Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

ДИСПЕРСИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ

Программа учебной дисциплины Модуля
Прикладные математические методы в научных исследованиях

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Сибирева А.Р., к.ф-м.н., доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дисперсионный и регрессионный анализ данных» относится к дисциплинам по выбору Блока 1; к части, формируемой участниками образовательных отношений, Б1.В.ДВ.01. Вариативному модулю, Б1.ДВ.01.03 «Прикладные математические методы в научных исследованиях» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы Математика. Иностранный язык, очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения основам теории вероятностей и статистики, сформированным в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также на результаты изучения математических дисциплин предметно-методического модуля, в частности, «Математического анализа», «Теории вероятностей и математической статистики» и др. Место дисциплины определяется ее взаимодействием с иными дисциплинами учебной программы, в частности, с «Теорией вероятностей и математической статистикой». Дисциплина является основой для статистической обработки информации в научно-исследовательской работе студентов.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практики «Научно-исследовательская работа».

1. **Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

Целью данной дисциплины является знакомство с базовыми статистическими методами, а также демонстрация того, как статистические методы могут быть применены в педагогической и научно-исследовательской деятельности, знакомство с математическим аппаратом, применяемым при обработке данных педагогического эксперимента, а также формирование у студентов общематематической и информационной культуры.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, способности к обобщению, анализу, систематизации, знаний статистических методов обработки информации, формирование навыков математической обработки статистической информации; умение использовать базовые положения статистики при решении профессиональных задач.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

1. **Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять	ОР-1 - особенности системного и критического мышления и демонстрировать готовность к нему;	ОР-3 - анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их	ОР-6 - навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и

системный подход для решения поставленных задач. **Индикаторы достижения компетенции:** УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения.	ОР-2 - логические формы и процедуры, демонстрировать способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности;	возникновения; ОР-4 - анализировать ранее сложившиеся в науке способы оценки информации; ОР-5 - аргументировано формулировать собственное суждение и оценку информации;	поиска достоверных суждений; ОР-7 - навыками определения практических последствий предложенного решения задачи.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
10	2	72	12	20	-	-	-	40	зачет
Итого:	2	72	12	20	-	-	-	40	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
10 семестр				
Дисперсионный анализ	3	5	-	10
Корреляционный анализ	3	5	-	10
Регрессионный анализ	3	5	-	10
Линейные регрессионные модели финансового рынка	3	5	-	10
Всего по дисциплине:	12	20	0	40

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Дисперсионный анализ. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений, связь между ними. Общая, факторная и остаточная дисперсии. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа. Неодинаковое число испытаний на разных уровнях. Понятие о двухфакторном дисперсионном анализе.

Раздел 2. Корреляционный анализ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Основные положения корреляционного анализа. Двумерная модель. Проверка зависимости и интервальная оценка параметров связи. Корреляционное отношение и индекс корреляции. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Множественный и частный коэффициенты корреляции. Ранговая корреляция.

Раздел 3. Регрессионный анализ. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель. Интервальная оценка функции регрессии. Проверка значимости уравнения регрессии. Интервальная оценка параметров парной модели. Нелинейная регрессия. Множественный регрессионный анализ. Корреляционная матрица и ее выборочная оценка. Определение доверительных интервалов для коэффициентов и функции регрессии. Оценка взаимосвязи переменных. Проверка значимости уравнения множественной регрессии. Мультиколлинеарность. Понятие о других методах многомерного статистического анализа.

Раздел 4. Линейные регрессионные модели финансового рынка. Регрессионные модели. Рыночная модель. Модели зависимости от касательного портфеля. Неравновесные и равновесные модели. Модель оценки финансовых активов. Связь между ожидаемой доходностью и риском оптимального портфеля. Многофакторные модели.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

Материалы для самостоятельной работы студентов
ОС -1. Самостоятельная работа

1. В течении шести лет использовались 5 разных технологий по выращиванию сельскохозяйственной культуры. Данные по эксперименту (в ц/га) приведены в таблице:

Номер наблюдения (год)	Технология A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	1,2	0,6	0,9	1,7	1,0

2	1,1	1,1	0,6	1,4	1,4
3	1,0	0,8	0,8	1,3	1,1
4	1,3	0,7	1,0	1,5	0,9
5	1,1	0,7	1,0	1,2	1,2
6	0,8	0,9	1,1	1,3	1,5
Итого	6,5	4,8	5,4	8,4	7,1

Необходимо на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ установить влияние различных технологий на урожайность культуры.

