
10. Определенный интеграл (интеграл Римана) как разделяющее число верхних и нижних сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
11. Достаточные условия интегрируемости.
12. Свойства интеграла Римана (линейность, монотонность, аддитивность относительно промежутка интегрирования). Свойства, связанные с оценкой интеграла Римана. Теорема о среднем.
13. Интеграл Римана по произвольному промежутку и его свойства.
14. Интеграл с переменным верхним пределом как первообразная подынтегральной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
16. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку.
17. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
18. Теоремы сравнения для несобственных интегралов.
19. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь криволинейной трапеции. Площадь фигуры, элементарной относительно одной из осей.
20. Площадь криволинейного сектора.
21. Спрямляемые кривые. Длина плоской кривой, заданной параметрически. Случай кривой, заданной явно в декартовых или полярных координатах.
22. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.
23. Статические моменты и центр масс кривой.
24. Статические моменты и центр масс однородной криволинейной трапеции.
25. Работа переменной силы.

ОС-14. Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Числовые ряды»

1. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Остаток ряда.
2. Критерий Больцано-Коши сходимости числового ряда.
3. Ряды с положительными членами: критерий сходимости. Признаки сравнения для рядов с положительными членами.

4. Ряды с положительными членами: интегральный признак сходимости. Ряды вида $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$.
5. Ряды с положительными членами: признак Коши (в форме неравенства и в предельной форме).
6. Ряды с положительными членами: признак Даламбера (в форме неравенства и в предельной форме).
7. Знакочередующиеся ряды: признак Лейбница.
8. Ряды с произвольными членами: Абсолютная и условная сходимость.
9. Признаки Коши и Даламбера для знакопеременных рядов.
10. Сложение рядов. Распределительное свойство рядов.
11. Умножение абсолютно сходящихся рядов.
12. Сочетательное свойство рядов.
13. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов.
14. Теорема Римана.

Раздел «Функциональные ряды. Степенные ряды»

15. Функциональные последовательности: поточечная и равномерная сходимость. Критерий Больцано-Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
16. Функциональные ряды: поточечная и равномерная сходимость. Критерий Больцано-Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
17. Непрерывность предела равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций.
18. Сложение и умножение функциональных рядов.
19. Почленное интегрирование функциональной последовательности, функционального ряда.
20. Почленное дифференцирование функциональной последовательности, функционального ряда.
21. Степенной ряд с действительными коэффициентами. Теорема Абеля. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда на любом отрезке внутри интервала сходимости.
22. Непрерывность суммы степенного ряда. Действия над степенными рядами.
23. Ряд Тейлора функции вещественной переменной. Единственность разложения функции в степенной ряд.
24. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции.
25. Разложение экспоненты, синуса и косинуса, гиперболического синуса и гиперболического косинуса в степенные ряды.
26. Биномиальный ряд.
27. Разложение логарифмической функции, арктангенса и арксинуса в степенные ряды.

Раздел «Тригонометрические ряды»

28. Пространства со скалярным произведением. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система как ортогональная система в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Разложение по ортогональной системе функций.
29. Ряд Фурье функции вещественной переменной на отрезке [-π; π]. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Достаточные условия сходимости ряда Фурье к своей функции (теорема Дирихле).
30. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Разложение функции в ряд по синусам и в ряд по косинусам на отрезке [0; π].
31. Ряды Фурье на произвольном отрезке.
32. Ряды Фурье в комплексной форме.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

33. Евклидово n-мерное пространство $\mathbb{R}^n$: метрика, окрестности, сходимость.
34. Фундаментальные последовательности в $\mathbb{R}^n$. Полнота пространства $\mathbb{R}^n$
35. Внутренние точки, точки прикосновения, предельные точки, изолированные точки, граничные точки множества в евклидовом n-мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества в $\mathbb{R}^n$. Ограниченные множества в $\mathbb{R}^n$. Связные множества в $\mathbb{R}^n$. Открытые и замкнутые области в $\mathbb{R}^n$.
36. Принцип Больцано-Вейерштрасса в $\mathbb{R}^n$. Лемма Гейне-Бореля в $\mathbb{R}^n$.
37. Функции нескольких действительных переменных: предел и непрерывность.
38. Свойства функций, непрерывных в области (теорема Коши о промежуточном значении, теорема Вейерштрасса, теорема о равномерной непрерывности).
39. Дифференцируемые функции нескольких действительных переменных. Производные по направлению, частные производные и полный дифференциал. Дифференцируемость и непрерывность.
40. Дифференцируемость и существование частных производных.
41. Дифференцируемые отображения многомерных пространств. Матрица Якоби отображения из $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$. Полный дифференциал отображения из из $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$.
42. Правила дифференцирования отображений. Матрица Якоби композиции отображений. Инвариантность формы первого дифференциала отображения из $\mathbb{R}^m$ в $\mathbb{R}^n$.
43. Геометрический смысл частных производных. Геометрический смысл дифференциала функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к явно заданной поверхности в трехмерном пространстве/
44. Производные по направлению как проекции градиента. Направления наискорейшего возрастания и наискорейшего убывания функции нескольких переменных.
45. Производные высших порядков. Теорема о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.
46. Дифференциалы высших порядков. Форма дифференциала *n*-го порядка.

