

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе С.Н. Титов

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Программа учебной дисциплины
Модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Макеева О.В., к.ф.-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-
математического и технологического образования, протокол от
« 26 » мая 2023 г. № 5

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Стохастические динамические системы» является дисциплиной по выбору и относится к Модулю специальных разделов предметной области Части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Процесс освоения дисциплины использует результаты изучения учебных дисциплин «Математический анализ», «Методы математической обработки данных», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Результаты освоения дисциплины необходимы для прохождения практики Научно-исследовательская работа Модуля учебно-исследовательская и проектная деятельность Предметно-методического модуля по профилю "Математика" Обязательной части Блока 2. Практики; для Подготовки к сдаче и сдачи государственного экзамена и Выполнения и защиты выпускной квалификационной работы Блока 3. Государственная итоговая аттестация.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины является подготовка бакалавра к профессиональной деятельности педагога образовательной организации. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике на различных ступенях образования.

Задачей освоения дисциплины является формирование целостного представления о стохастической природе окружающего мира, изучение специфических закономерностей случайных явлений, овладение вероятностно-статистическими методами обработки информации; формирование и развитие компетенций будущего учителя математики в теории и практике стохастического моделирования явлений.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
<p>УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</p> <p>УК 1.2 – Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p>	<p>ОР-1. Знает конструкции и схемы метода стохастического моделирования в математике.</p>	<p>ОР-2. Умеет интерпретировать процессии и результаты применения метода стохастического моделирования.</p>	
<p>ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.</p> <p>ПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>	<p>ОР-3. Знает примеры применения вероятностных моделей для решения учебных исследовательских задач.</p>	<p>ОР-4. Умеет использовать возможности вероятностных моделей для решения учебных исследовательских задач.</p>	

<p>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.</p> <p>ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).</p>	<p>ОР-5. Знает о прикладном характере вероятностных моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся.</p>	<p>ОР-6. Умеет использовать прикладной характер вероятностных моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся.</p>	
---	---	--	--

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия					Форма промежуточной аттестации
			Лекции, час	Практические занятия, час	В том числе практическая подготовка, час	Лабораторные занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Зач. ед.	Часы						
9	3	108	18	30	-	-	33	27 экзамен
Итого:	3	108	18	30	-	-	33	27 экзамен

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
9 семестр					
1.	Моделирование случайных событий и случайных величин	6	10	-	10
2.	Моделирование систем массового обслуживания	6	10	-	11
3.	Моделирование управления запасами	6	10	-	12
	Итого	18	30	-	33

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Моделирование случайных событий и случайных величин.

Исследование операций как метод принятия оптимальных решений на основе математического моделирования. Основные понятия исследования операций (операция, решение, оптимальное решение, элемент решения).

Имитационное моделирование как пример математического моделирования. Алгоритм метода имитационного моделирования (формулировка цели, разработка концепции построения модели, построение модели в виде схемы или алгоритма расчетов, составление методики разработки результатов имитационных экспериментов, разработка программного обеспечения проведения имитационных экспериментов, проведение расчетов, анализ и обобщение результатов моделирования). Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и его использование при вычислении интегралов (обычный / геометрический алгоритм).

Моделирование единичного случайного события. Моделирование полной группы несовместных событий. Моделирование дискретной случайной величины. Моделирование непрерывной случайной величины.

Раздел 2. Моделирование систем массового обслуживания.

Система массового обслуживания и процесс ее работы. Предмет теории массового обслуживания. Одноканальные и многоканальные СМО. СМО с отказами и с очередью. Процесс работы СМО.

Поток событий. Интенсивность потока. Регулярные потоки. Стационарные потоки. Поток без последствия. Ординарный поток. Простейший (стационарный пуассоновский) поток событий. Показательное распределение интервала времени между двумя соседними произвольными событиями простейшего потока. Граф состояний. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Предельные вероятности состояний.

Имитационное моделирование систем массового обслуживания. Моделирование неперекрывающихся заявок и анализ систем с постоянным шагом. Алгоритм последовательной проводки заявок (моделирование перекрывающихся заявок). Алгоритм поэтапной последовательной проводки заявок (моделирование перекрывающихся заявок разного приоритета). Алгоритм обслуживания заявок в условиях отказов.

Раздел 3. Моделирование управления запасами.

Основные понятия теории управления запасами (спрос, пополнение склада, объем заказа, время доставки, стоимость поставки, издержки хранения, штраф за дефицит, издержки хранения, номенклатура запаса, структура складской системы).

Моделирование управления запасами и разновидности моделей (статическая / динамическая, детерминированная / стохастическая).

