Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«___» _____ 2021 г.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В., к.б.н., доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Оптимальное управление организационными системами» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках курсов «Теоретический и прикладной математический анализ», «Теория вероятностей с элементами теории случайных процессов», «Экономико-математические модели», «Динамические системы в экономике».

Результаты изучения дисциплины являются теоретической и методологической основой для изучения спецкурсов по математике и экономике, для прохождения практик и итоговой аттестации.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения данной дисциплины является формирование представлений о применении математических методов для решения содержательных оптимизационных задач в предметной области «Экономика и управление», развитие умений, связанных с математическим моделированием и интерпретацией моделей.

Задачами освоения дисциплины являются:

- овладение студентами основами теории оптимального управления как математической дисциплины, осознание её взаимосвязей с классическим математическим анализом, теорией дифференциальных уравнений, теорией разностных уравнений;
- освоение методов анализа различных моделей управления средствами математики;
- продолжение формирования навыков математического моделирования и интерпретации моделей на примере приложений математики в экономике и социальной сфере;
- продолжение формирования навыков самостоятельного изучения отдельных фрагментов математических дисциплин;
- формирование представлений о возможностях применения экономический приложений математики при изучении курса математики в среднем образовании (в классах различных профилей, в среднем профессиональном образовании).

В результате освоения программы бакалавриата должны быть достигнуты следующие результаты обучения по дисциплине «Оптимальное управление организационными системами» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования компетенции)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций ИПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.	ОР-1 Знает структуру задач оптимизации, виды задач оптимизации в зависимости от особенностей математической структуры допустимого множества; понимает специфику задач теории оптимального управления, имеет представление об основных подходах к их решению	ОР-2 Умеет выделять и анализировать математические структуры, возникающие как модели задач оптимизации, в частности, в экономике и социальной сфере	

ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения). ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач	ОР-3 Знает основные типы динамических моделей экономических и социальных процессов, основные принципы постановки и решения задач оптимального управления процессами	ОР-4 Умеет применять изученные подходы к решению задач теории оптимального управления при анализе производственных и организационных процессов, в т.ч. выделять и решать задачи, доступные учащимся старших классов	
ИПК-14.3. Владеет междисциплинарными методами и подходами к решению научных и практических задач, методами моделирования в междисциплинарных и смежных областях		ОР-5: умеет строить математические модели экономических и социальных процессов, выбирать модели, соответствующие постановке проблемы, анализировать адекватность моделей	ОР-6: владеет компьютерными инструментами анализа моделей, приёмами интерпретации результатов анализа математической модели на языке исходной проблемы

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
8	2	72	12	20	-	40	зачёт
Итого:	2	72	12	20	-	40	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
8 семестр				
Основы теории оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина и принцип Беллмана	4	4		10
Основные типы динамических моделей в экономике и теории управления	2	6		10
Линейные модели межотраслевого баланса и многоступенчатого управления. Экономическая интерпретация принципа максимума	4	4		10
Примеры нелинейных моделей баланса и управления. Вариационные задачи. Вариационные неравенства и их применение	2	6		10
Итого за 8 семестр	**12**	**20**	**-**	**40**
Всего по дисциплине:	**12**	**20**	**-**	**40**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса(8 семестр)

Тема 1. Основы теории оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина и принцип Беллмана

История задач вариационного исчисления и оптимального управления. Примеры постановки задач теории оптимального управления детерминированными и стохастическими динамическими системами в технике и в экономике. Основная идея динамического программирования, принцип Беллмана. Классы оптимизационных задач, к которым применим метод динамического программирования, алгоритм решения задачи методом динамического программирования. Пример: задача об оптимальном распределении инвестиций (дискретный и континуальный вариант). Принцип максимума Понтрягина и примеры его применения.

Тема 2. Основные типы динамических моделей в экономике и теории управления

Математическая модель естественного роста (модель акселератора): дискретный и континуальный варианты, управляемые переменные. Модели естественного роста с учётом насыщения: модель Харрода-Домара, модель Ферхюльста; управляемые переменные. Безлаговые многошаговые модели. Динамическая модель Леонтьева. Понятие о жёстких и мягких детерминированных динамических моделях процессов. Модель Солоу. Понятие о дифференциальных уравнениях с запаздыванием как моделях экономических и социальных процессов. Регрессионные и авторегрессионные модели. Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, уравнения Комогорова для марковских цепей.