Примерные практические задания к экзамену

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{n(n+1)}$$

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням *x*

$$\frac{\operatorname{sh}2x}{x}-2$$

3. Найти dz $\qquad (3x+4y)^2-x^3-y^3$

ОС-16. Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Экстремумы функций нескольких переменных»

1. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
2. Теорема о неявной функции.
3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно.
4. Теорема о системе неявных функций. Поверхности, заданные параметрически. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной параметрически.
5. Теорема об обратном отображении.
6. Диффеоморфизмы областей и их свойства. Геометрический смысл модуля и знака якобиана диффеоморфного отображения.
7. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.

8. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала, в терминах гессиана.
9. Понятие условного экстремума функции нескольких переменных. Решение задачи на условный экстремум методом исключения переменных.
10. Лагранжиан. Решение задачи на условный экстремум методом множителей Лагранжа.
11. Наибольшие и наименьшие значения функции нескольких переменных в области. Случай задачи линейного программирования.

Раздел «Интегральное исчисление функций нескольких переменных: кратные интегралы»

12. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл по прямоугольнику как предел интегральных сумм. Необходимое условие существования двойного интеграла.
13. Верхние и нижние суммы Дарбу функции двух переменных и их свойства. Двойной интеграл как разделяющее число верхних и нижних сумм Дарбу. Достаточные условия существования двойного интеграла по прямоугольнику.
14. Свойства двойного интеграла по прямоугольнику. Двойной интеграл по произвольному ограниченному множеству. Площадь ограниченного множества как двойной интеграл.
15. Сведение двойного интеграла к повторному (случай прямоугольной области, случай области, элементарной относительно одной из осей).
16. Коэффициент изменения меры при диффеоморфном отображении. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
17. Задача о массе неоднородного тела. Тройной интеграл по параллелепипеду как предел интегральных сумм. Необходимое условие существования тройного интеграла. Тройной интеграл как разделяющее число верхних и нижних сумм Дарбу. Достаточные условия существования тройного интеграла.
18. Свойства тройного интеграла. Тройной интеграл по произвольному ограниченному телу. Объем ограниченного тела как тройной интеграл.
19. Сведение тройного интеграла к повторному (случаи параллелепипеда, области, элементарной относительно одной из осей, области, элементарной относительно одной из координатных плоскостей).
20. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Раздел «Интегральное исчисление функций нескольких переменных: криволинейные и поверхностные интегралы»

21. Задачи о массе неоднородной кривой и о работе переменной силы. Понятие криволинейного интеграла первого рода (по длине дуги). Длина дуги кривой как криволинейный интеграл. Понятие криволинейного интеграла второго рода (по координатам).
22. Свойства криволинейных интегралов первого и второго рода.
23. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана.
24. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
25. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла второго рода.
26. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоской кривой, соединяющей данные точки. Полные дифференциалы функций двух переменных и их интегрирование.
27. Понятие двусторонней поверхности. Сторона поверхности и ориентация кривых на поверхности.

28. Вычисление площади криволинейной поверхности, заданной параметрически. Случай явно заданной поверхности.
29. Понятие поверхностного интеграла первого рода (по площади поверхности). Понятие поверхностного интеграла второго рода (по координатам). Свойства поверхностных интегралов первого и второго рода.
30. Сведение поверхностных интегралов первого и второго рода к двойному интегралу. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.
31. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.
32. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур. Полные дифференциалы функций трех переменных и их интегрирование.
33. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора пространственной кривой, соединяющей данные точки.
34. Понятия скалярного и векторного поля (плоского, пространственного). Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля. Символический оператор «набла» и его свойства.
35. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля.