Имитационное моделирование систем управления запасами.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

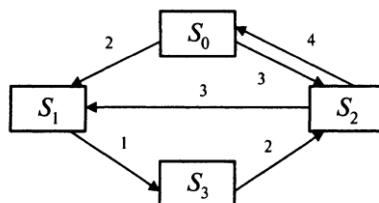
Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения проверочных и лабораторных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

ОС-8 Итоговая контрольная работа / Реферат

Примерное содержание итоговой контрольной работы

1. Случайный процесс определяется формулой $X(t) = Xe^{-t} (t > 0)$, где X – случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами a и σ^2 . Найдите математическое ожидание, дисперсию, корреляционную функцию и нормированную корреляционную функцию случайного процесса.
2. Пассажир выходит на остановку автобуса в некоторый момент времени, никак не связанный с расписанием движения. Автобусы следуют друг за другом регулярно с интервалом времени длины l . Найти закон распределения времени T , которое придется пассажиру ждать автобуса, и выразить его характеристики через интенсивность потока автобусов λ .
3. Постройте граф состояний системы S , представляющей собой лампочку, которая в случайный момент времени либо включена, либо выключена, либо выведена из строя.
4. Найдите предельные вероятности для системы S по графу состояний.



5. Рассматривается круглосуточная работа пункта профилактического осмотра автомашин с одним каналом (группой проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 ч. На осмотр поступает в сутки в среднем 36 машин. Потоки заявок и обслуживаний - простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра не застает канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определите предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания пункта профилактического осмотра.
6. Рассматривается круглосуточная работа пункта профилактического осмотра автомашин с $n=4$ каналами (группами проведения осмотра). На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,5 ч. На осмотр поступает в сутки в среднем 36 машин. Потоки заявок и обслуживаний - простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Найдите минимальное число каналов, при котором относительная пропускная способность пункта осмотра будет не менее 0,9.

Примерный перечень тем рефератов

1. Вероятностные модели в страховании.
2. Задачи и методы дисперсионного анализа.
3. Информация и энтропия.

4. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
5. Мартингалы и их применение.
6. Нелинейная регрессия.
7. Производящие и характеристические функции и их применение.
8. Процессы гибели и размножения.
9. Теоремы о случайных блужданиях на решетке.
10. Цепи Маркова и их применения.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, итоговой контрольной работы / реферата. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	<p style="text-align: center;">Оценочные средства для текущей аттестации</p> <p>ОС-1 Индивидуальное / групповое задание ОС-2 Индивидуальное / групповое задание ОС-3 Индивидуальное / групповое задание ОС-4 Индивидуальное / групповое задание ОС-5 Индивидуальное / групповое задание ОС-6 Индивидуальное / групповое задание ОС-7 Индивидуальное / групповое задание ОС-8 Итоговая контрольная работа / Реферат</p>	<p>ОР-1. Знает конструкции и схемы метода стохастического моделирования в математике. ОР-2. Умеет интерпретировать процессы и результаты применения метода стохастического моделирования. ОР-3. Знает примеры применения вероятностных моделей для решения учебных исследовательских задач. ОР-4. Умеет использовать возможности вероятностных моделей для решения учебных исследовательских задач. ОР-5. Знает о прикладном характере вероятностных моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-6. Умеет использовать прикладной характер вероятностных моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся.</p>
2.	Оценочные средства	

	для промежуточной аттестации	
	ОС-9 Экзамен в форме устного собеседования / Итоговый тест	

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

Студент не подготовился к тесту и отвечает на вопросы наугад. К каждому вопросу дано четыре варианта ответа, один из которых правильный. Поэтому вероятность P того, что студент отгадает правильный ответ, равна 0,25. Напишите алгоритм для определения количества правильных ответов, которые дал студент, если в тесте всего 90 вопросов.

Задача 2.

Вероятность P_A покупки бракованного товара в магазине равна 0,07. Напишите алгоритм, определяющий количество проданного бракованного товара для $N=200$ покупателей. Какое произойдет событие, если для одного из покупателей $z = 0,15$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

Задача 3.

Два игрока бросают по очереди монету. Вероятность выпадения «Герба» равна 0,5. Напишите алгоритм для определения победителя, если выигрывает тот игрок, у кого первого выпал «Герб».

Задача 4.

Вероятность P_1 заболевания человеком простудой равна 0,6. В том случае, если человеку сделали прививку, то вероятность уменьшается до $P_2=0,2$. Напишите алгоритм для определения, на сколько человек уменьшилось число больных благодаря прививке, если рассматривается $N=90$ человек.