Тема 3. Линейные модели межотраслевого баланса и многоступенчатого управления. Экономическая интерпретация принципа максимума

Простейшая модель многоступенчатого управления и её элементарный анализ. Простейшая модель управления продуктивностью экономической системы (модель оптимального отлова), постановка проблемы устойчивости управляемой системы. Модели межотраслевого баланса и экономический рост: разложение резольвенты в ряд Неймана, экономическая интерпретация двойственности, экономический смысл принципа максимума Понтрягина. Оптимальный график кусочно-линейного инвестирования. Паутинообразная модель рынка, модель Самуэльсона-Хикса: управляемые переменные, обратные задачи и применение динамического программирования.

Тема 4. Примеры нелинейных моделей баланса и управления. Вариационные задачи. Вариационные неравенства и их применение

Обобщенная лемма Неймана-Пирсона и ее экономическая интерпретация. Двойственность производственных функций и функций прибыли. Модели нелинейного межотраслевого баланса и их использование для качественного анализа эволюции экономических механизмов управления. *Понятие о методах классического вариационного исчисления в решении некоторых задач оптимального управления; уравнение Эйлера. *Понятие о методе неподвижной точки, теоремы о существовании неподвижных точек. Элементы выпуклого анализа в задачах оптимального управления, вариационные неравенства и существование их решений. *Понятие о численных методах решения задач оптимального управления.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал

выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовки тестов по вопросам программы;
- домашних заданий для самостоятельного решения.

ОС-1. *Примерные темы рефератов*

1. Неустойчивость многоступенчатого управления в простейшей линейной модели (В.И. Арнольд).
2. Математические методы анализа эволюции экономических механизмов управления советской и российской производственной системой.
3. Оптимальность по Парето конкурентного равновесия (первая теорема теории благосостояния).
4. Теорема Дебре (вторая теорема теории благосостояния).
5. Сравнительная статика в моделях конкурентного равновесия. Налоговый парадокс Эджворта.
6. Математические основы теории равновесия в экономиках с бесконечным временным горизонтом.
7. Модели динамики с перекрывающимися поколениями. Существование равновесия.
8. Налоговая система и простейшие модели её воздействия на производство и потребление.
9. Индексы неравенства и кривая Лоренца. Возможности уменьшения степени дифференциации доходов.
10. Равновесный рост и распределение в модели рамсеевского типа.
11. Проблемы коллективного выбора. Парадокс Эрроу.
12. Математические основы анализа возможностей замещения производственных факторов на макро- и микроуровне.

ОС-2. Контрольная работа

1. Дана модель Рамсея в дискретном времени с конечным горизонтом

$$\sum_{t=0}^{T-1} \beta^t \ln c_t \to \max_{0 \le c_t \le s_t};$$

$$s_{t+1} = \alpha(s_t - c_t), \quad s_0 - \text{задано}, \quad \alpha > 1; \quad 0 < \beta < 1.$$

а). Выписать для данной модели рекуррентное соотношение Беллмана, найти общий вид функций выигрыша $V_k(s)$, $k = 1, 2, \ldots$, и оптимальных стратегий потребления $c_k(s)$.

б). Определить решение уравнения Беллмана $V(s)$ для этой задачи путем предельного перехода при $T \to \infty$ (если она есть). Показать, что стационарная стратегия потребления не зависит от α, а оптимальная стационарная фазовая траектория имеет вид геометрической прогрессии. Найти неподвижную точку стационарного переходного отображения $Y(\cdot)$ как функцию параметров β и α.