2. На заводе установлено 4 линии по выпуску облицовочной плитки. С каждой линии случайным образом в течении смены отобрано по 10 плиток и сделаны замеры их толщины (мм).

   Отклонения от номинального размера приведены в таблице:

Линия по выпуску плиток	Номер испытания									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,6	0,2	0,4	0,5	0,8	0,2	0,1	0,6	0,8	0,8
2	0,2	0,2	0,4	0,3	0,3	0,6	0,8	0,2	0,5	0,5
3	0,8	0,6	0,2	0,4	0,9	1,1	0,8	0,2	0,4	0,8
4	0,7	0,7	0,3	0,3	0,2	0,8	0,6	0,4	0,2	0,6

   Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ установить зависимость выпуска качественных плиток от линии выпуска .

ОС-2. Самостоятельная работа

На 10 опытных участках одинакового размера получены следующие данные об урожайности x (т) и содержании белка y% для некоторой культуры:

Урожайность, т	9,9	10,2	11,0	11,6	11,8	12,5	12,8	13,5	14,3	14,4
Содержимое белка, %	10,7	10,8	12,2	12,5	12,8	12,8	12,4	11,8	10,8	10,6

Необходимо: а) выразить зависимость y от x по параболе второго порядка и проверить значимость полученного уравнения регрессии; б) оценить тесноту связи между переменными с помощью индекса корреляции R_{yx}и коэффициента детерминации R_{yx}^2; в) определить, при каком значении урожайности средний процент содержания белка будет максимальным; найти этот процент.

ОС-3. Доклады студентов

1. Факторный анализ
2. Компонентный анализ. Метод главных компонент.
3. Дискриминантный анализ.
4. Кластерный анализ.
5. Регрессионные модели финансового рынка.
6. Рыночная модель.
7. Модели зависимости от касательного портфеля.
8. Неравновесные и равновесные модели финансового рынка.
9. Модель оценки финансовых активов.
10. Связь между ожидаемой доходностью и риском оптимального портфеля.

11. Многофакторные экономические модели.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст]: / Е.В. Владова // Учебно-методическое пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 137с. (Библиотека УЛГПУ).
2. Владова Е.В. Теория вероятностей и математическая статистика // Учебно-методическое пособие для бакалавров. – Ульяновск: УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 56 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1. Самостоятельная работа ОС-2. Самостоятельная работа ОС-3. Доклады студентов	В ходе освоения образовательной программы обучающийся должен **знать** ОР-1 - особенности системного и критического мышления и демонстрировать готовность к нему; ОР-2 - логические формы и процедуры, демонстрировать способность к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности; **уметь** ОР-3 - анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4. Зачет в форме устного собеседования	

		условий их возникновения; ОР-4 - анализировать ранее сложившиеся в науке способы оценки информации; ОР-5 - аргументировано формулировать собственное суждение и оценку информации; **владеть** ОР-6 - навыками сопоставления разных источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений; ОР-7 - навыками определения практических последствий предложенного решения задачи.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4. ***Вопросы к зачету (7 семестр)***

1. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе.
2. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений, связь между ними.
3. Общая, факторная и остаточная дисперсии.
4. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа.
5. Неодинаковое число испытаний на разных уровнях.
6. Понятие о двухфакторном дисперсионном анализе.
7. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
8. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Основные положения корреляционного анализа.
9. Двумерная модель. Проверка зависимости и интервальная оценка параметров связи.
10. Корреляционное отношение и индекс корреляции.
11. Понятие о многомерном корреляционном анализе.
12. Множественный и частный коэффициенты корреляции.
13. Ранговая корреляция.
14. Основные положения регрессионного анализа.
15. Парная регрессионная модель.
16. Интервальная оценка функции регрессии.
17. Проверка значимости уравнения регрессии.
18. Интервальная оценка параметров парной модели.
19. Нелинейная регрессия.
20. Множественный регрессионный анализ.
21. Корреляционная матрица и ее выборочная оценка.