ОС-2 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

Рассматривается процесс производства $N=100$ изделий. Вероятность изготовления бракованной продукции равна 0,3. При этом вероятность P_1 того, что бракованное изделие будет подлежать ремонту, равна 0,1. В этом случае дополнительные затраты фирмы составят $Y_1=100$ руб. Вероятность P_2 того, что бракованное изделие будет использовано в качестве запасных частей, равна 0,15. В этом случае дополнительные затраты фирмы составят $Y_2=150$ руб. Вероятность P_3 того, что бракованное изделие будет переработано, равна 0,05. Затраты фирмы при этом составят $Y_3=200$ руб. Напишите алгоритм для определения затрат фирмы, связанных с выпуском бракованной продукции.

Задача 2.

Процентная ставка i банка равна 11%. Вероятность P_1 увеличения годовой ставки процента в начале следующего года равна 0,2. В этом случае значение ставки процента будет равно 12% ($i_1=12\%$). Вероятность P_2 уменьшения годовой ставки процента в банке равна 0,2. В этом случае значение ставки процента будет равно 10% ($i_2=10\%$). Напишите алгоритм определения величины процентной ставки для $N=10$ случайных реализаций. Какое произойдет событие, если для одной случайной реализации $z = 0,10$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

Задача 3.

Спрос на товар в магазине составляет 100 шт. в день ($S=100$ шт. в день). В связи с открытием поблизости нового магазина ожидается снижение спроса: с вероятностью $P_1=0,2$ – на 20 шт. в день, с вероятностью $P_2=0,4$ – на 30 шт. в день, с вероятностью $P_3=0,4$ – на 10 шт. в день. Напишите алгоритм определения новой величины спроса и его суммарного значения за 30 дней. Какое произойдет событие, если для одного дня $z = 0,45$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

Задача 4.

Клиент экскурсионной фирмы с вероятностью $P_1=0,2$ отправится на обзорную экскурсию по городу, с вероятностью $P_2=0,4$ посетит музеи города, с вероятностью $P_3=0,1$ – храмы города, с вероятностью $P_4=0,2$ откажется от услуг фирмы. Напишите алгоритм для определения наиболее популярного вида экскурсий за месяц, если известно, что за это время в фирму обратится $N=100$ человек. Какое произойдет событие, если для одного клиента $z = 0,62$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

ОС-3 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

Случайная величина X ежегодного сбора урожая имеет дискретный закон распределения (P - вероятность)

X	60	65	70	75	80	85
P	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,1

Напишите алгоритм для определения общей величины собранного урожая за 10 лет.

Чему равна величина сбора, если для одного года $z = 0,72$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

Задача 2.

Случайная величина X объема доставленной на склад партии товара имеет дискретный закон распределения (P - вероятность)

X	100	105	110
P	0,2	0,7	0,1

Стоимость доставки единицы товара равна 10 руб. Напишите алгоритм для расчета годовых издержек заказа, если фирма осуществляет 1 заказ на доставку в месяц.

Чему равна величина объема партии, если для одного заказа $z = 0,50$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

Задача 3.

Рейсовый автобус осуществляет перевоз людей из пункта «А» в пункт «Б». Случайная величина X человек в автобусе имеет дискретный закон распределения (P - вероятность)

X	50	45	40	35	30
P	0,1	0,1	0,6	0,1	0,1

Напишите алгоритм для определения общей выручки за месяц, если цена проезда составляет 30 руб., а число рейсов равно 10.

Задача 4.

Ежемесячный доход X от инвестиционного проекта является случайной величиной, которая имеет дискретный закон распределения (P - вероятность)

X	10000	10500	11000	12000	13000	14000	15000
P	0,05	0,15	0,1	0,4	0,2	0,05	0,05

Напишите алгоритм для определения общей величины дохода за два года.

Чему равна величина дохода за месяц, если для одного месяца $z = 0,14$ (z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$)?

ОС-4 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

В кинотеатре ежедневно проводится три сеанса: утренний, дневной и вечерний. Число зрителей является случайной величиной с нормальным законом распределения. Средние значения $M_1=50$, $M_2=100$, $M_3=150$ человек для утреннего, дневного и вечернего сеансов соответственно. Среднее квадратическое отклонение равно 7 человек (одинаково для всех сеансов). Напишите алгоритм для определения выручки за месяц, если цена билета на утренний сеанс равна 50 руб., дневной - 60 руб., вечерний -120 руб.

Задача 2.

В фирме работает менеджер. В течение дня он уходит на обеденный перерыв, равный 1 часу, а также уезжает по делам в другие организации. Время, которое он проводит в разъездах в течение дня, является случайной величиной с равномерным законом распределения. Границы интервала: $a=3$ часа, $b=5$ часов. Напишите алгоритм для определения общего времени отсутствия работника на рабочем месте за 30 дней.

Задача 3.