Найти оптимальное решение задачи о ранце при $M = 8$, $V = 6$, $N = 3$:

Класс, i	**Стоимость**, c_i	**Масса**, m_i	**Объем**, v_i
1	3	3	2
2	2	2	1
3	1	1	3

3. Проанализировать с помощью принципа максимума с фазовыми ограничениями, а также построить и прокомментировать фазовые диаграммы в координатах (s, c) для следующей задачи оптимального управления:

$$J(c, s) = \int_0^T \ln(1 + c) e^{-\beta t} dt \to \max, \quad T - \text{фиксировано},$$

$$\dot{s} = \alpha s - c, \quad s(0) = s_0, \quad s(T) = s_T, \quad c \ge 0, \quad s \ge a > 0.$$

Рассмотреть случаи $\beta > \alpha$ и $\alpha > \beta$.

4. Найти оптимальное потребление $c(t)$ в модели Рамсея в непрерывном времени:

$$\int_0^T e^{-\beta t} U(c) dt \to \max; \quad \dot{s} = \alpha s - c; \; s(0) = s_0 > 0; \; s(T) = 0;$$

$0 \le c \le s$; $\beta < \alpha$, $\alpha > 1$; T – фиксировано, если:

а). $U(c) = \ln c$;

б). $U(c) = c^{1-\mu}$, $\mu < 1$.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад по самостоятельно подготовленной теме, защита самостоятельной работы. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Защита реферата (устное выступление на занятии). ОС-2 Контрольная работа	ОР-1 Знает структуру задач оптимизации, виды задач оптимизации в зависимости от особенностей математической структуры допустимого множества; понимает специфику задач теории оптимального управления, имеет представление об основных подходах к их решению ОР-2 Умеет выделять и анализировать математические структуры, возникающие как модели задач оптимизации, в частности, в экономике и социальной сфере ОР-3 Знает основные типы динамических моделей экономических и социальных процессов, основные принципы постановки и решения задач оптимального управления процессами ОР-4 Умеет применять изученные подходы к решению задач теории оптимального управления при анализе производственных и организационных процессов, в т.ч. выделять и решать задачи, доступные учащимся старших классов
	Оценочные средства для промежуточной аттестации зачет ОС-3 Зачёт в форме устного собеседования	

		ОР-5 Умеет строить математические модели экономических и социальных процессов, выбирать модели, соответствующие постановке проблемы, анализировать адекватность моделей ОР-6 Владеет компьютерными инструментами анализа моделей, приёмами интерпретации результатов анализа математической модели на языке исходной проблемы

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а также процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Перечень вопросов к зачёту (8 семестр)

1. Понятие функционала в банаховом пространстве. Примеры функционалов. Линейные и нелинейные функционалы. Точки экстремума функционалов.
2. Функционалы как модели характеристик процессов. Задачи оптимизации функционалов (примеры постановки задачи).
3. Структура задачи оптимизации. Целевые функционалы и различные виды ограничений в задачах классического и неклассического вариационного исчисления.
4. Слабые и сильные экстремумы функционалов. Понятие экстремали.
5. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума в классическом вариационном исчислении.
6. Выпуклые множества в линейном пространстве и выпуклые функционалы.
7. Особенности задач оптимизации для выпуклых функций и функционалов.
8. Задачи на условный экстремум функций и функционалов. Условные множители Лагранжа.
9. Теорема Куна-Таккера и условия дополняющей нежёсткости в задачах выпуклой оптимизации.
10. Основные понятия теории оптимального управления. Постановка задачи оптимального управления.
11. Принцип максимума Понтрягина.
12. Постановка задачи динамического программирования (дискретный вариант). Принцип оптимальности Беллмана.
13. Алгоритм применения метода динамического программирования в задаче об оптимальном инвестировании.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
8 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 баллов max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 4 семестра

Оценка	**Баллы (2 ЗЕ)**
«зачтено»	101-200
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (8 семестр)

Занятие 1. *Оптимизация управления: задачи математического программирования и вариационного исчисления.*

Вопросы к занятию:
1. Структура задачи оптимизации.
2. Целевые функции и целевые функционалы.
3. Ограничения и допустимое множество. Условия связи, условный экстремум.
4. Методы дифференциального исчисления и вариационного исчисления в задачах безусловной оптимизации.
5. Функция (функционал) Лагранжа в задачах условной оптимизации.