22. Определение доверительных интервалов для коэффициентов и функции регрессии.
23. Оценка взаимосвязи переменных.
24. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.
25. Мультиколлинеарность.
26. Понятие о других методах многомерного статистического анализа.
27. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
28. Рыночная модель.
29. Модели зависимости от касательного портфеля.
30. Неравновесные и равновесные модели.
31. Модель оценки финансовых активов.
32. Связь между ожидаемой доходностью и риском оптимального портфеля.
33. Многофакторные модели финансового рынка.

Примерные задачи, предлагаемые на зачете

1. Экономист, изучая зависимость выработки Y (тыс. руб.) на одного работника торговли от величины товарооборота X (тыс. руб.) магазина, обследовал за отчетный период 15 магазинов торга и получил следующие данные:

X	150	34	146	28	85	38	95	59	134	120	74	140	110	60	86
Y	7,2	4,5	8,4	4,4	7,5	5,8	7,0	5,0	6,4	8,0	6,0	7,8	6,2	5,8	6,0

Полагая, что между признаками X и Y имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение линейной регрессии Y на X. Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Используя полученное уравнение регрессии, оценить ожидаемое среднее значение признака Y при $x = 70$ (тыс. руб.).

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
7 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	120 баллов	Зачет 64 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	136 баллов max	200 баллов max

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать

материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

.

7 СЕМЕСТР

Занятие 1. Дисперсионный анализ. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений, связь между ними. Общая, факторная и остаточная дисперсии.

Занятие 2. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа. Неодинаковое число испытаний на разных уровнях. Понятие о двухфакторном дисперсионном анализе.

Занятие 3. Корреляционный анализ. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Корреляционная связь между величинами и её показатели (сила, направление, надёжность). Коэффициент корреляции как показатель тесноты и направления связи, его свойства.
Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена / Кендалла. Выборочный коэффициент корреляции Пирсона.

Занятие 4. Проверка зависимости и интервальная оценка параметров связи. Корреляционное отношение и индекс корреляции. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Множественный и частный коэффициенты корреляции. Ранговая корреляция.

Занятие 5. Регрессионный анализ. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель. Условные средние и выборочное уравнение регрессии. Метод наименьших квадратов. Построение прямой линии парной регрессии методом наименьших квадратов. Интервальная оценка функции регрессии. Проверка значимости уравнения регрессии. Интервальная оценка параметров парной модели.

Занятие 6. Нелинейная регрессия. Построение нелинейной регрессии методом наименьших квадратов. Проверка значимости уравнения регрессии. Оценка параметров модели.

Занятие 7. Множественный регрессионный анализ. Корреляционная матрица и ее выборочная оценка. Определение доверительных интервалов для коэффициентов и функции регрессии. Оценка взаимосвязи переменных. Проверка значимости уравнения множественной регрессии. Мультиколлинеарность.

Занятие 8. Понятие о других методах многомерного статистического анализа. Доклады студентов.

Занятия 9-10. Линейные регрессионные модели финансового рынка. Регрессионные модели. Рыночная модель. Модели зависимости от касательного портфеля. Неравновесные и равновесные модели. Модель оценки финансовых активов. Связь между ожидаемой доходностью и риском оптимального портфеля. Многофакторные модели.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Белько И.В., Морозова И.М., Криштапович Е.А. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: Учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. - М.:НИЦ ИНФРА.- 2016. - 299 с. URL: (http://znanium.com/bookread2.php?book=542521
2. Бирюкова Л.Г., Бобрин Г.И., Матвеев В.И., Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие/ 2-е изд. – М.: НИЦ ИНФРА – М, 2017. – 289 с. URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370899)

Дополнительная литература

1. Хуснутдинов Р.Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 205 с. URL: http://znanium.com/bookread2.php?book=445667
2. Шуленин В.П. Математическая статистика : учебное пособие / В.П. Шуленин. – Томск : Издательство НТЛ, 2012. – Ч. 1. Параметрическая статистика. – 540 с. – ISBN 978-5-89503-492-7.– URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200148 .