Случайная величина времени доставки товара на склад распределена равномерно на интервале $(5,10)$ (дней). Напишите алгоритм определения количества поставок, время которых превысило 5,5 дня, если всего рассматривается 120 поставок. Чему равно время доставки товара, если для одной поставки $z=0,14$, z - случайная величина, распределенная равномерно на интервале $(0,1)$?

Задача 4.

Случайная величина времени разгрузки судов у причала распределена по нормальному закону со средним значением $M=6$ (час.), средним квадратическим отклонением $\sigma=0,2$. Напишите алгоритм для определения среднего времени разгрузки судна за $N=100$ случайных реализаций. Чему равно время разгрузки, если величина η для одной реализации, используемая при моделировании случайной величины с нормальным распределением равна 0,42?

ОС-5 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

В отделение скорой помощи поступает простейший поток вызовов с интенсивностью $\lambda=2,6$ вызова в час. Найдите вероятность того, что за 3 часа

- не поступит ни одного вызова;
- поступит не менее двух вызовов;
- поступит три вызова;
- поступит меньше пяти вызовов.

Задача 2.

На остановку поступает поток пассажиров с интенсивностью $\lambda=3$ человека в минуту. Определите

- среднее число пассажиров за час;
- вероятность того, что в течение 10 минут не придет ни один пассажир;
- вероятность того, что за 5 минут придет более 30 пассажиров.
- математическое ожидание времени между двумя пассажирами.

Задача 3.

В Интернет-кафе работает 3 компьютера. Если посетитель приходит в тот момент, когда заняты все компьютеры, то он уходит из Интернет-кафе. Интенсивность λ посетителей составляет 2 заявки в час, время обслуживания $\bar{t}_{об}$ равно 0,5 часа. Найти оптимальное число ЭВМ, если условием оптимальности считать удовлетворение в среднем из каждых 100 заявок не менее 80.

Задача 4.

Утром, открывая магазин, четыре продавца заключили следующий спор. Один из них сказал, что в течение ближайших полчаса не будет ни одного клиента, второй – что придет один или два, третий сказал, что придет четыре покупателя, а четвертый – как минимум пять. Оцените шансы на выигрыш каждого продавца, если входной поток клиентов является пуассоновским с интенсивностью $\lambda = 5$ человек в час.

ОС-6 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

Ожидается приезд трех автомашин на склад под разгрузку. Примем время приезда первой машины за начало отсчета. Вторая машина приедет через T_1 ч., третья – через T_2 ч. Допустим, что первую машину разгружали τ_1 ч, вторую - τ_2 ч., третью - τ_3 ч.

Пусть $\tau_1 = 1,4$, $\tau_2 = 1$, $\tau_3 = 1,2$;

$T_1 = 1$, $T_2 = 1,2$.

Рассмотрите события данной системы (приезд машины, начало и завершение разгрузки, помещение в очередь). Чему равно суммарное время ожидания обслуживания?

Задача 2.

Ожидается приезд четырех автомашин на склад под разгрузку. Примем время приезда первой машины за начало отсчета. Вторая машина приедет через T_1 ч., третья – через T_2 ч., а четвертая – через T_3 ч. Допустим, что первую машину разгружали τ_1 ч, вторую - τ_2 ч., третью - τ_3 ч., а четвертую - τ_4 ч.

Пусть $\tau_1 = 1,1$, $\tau_2 = 0,9$, $\tau_3 = 1$, $\tau_4 = 0,8$;

$T_1 = 1$, $T_2 = 1,2$; $T_3 = 0,5$.

Рассмотрите события данной системы (приезд машины, начало и завершение разгрузки, помещение в очередь). Расположите их на временной оси. Осуществите последовательную проводку заявок. Чему равно время окончания обслуживания четвертой заявки?

Задача 3.

После выбора товара в магазине клиенты направляются к кассе. Примем время поступления первого клиента к узлу расчета за начало отсчета. Вторым клиент придет через T_1 ч., третий – через T_2 ч., а четвертый – через T_3 ч. Допустим, что первого клиента обслуживали τ_1 ч., второго - τ_2 ч., третьего - τ_3 ч., а четвертого - τ_4 ч.

Пусть $\tau_1=0,7$, $\tau_2=0,4$, $\tau_3=0,3$, $\tau_4=0,6$;

$T_1=1,3$, $T_2=1$; $T_3=0,9$.

Рассмотрите события данной системы. Расположите их на временной оси. Проанализируйте состояния системы через промежутки времени с шагом $\Delta T=0,5$. Будут ли обнаружены все заявки?

Задача 4.

Автомастерская занимается ремонтом автомобилей. Примем время приезда первой машины за начало отсчета. Вторая машина приедет через T_1 дн., третья – через T_2 дн. Допустим, что первую машину отремонтировали τ_1 дн., вторую - τ_2 дн., третью - τ_3 дн.