Занятие 2. *Примеры применения принципа максимума Понтрягина.*

Вопросы к занятию:
1. Управление, оптимальное управление, интегральная и терминальная части критерия оптимизации, краевые условия. Фиксированное время управления и бесконечный горизонт управления.
2. Функция Понтрягина задачи оптимального управления.
3. Формулировка принципа максимума Понтрягина.

Занятие 3. *Математическая модель естественного роста с непрерывным и дискретным временем в экономических задачах.*

Вопросы к занятию:
1. Модель Мальтуса в задачах различных предметных областей и условия её адекватности.
2. Свойства линейных одномерных динамических систем с непрерывным и дискретным временем.
3. Зависимость от параметров. Возможности оптимизации целевых функционалов.

Занятие 4. *Логистические модели с непрерывным и дискретным временем в экономических задачах.*
Вопросы к занятию:
1. Модель естественного роста с ограничениями (непрерывное время). Свойства решений. Зависимость от параметров и оптимизация.
2. Модель Ферхюльста. Свойства решений. Зависимость от параметров и оптимизация.

Занятие 5. *Многомерные динамические модели с непрерывным и дискретным временем в экономических задачах. Модель Солоу.*
Вопросы к занятию:
1. Динамическая модель Леонтьева (сравнение со статическим моделями межотраслевого баланса).
2. Резольвента линейного оператора. Спектр. Разложение резольвенты в ряд Неймана.
3. Модель Солоу. Понятие о жёстких и мягких моделях. Оптимизация роста в модели Солоу.

Занятие 6. *Оптимизация в моделях управления с дискретным временем методами динамического программирования.*

Вопросы к занятию:

1. Постановка задачи динамического программирования (с непрерывным и дискретным временем).
2. Примеры экономических задач, решаемых методами динамического программирования.
3. Задача о ранце.

Занятие 7 *Оптимизация в линейных моделях управления с непрерывным временем с использованием принципа максимума Понтрягина.*

Учебная конференция

Занятие 8. *Модели нелинейного межотраслевого баланса и вариационные задачи.*

Вопросы к занятию:

1. Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые функционалы.
2. Основные понятия выпуклого анализа.
3. Условия Куна-Таккера и условия дополняющей нежёсткости.
4. Производственные функции и функции прибыли, их двойственность.

Занятие 9. Контрольная работа.

Занятие 10. Анализ контрольной работы. Зачётное занятие

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Власов, М. П. Оптимальное управление экономическими системами : Учебное пособие. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2014. - 312 с. - URL: http://znanium.com/go.php?id=339245
2. Лагоша, Б. А. Оптимальное управление в экономике : учебное пособие / Б.А. Лагоша. - Москва : МГУЭСИ, 2004. - 133 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90665
3. Оптимальное управление. - Москва : МЦНМО, 2008. - 320 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63270
4. Тихомиров, В.М. Оптимальное управление : учебное пособие / В.М. Тихомиров, В.М. Алексеев, С.В. Фомин. – Москва : Физматлит, 2007. – 192 с. – Электронный ресурс: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593

Дополнительная литература

1. Алексеев, В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2011. – 408 с. – Электронный ресурс: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67227

2. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 488 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XV).
3. Гнатюк, В. И. Оптимальное управление крупным инфраструктурным объектом (организацией, предприятием, фирмой) методами рангового анализа : учебное пособие / В.И. Гнатюк. - Москва : Директ-Медиа, 2014. - 290 с. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=235806
4. Фомин, Г. П. Экономико-математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебник для бакалавров / Г. П. Фомин. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2014. — 462 с. — (Бакалавр. Академический курс). — Электронный ресурс: URL: https://urait.ru/bcode/377276.
5. Матвеев А.С., Якубович В.А. Оптимальные системы управления. - СПб: Изд-во СПбГУ, 2003. - 196 с. Электронный ресурс: URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=63250&sr=1

Интернет-ресурсы

- Общероссийский математический портал http://www.mathnet.ru
- Сайт Московского центра непрерывного математического образования. Режим доступа: https://www.mccme.ru .
- Математические этюды [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.etudes.ru
- «Математическая составляющая» [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://book.etudes.ru .