Раздел «Приложения интегрального исчисления функций нескольких переменных»

36. Вычисление длины дуги плоской или пространственной кривой, заданной параметрически, с помощью криволинейного интеграла первого рода. Случаи плоской кривой, заданной явно в декартовых или полярных координатах. Вычисление массы неоднородной кривой.
37. Вычисление площади плоской области с помощью двойного интеграла. Случаи криволинейной трапеции, области, элементарной относительно одной из осей, криволинейного сектора. Вычисление площади плоской области с помощью криволинейного интеграла второго рода. Вычисление массы неоднородной пластинки.
38. Вычисление площади криволинейной поверхности, заданной параметрически, с помощью поверхностного интеграла первого рода. Случай поверхности, заданной явно в декартовых координатах. Случай поверхности вращения. Вычисление площади цилиндрической поверхности с помощью криволинейного интеграла первого рода. Вычисление массы неоднородной поверхности.
39. Вычисление объема тела с помощью тройного интеграла. Случаи криволинейного цилиндра, области, элементарной относительно одной из осей, области, элементарной относительно одной из плоскостей, тела вращения. Вычисление объема тела с помощью поверхностного интеграла второго рода. Вычисление массы тела.
40. Вычисление статических моментов кривой, плоской области, криволинейной поверхности, тела. Координаты центра масс кривой, плоской области, криволинейной поверхности, тела.
41. Вычисление моментов инерции кривой, плоской области, криволинейной поверхности, тела относительно оси, относительно точки.
42. Вычисление работы переменной силы при перемещении тела вдоль кривой.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти точки экстремума функций. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-x+2y+5$

2. Вычислить

$$\iint\limits_D \left(12x^2y^2+16x^3y^3\right)dxdy;$$

$$D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$$
$$9z/2 = x^2 + y^2.$$

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

За решение задачи

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
1,3,4 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	Экзамен 64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max
2 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	120 баллов	Зачет 64 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	136 баллов max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1,3,4 семестров

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 СЕМЕСТР

Занятие1. План. Предмет математического анализа. Естествознание, как источник основных понятий математического анализа. Очерк развития математического анализа. О структуре курса математического анализа. Множества. Операции над множествами. Множества натуральных, рациональных, иррациональных, вещественных чисел. Принадлежность элементов множеству. Операции над множествами чисел.

Занятие 2. План. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Различные способы задания последовательностей. Свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Стабилизация десятичных знаков у членов последовательности, имеющей предел. Решение задач с использованием определения предела числовой последовательности. Подпоследовательности.

Занятие 3. План. Предел функции в точке и на бесконечности. Эквивалентность предела функции по Коши и по Гейне. Предел композиции функций.

Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей / и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 4. План. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 5. План. Первый замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого и второго замечательного пределов. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределённостей. Замена переменных при нахождении пределов функций.

Занятие 6. План. Предел функции на бесконечности. Бесконечный предел функции в точке и на бесконечности. Второй замечательный предел.

Занятие 7. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных в точке: непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 8. Контрольная работа.

Занятие 9. План Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

Занятие 10. План. Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Занятие 11. План. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Связь с производной. Уравнения касательной и нормали. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Занятие 12. План. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Формула Лейбница. Случай функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 13. План. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Техника нахождения пределов с использованием правила Лопиталя.

Занятие 14. План. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Представление функций e^x , sinx, cosx, $(1+x)^x$, ln(1+x) по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора.

Занятие 15. План. Асимптоты кривых. Схематическое построение графиков на основе асимптот.

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума с первой и высшими производными. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.Схема исследования функций. Проведение исследования функций и построение графиков.

Занятие 2. План. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на открытом промежутке. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение математических моделей задач.

Занятие 3. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 4. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 5. План. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Занятие 6. План. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Занятие 7. План. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных. Тригонометрические подстановки.

Занятие 8. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Занятие 9. План. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах.

Занятие 10. План. Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница.

3 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши. Простейшие операции с рядами: умножение на число, сложение.

Занятие 2. План. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения.

Занятие 3. План. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Оценка остатка ряда с помощью интегрального признака.

Занятие 4. План. Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов. Ряды с комплексными членами.

Занятие 5. План. Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Теорема о предельном переходе для равномерно сходящейся последовательности. Теоремы о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.

Занятие 6. План. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Занятие 7. План. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням x некоторых элементарных функций.

Занятие 8. План. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Вычисление пределов, решение уравнений, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 9. План. Тригонометрическая система функций. Тригонометрический ряд Фурье. Условия поточечной и равномерной сходимости ряда Фурье.

Занятие 10. План. Разложение в ряды Фурье четных и нечетных функций на $(-\pi,\pi)$, функций заданных на $(0, \pi)$ и $(-l,l)$.

Занятие 11. План. Комплексный ряд Фурье. Интеграл Фурье. Синус и косинус преобразования Фурье. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье.

Занятие 12. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Предел функции в точке. Непрерывность.

Занятие 13. План. Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Занятие 14. План. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков, их инвариантность в случае замены переменных. Формула Тейлора. Касательная и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Приложения дифференциала.

Занятие 15. План. Производные сложных функций. Неявные функции. Теорема существования и дифференцирования неявных функций. Вычисление производных неявных функций.

4 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Занятие 2. План. Условный экстремум функций нескольких переменных необходимый признак условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточный признак условного экстремума.

Занятие 3. План. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области.

Занятие 4. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области. Построение математических моделей задач.

Занятие 5. План. Двойные, тройные интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Задачи на нахождение двойных и тройных интегралов в декартовых координатах. Представление об интегралах любой кратности.

Занятие 6. План. Задачи на нахождение тройных интегралов в декартовых координатах. Замена переменных в кратном интеграле: общая и стандартная. Двойной интеграл в полярных координатах.

Занятие 7. План. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах.

Занятие 8. План. Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

Занятие 9. План. Контрольная работа.

Занятие 10. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов первого рода. Определения криволинейных интегралов. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов первого рода. Приложения криволинейных интегралов первого рода.

Занятие 11. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов второго рода. Определения криволинейных интегралов. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов второго рода. Приложения криволинейных интегралов второго рода. Формула Грина.

Занятие 12. План. Площадь поверхности, ее вычисление. Определение поверхностных интегралов. Их основные свойства и вычисление. Приложения поверхностных интегралов первого рода.

Занятие 13. План. Векторные поля. Векторные линии и векторные трубки. Поток векторного поля. Теорема Остроградского. Дивергенция, инвариантное определение, физический смысл и вычисление. Соленоидальные поля. Основные свойства.

Занятие 14. План. Линейный интеграл поля. Циркуляция. Теорема Стокса. Ротор, инвариантное определение и физический смысл.

Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Потенциальные поля, условия потенциальности. Вычисление линейного интеграла в случае потенциального поля.

Занятие 15. План. Оператор Гамильтона, его применения. Операции второго порядка, оператор Лапласа. Выражение основных операций в криволинейных координатах.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Бохан К. А. и др. Курс математического анализа: [в 2 т.] : учеб. пособие для студентов-заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Т. 1. М.: Интеграл, 2004. – 434с. (Библиотека УлГПУ)

2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие - СПб. : Профессия, 2005. - 432 с. (Библиотека УлГПУ)
3. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды – М.: Физматлит, 2009. – 400с. https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82814
4. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : Т. 1 - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2002. - 415 с. (Библиотека УлГПУ)

Дополнительная литература

1. Архипов Г. И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу: [учеб. для ун-тов и пед. вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 2000. - 694 с. (Библиотека УлГПУ)
2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. - М. : АСТ : Астрель, 2003. - 558 с.
М. : АСТ : Астрель, 2004. - 558 с. (Библиотека УлГПУ)
3. Ильин В. А. , Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I . – М.: Физматлит, 2009. –647 с.
ttps://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=76686
4. Марон И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной : учеб. пособие для вузов / - 3-е изд., стер. - СПб. и др. : Лань, 2008. – 398 с. (Библиотека УлГПУ)
5. Мордкович А. Г.; Солодовников А.С. Математический анализ. - М. :Вербум-М, 2000. - 415 с. (Библиотека УлГПУ)
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I. - 8-е изд. - М. :Физматлит : Лаборатория знаний, 2003. - 679 с. (Библиотека УлГПУ)
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. - 8-е изд. - М. :Физматлит : Лаборатория знаний, 2003. - 863 с. (Библиотека УлГПУ)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000