Пусть $\tau_1=1$, $\tau_2=1,5$, $\tau_3=1,6$;

$T_1=0,7$, $T_2=1,2$.

Рассмотрите события данной системы (приезд машины, начало и завершение ремонта, помещение в очередь). Чему равно среднее время пребывания машины в системе?

Примечание. Время пребывания заявки в системе равно сумме времени ожидания и времени обслуживания.

ОС-7 Индивидуальное / групповое задание

Задача 1.

Потребность сборочного предприятия в деталях некоторого типа составляет 100000 деталей в год, причем эти детали расходуются в процессе производства равномерно и непрерывно. Детали заказываются раз в год и поставляются партиями одинакового объема, указанного в заказе. Хранение детали на складе стоит 0,2 ден.ед. в сутки, а поставка партии – 5000 ден.ед. задержка производства из-за отсутствия деталей недопустима. Определить интенсивность расхода запаса в день, наиболее экономичный объем партии, интервал между поставками, которые нужно указать в заказе (предполагается, что поставщик не допускает задержки поставок), число партий.

Задача 2.

Для производства изделий предприятию требуется 150000 деталей в год. Расход этих деталей происходит равномерно и непрерывно в процессе производства. Детали заказываются раз в год и поставляются партиями одинакового объема. Затраты на хранение детали на складе за месяц равны 10 ден.ед., а поставка партии стоит 7000 ден.ед. Задержка производства из-за отсутствия деталей недопустима. Определить наиболее экономичный объем партии, интервал между поставками, которые нужно указать в заказе (предполагается, что поставщик не допускает задержки поставок), общие расходы и относительное изменение суммарных затрат при объеме заказываемых партий 6000 деталей.

Задача 3.

Фирма занимается продажей товара со склада. Годовой спрос составляет 20000 шт. На склад товар поставляется партиями одинакового объема, стоимость доставки одной партии равна 140 ден. ед., стоимость хранения единицы составляет 30 ден. ед. в год. Определите наиболее экономичный объем партии, интервал между поставками, которые нужно указать в заказе (задержка поставок не предусматривается), число заказываемых партий, общие годовые расходы фирмы.

Задача 4.

Кафе закупает картофель в начале месяца для приготовления блюд. Ежемесячный расход картофеля составляет 50 кг. Стоимость доставки партии товара равна 15 ден.ед. Стоимость хранения одного килограмма картофеля составляет 1 ден.ед. в день. Определите расходы ежемесячные расходы кафе. Рассчитайте оптимальный объем партии товара и сравните полученное значение ежемесячных расходов с существующими.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-9 Экзамен в форме устного собеседования

Программа экзамена

Раздел 1. Моделирование случайных событий и случайных величин.

1. Основная задача исследования операций.
2. Основные понятия исследования операций (операция, решение, оптимальное решение, элемент решения).
3. Имитационное моделирование как пример математического моделирования.
4. Алгоритм метода имитационного моделирования.
5. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).
6. Моделирование единичного случайного события.
7. Моделирование полной группы несовместных событий.
8. Моделирование дискретной случайной величины.
9. Моделирование непрерывной случайной величины.

Раздел 2. Моделирование систем массового обслуживания.

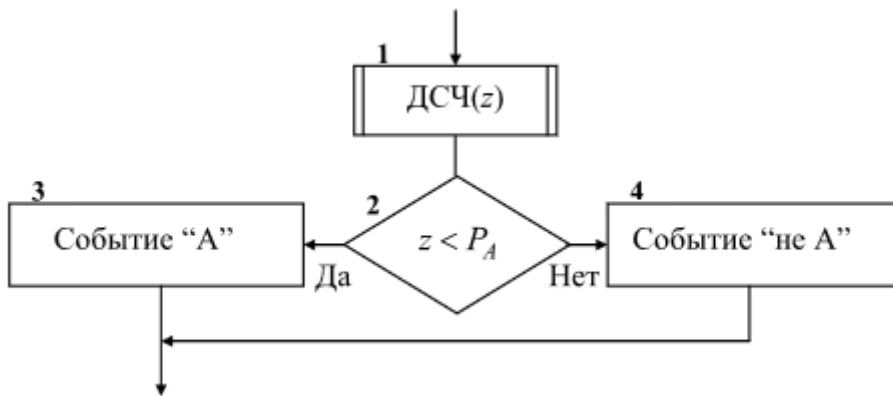
10. Предмет теории массового обслуживания.
11. Система массового обслуживания и процесс ее работы.
12. Одноканальные и многоканальные СМО.
13. СМО с отказами и с очередью.
14. Поток событий. Интенсивность потока. Регулярные потоки. Стационарные потоки. Поток без последствия. Ординарный поток.
15. Простейший (стационарный пуассоновский) поток событий. Показательное распределение интервала времени между двумя соседними произвольными событиями простейшего потока.
16. Граф состояний. Уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Предельные вероятности состояний.
17. Имитационное моделирование систем массового обслуживания.

Раздел 3. Моделирование управления запасами.

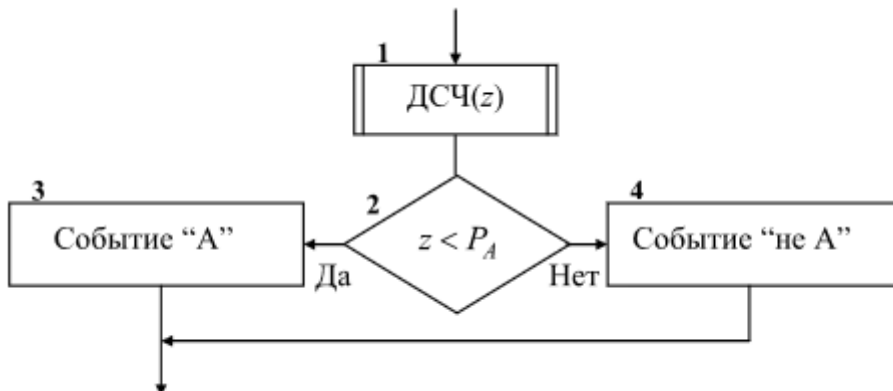
18. Основная задача управления запасами.
19. Основные понятия теории управления запасами.
20. Моделирование управления запасами.
21. Имитационное моделирование систем управления запасами.

ОС-9 Итоговый тест

1. Пусть z – случайная величина, которая распределена равномерно на интервале $(0; 1)$. Вероятность P_A определяет вероятность попадания этой величины в интервал...
А. $(P_A; 1)$;
Б. $(0; P_A)$;
В. $[P_A; 1]$;
Г. $[0; P_A]$.
2. В схеме алгоритма моделирования простого случайного события блок 1 - ДСЧ (z) обозначает случайную величину...

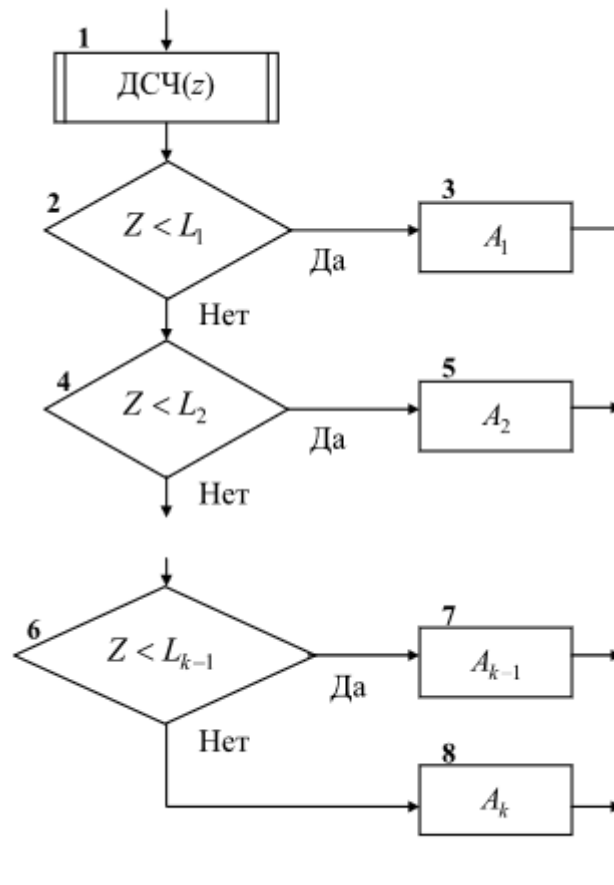


- А. распределенную по показательному закону;
Б. распределенную нормально;
В. распределенную равномерно на интервале $(a; b)$;
Г. равномерно распределенную на интервале $(0; 1)$.
3. В схеме алгоритма моделирования простого случайного события $P_A = 0,7$. Реализация алгоритма пройдет через блок 3, если ...



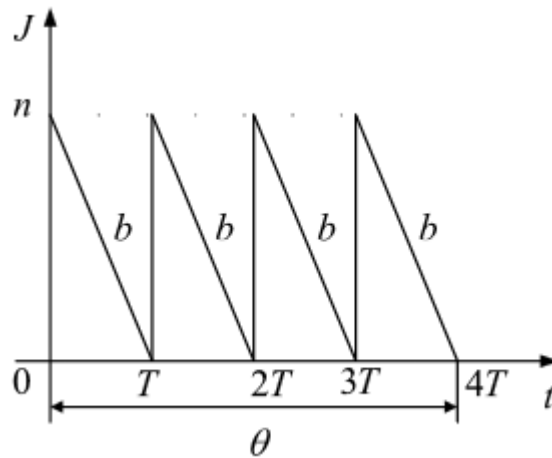
- А. $z \in (0,6; 0,8)$;
Б. $z \in (0,5; 0,7)$;
В. $z \in (0,7; 0,9)$;
Г. $z \in (-\infty; 0,7)$.

4. Предложенная схема реализует алгоритм моделирования...



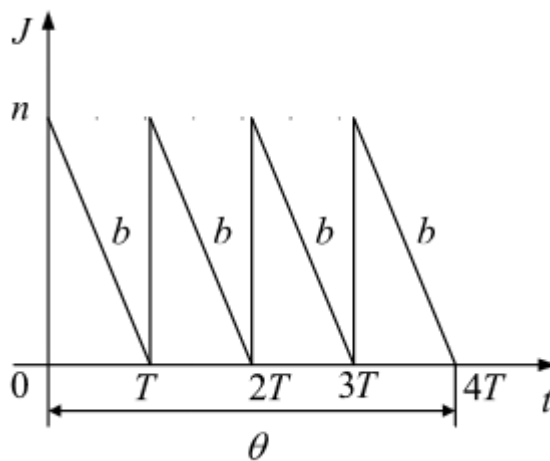
- А. неполной группы совместных событий;
- Б. полной группы несовместных событий;
- В. неполной группы несовместных событий;
- Г. полной группы совместных событий.

5. В мастерскую по ремонту обуви поступает простейший поток заказов на ремонт с интенсивностью $\lambda = 1,1$ заказа в час. Определите среднее число заказов за 8-ми часовой рабочий день.
6. В магазине работает один продавец. Интенсивность потока покупателей равна λ покупателей в час. Охарактеризуйте магазин как СМО: опишите узлы обслуживания и очередь.
7. Граф состояний используют для наглядного представления СМО с ... состояниями.
8. Граф состояний является ориентированным / неориентированным графом.
9. Процесс работы СМО представляет собой случайный процесс с ... временем.
10. В статической модели управления запасами без дефицита предполагается, что спрос является ... с постоянной интенсивностью, время доставки равно ..., а пополнение осуществляется мгновенно через заданные промежутки времени.
11. На рисунке представлена ...



- А. динамическая модель управления запасами без дефицита;
- Б. статическая модель управления запасами с дефицитом;
- В. динамическая модель управления запасами с дефицитом;
- Г. статическая модель управления запасами без дефицита.

12. На изображении модели управления запасами буквой Т обозначили...



- А. время хранения;
- Б. время доставки;
- В. время пополнения;
- Г. промежутки времени между пополнениями.

Ответы к итоговому тесту

Номер задания	Вариант ответа	Номер задания	Вариант ответа
1	Б	7	дискретными
2	Г	8	непрерывным
3	Б	9	ориентированным
4	Б	10	непрерывным нулю
5	9	11	Г

6	одноканальная с бесконечной очередью	12	Г
---	---	----	---

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен	Итоговая сумма баллов
1×9 = 9	1×15 = 15	212	64	300

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300 баллов
«хорошо»	211-270 баллов
«удовлетворительно»	151-210 баллов
«неудовлетворительно»	0-150 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение

работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1. Моделирование единичного случайного события

Материал для освоения

1. Случайное событие.
2. Вероятность случайного события.
3. Случайная величина и ее закон распределения.
4. Непрерывная случайная величина.
5. Равномерно распределенная случайная величина.
6. Датчик случайных чисел, равномерно распределенных на интервале $(0; 1)$.
7. Алгоритм моделирования простого случайного события.
8. Блок-схема алгоритма моделирования простого случайного события.

Занятие 2. Моделирование полной группы несовместных событий

Материал для освоения

1. Совместные и несовместные случайные события.
2. Полная группа несовместных случайных событий.
3. Свойство вероятностей несовместных случайных событий, образующих полную группу.
4. Алгоритм моделирования полной группы несовместных случайных событий.
5. Блок-схема алгоритма моделирования полной группы несовместных случайных событий.

Занятие 3. Моделирование дискретных случайных величин

Материал для освоения

1. Дискретная случайная величина.
2. Закон распределения дискретной случайной величины.
3. Графическое представление закона распределения дискретной случайной величины.
4. Алгоритм моделирования возможных значений дискретной случайной величины как полной группы несовместных случайных событий.
5. Блок-схема алгоритма моделирования дискретной случайной величины.

Занятие 4-5. Моделирование непрерывных случайных величин

Материал для освоения

1. Непрерывная случайная величина.
2. Плотность вероятности и функция распределения непрерывной случайной величины.
3. Графики плотности вероятности и функции распределения непрерывной случайной величины.
4. Моделирования случайной величины, распределенной по показательному закону на основе случайной величины, равномерно распределенной на интервале $(0; 1)$.
5. Моделирования случайной величины, распределенной равномерно на интервале (a, b) на основе случайной величины, равномерно распределенной на интервале $(0; 1)$.
6. Моделирования случайной величины, распределенной по нормальному закону на основе случайной величины, равномерно распределенной на интервале $(0; 1)$.

7. Моделирования случайной величины, распределенной по усеченному нормальному закону на основе случайной величины, равномерно распределенной на интервале (0; 1).

Занятие 6-7. Системы массового обслуживания

Материал для освоения

1. Системы массового обслуживания, их элементы и характеристики.
2. Поток заявок и его характеристики: случайный, детерминированный, пуассоновский.
3. Очередь обслуживания и ее характеристики: ограниченной / неограниченной длины, дисциплина очереди; СМО без очереди.
4. Средства обслуживания и их характеристик: одноканальная / многоканальная СМО, однофазная / многофазная СМО, детерминированное / случайное время обслуживания в СМО. Замкнутые СМО.
5. Показатели эффективности СМО: среднее время в очереди, средняя длина очереди, среднее время обслуживания, среднее число клиентов в СМО.
6. Случайный процесс. Марковский случайный процесс.
7. СМО как случайный процесс с дискретными состояниями, непрерывным временем, без последствия.
8. Граф состояний СМО.
9. Уравнение Колмогорова для вычисления предельных вероятностей графа состояний СМО.
10. Процесс гибели и размножения.

Занятие 8-9-10. Имитационное моделирование СМО

Материал для освоения

1. Моделирование неперекрывающихся заявок и анализ системы с постоянным шагом.
2. Алгоритм последовательной проводки заявок (моделирование перекрывающихся заявок).
3. Алгоритм поэтапной последовательной проводки заявок (моделирование перекрывающихся заявок разного приоритета).
4. Моделирование обслуживания заявок в условиях отказов.

Занятие 11-12. Моделирование управления запасами

Материал для освоения

1. Изучение основных понятий теории управления запасами (спрос, пополнение склада, объем заказа, время доставки, стоимость поставки, издержки хранения, штраф за дефицит, издержки хранения, номенклатура запаса, структура складской системы).
2. Моделирование управления запасами: статическая модель.
3. Моделирование управления запасами: динамическая модель.

Занятие 13-14. Моделирование управления запасами

Материал для освоения

1. Изучение основных понятий теории управления запасами (спрос, пополнение склада, объем заказа, время доставки, стоимость поставки, издержки хранения, штраф за дефицит, издержки хранения, номенклатура запаса, структура складской системы).
2. Моделирование управления запасами: детерминированная модель.
3. Моделирование управления запасами: стохастическая модель.
4. Имитационное моделирование систем управления запасами

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Новиков, А. И. Исследование операций в экономике : учебник / А. И. Новиков. – 3-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2022. – 352 с. : ил., табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=622062>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-04810-4. – Текст : электронный.
2. Мицель, А. А. Сборник задач по имитационному моделированию экономических процессов : учебное пособие : [16+] / А. А. Мицель, Е. Б. Грибанова ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : ТУСУР, 2016. – 218 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480884>. – Библиогр.: с. 207. – ISBN 978-5-86889-358-2. – Текст : электронный.
3. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций : учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 7-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2019. – 398 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573373>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-394-02736-9. – Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Балдин, К. В. Математические методы и модели в экономике : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; ред. К. В. Балдин. – 2-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 328 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=103331>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-0313-7. – Текст : электронный.
2. Вентцель (И. Грекова), Е. С. Введение в исследование операций / Е. С. Вентцель (И. Грекова). – Москва : Советское радио, 1964. – 392 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473745>. – Текст : электронный.
3. Гладких, Б. А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики : учебное пособие / Б. А. Гладких. – Томск : Издательство НТЛ, 2009. – Часть 1. Введение в исследование операций. Линейное программирование. – 200 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200774>. – ISBN 978-5-89503-410-1. – Текст : электронный.

Программные продукты

1. Microsoft Office Word
2. Microsoft Office Excel
3. Microsoft Office Power Point

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Профиль: Математика. Экономика
Рабочая программа Стохастические динамические системы
Составитель: О.В. Макеева – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Экономика» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители Макеева О.В. Макеева (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики «23» мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой

И.В. Столярова 23.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой
Сотрудник библиотеки

Ю.Б. Марсакова 18.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования «26» мая 2023г., протокол № 5

Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

Громова Е.М. Громова 26.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата