Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра методик математического и информационно-технологического образования

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
25 июня 2021 г.

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

Программа учебной дисциплины модуля
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Кузина Н.Г., кандидат педагогических наук, доцент кафедры методик математического и информационно-технологического образования

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Избранные вопросы стереометрии» относится к дисциплинам по выбору (ДВ 9) части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Математика» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования, а также ряда дисциплин учебного плана, изученных обучающимися в 1-6 семестрах: Аналитическая геометрия, Конструктивная геометрия, Основания геометрии, Математическая логика и теория алгоритмов

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения Б1.В.03.ДВ.03.01 Решение задач ЕГЭ повышенной сложности; Б2.О.06.03 (П) Производственная (педагогическая) Преподавательская практика по математике 2.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Избранные вопросы стереометрии» является подготовка квалифицированного учителя математики, владеющего основными методами решения различных типов математических задач, знающего теоретические основы курса школьной математики.

Задачей освоения дисциплины является формирование у студента целостного представления об методах решения математических задач сформировать готовность будущего учителя математики к эффективному преподаванию профильных курсов по предмету.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Избранные вопросы стереометрии» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-11. Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в области образования. ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности;		ОР-1. Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом;	ОР-2. Владеет практическими навыками осуществления исследований в предметной области; приёмами систематизации знаний в предметной области; навыками использования систематизированного теоретического и практического знания для постановки и решения исследовательских

самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций развития предмета; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом. ПК-11.3. Владеет базовыми представлениями о принципах организации и осуществления исследований, практическими навыками осуществления исследований; применяет навыки комплексного поиска, анализа и систематизации информации по изучаемым проблемам с использованием научной и учебной литературы, информационных баз данных. областями			задач предметной области. .

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
7	2	72	12	20	-	40	зачёт
Итого:	2	72	12	20	-	40	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекц. занятия	Лаб. занятия	Практ. занятия	Самост. работа
Параллельность прямых и плоскостей в пространстве	2	-	4	5
Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве	2	-	4	5
Скрещивающиеся прямые. Нахождение угла и расстояния между скрещивающимися прямыми	2	-	4	10
Построение сечений (метод проекций и метод параллельного отображения)	-	-	4	10
Многогранные углы в пространстве. Теоремы косинусов и синусов для трехгранных углов	2	-	2	5
Нахождение площади сечения в многогранниках. Объемы. Площади поверхностей.	4	-	2	5
Итого по 7 семестру:	12	-	20	40

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса (7 семестр)

1. Параллельность и перпендикулярность в пространстве. Параллельные прямые в пространстве. Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей. (определние, свойства, признаки)
2. Скрещивающиеся прямые. Нахождение угла и расстояния между скрещивающимися прямыми
3. Построение сечений (метод проекций и метод параллельного отображения)
4. Многогранники. Определение. Свойства многогранников. Нахождение площади поверхности многогранников. Нахождение объемов многогранников.
5. Многогранные углы в пространстве. Определение. Свойства многогранных углов. Теоремы косинусов и синусов для трехгранных углов

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Темы рефератов (7 семестр)

1. Задачи на построение.
2. Сечения многогранников.
3. Объемы многогранников.
4. Правильные многогранники.
5. Полуправильные многогранники.
6. Теорема Эйлера и ее приложения.
7. Тела и поверхности вращения.

Задания для контрольной работы 7 семестр:

Многогранные углы.

Опр. Многогранным углом называется фигура, образованная плоскими углами : A1SA2, A2SA3,…, AnSA1 (см. рис.).

Эти углы называются гранями многогранного угла SA1A2…An, а их стороны SA1, SA2, …, SAn – ребрами этого угла. Общая вершина S плоских углов называется вершиной

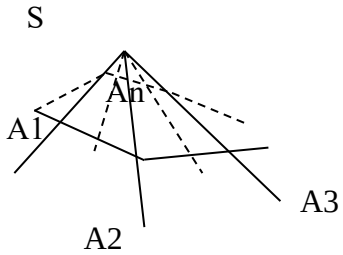
многогранного угла SA1A2…An. Двугранные углы между гранями многогранного угла называются двугранными углами многогранного угла.

Многогранный угол называется выпуклым, если он целиком лежит по одну сторону от плоскости любой своей грани.

Многогранный угол называется правильным, ели:

А) все его плоские углы равны;

Б) все его двугранные углы равны.



Для многогранных углов верны следующие утверждения:

1. Каждый плоский угол многогранного угла меньше суммы остальных плоских углов.
2. Сумма всех плоских углов многогранного угла меньше 360°.
   (Доказательство: самостоятельно).

Теоремы косинусов и синусов для трехгранных углов

1) Теорема косинусов для трехгранного угла
   Теорема 1. Если $\alpha, \beta,$ и $\gamma -$ меры плоских углов трехгранного угла, а С – градусная мера двугранного угла, противолежащего плоскому углу с мерой γ, то
   $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos \mathrm{C}$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Кузина Н.Г. Элементарная математика. Учебно – методическое пособие для студентов педагогических вузов.- Ульяновск: УлГПУ, 2017.
2. Стрюкова Г. А. Дидактические материалы по элементарной математике. Ульяновск: УлГПУ, 2017. 62 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения

материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Защита реферата ОС-3 Контрольная работа	ОР-1. Умеет самостоятельно осуществлять сбор и обработку информации, используя современные информационные средства поиска и анализа данных; проводить исследовательскую работу в соответствии с индивидуальным планом; ОР-2. Владеет практическими навыками осуществления исследований в предметной области; приёмами систематизации знаний в предметной области; навыками использования систематизированного теоретического и практического знания для постановки и решения исследовательских задач предметной области.
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4 Зачет в форме устного собеседования по вопросам	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Избранные вопросы стереометрии»

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-4 Зачет в форме контрольной работы

Примерный перечень контрольных заданий к зачету

Вариант 1

1) В тетраэдре SABC точка O лежит в плоскости ABC, а точка M – на отрезке SO. Постройте сечение тетраэдра плоскостью BMC.

2) В тетраэдре DABC точка M – середина ребра AD, точка N лежит в плоскости ABC.

3) Постройте сечение тетраэдра, проходящее через точки M и N параллельно прямой BD. При каких дополнительных условиях такое сечение будет параллелограммом?

Вариант 2

1) В тетраэдре SABC точка O лежит в плоскости ABC, а точка K – на отрезке SO. Постройте сечение тетраэдра плоскостью ACK.

2) В тетраэдре DABC точка E – середина ребра CD, точка F лежит в плоскости ABC. Постройте сечение тетраэдра, проходящее через точки E и F параллельно прямой AD. При каких дополнительных условиях такое сечение будет параллелограммом?

Вариант 3

1) Постройте сечение параллелепипеда $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ плоскостью КРЕ, точка К – лежит на ребре $А_1Д_1$, точка Р – лежит на ребре АВ, точка Е – лежит на ребре $СС_1$.

2) В параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ точка М – середина ребра $А_1Д_1$. Постройте сечение, проходящее через точку М параллельно прямым $ВД_1$ и $А_1В_1$.

Вариант 4

1) Постройте сечение параллелепипеда $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ плоскостью NKF, точка N – лежит на ребре $С_1Д_1$, точка К– лежит на ребре $АА_1$, точка F – лежит на ребре ВС.

2) В параллелепипеде $АВСДА_1В_1С_1Д_1$ точка К – середина ребра СД. Постройте сечение, проходящее через точку К параллельно прямым ВС и $В_1Д$.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
7семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 7 семестр

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать

основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (7 семестр)

План семинарского занятия

Тема занятия: *Параллельность прямых и плоскостей в пространстве*

Параллельность прямых и плоскостей

Параллельные прямые в пространстве	**Параллельность прямой и плоскости**	**Параллельность плоскостей**
Опр. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек.	**Опр.** Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек	**Опр.** Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.
Аксиома. В любой плоскости через точку, не лежащую на данной прямой этой плоскости, проходит не более одной прямой, параллельной данной.	**Признак параллельности прямой и плоскости.** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.	**Признак параллельности двух плоскостей.** Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
Терема о параллельных прямых. Через произвольную точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна. **Лемма.**	**Свойства параллельности прямых и плоскостей.** 1. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая проходит через	**Свойства параллельных плоскостей.** 1. Если прямая пересекает одну из параллельных плоскостей, то она пересекает и другую плоскость. 2. Если плоскость пересекает одну из параллельных плоскостей, то она пересекает и другую плоскость.

Если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость. **Теорема *(о трех параллельных прямых).*** Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.	некоторую точку этой плоскости, то она лежит в данной плоскости. 2. Если прямая параллельна каждой из двух пересекающихся плоскостей, то она параллельна прямой, по которой эти плоскости пересекаются. 3. если в одной из двух пересекающихся плоскостей лежит прямая, параллельная другой плоскости, то эта прямая параллельна линии пересечения данных плоскостей.	3. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то прямые, по которым они пересекаются, параллельны. 4. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны. **Теорема о параллельных плоскостях.** Через любую точку пространства, не лежащую в данной плоскости, проходит плоскость, параллельная данной плоскости, и притом только одна.

1 .Основание наклонной призмы - правильный треугольник со стороной 6 см. Одно из боковых ребер призмы, равное 8 см, образует с прилежащими сторонами основания равные углы 60º. Найдите площадь полной поверхности призмы.

2. В пирамиде, каждое из боковых ребер которой равно **в**, один из плоских углов при вершине равен 90°, а два других равны 60°. Найти объем пирамиды.

3. Найти углы прямоугольного треугольника, если объем тела, полученного от вращения треугольника вокруг катета, равен сумме объемов тел, полученных от вращения треугольника вокруг его гипотенузы и вокруг большого катета.

Тема занятия: *Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве*

Перпендикулярность прямых и плоскостей

Перпендикулярность прямых	**Перпендикулярность прямой и плоскости**	**Перпендикулярность плоскостей**
Опр. Две пересекающиеся или скрещивающиеся прямые называются *перпендикулярными* (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90º	**Опр.** Прямая называется *перпендикулярной* к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.	**Опр.** Две пересекающиеся плоскости называются *перпендикулярными*, если угол между ними равен 90º.
Лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.	**Свойства перпендикулярности прямых и плоскостей.** 1. Если одна из двух параллельных плоскостей перпендикулярна к данной прямой, то и вторая плоскость перпендикулярна к этой прямой. 2. Если две плоскости перпендикулярны к данной прямой, то они параллельны. 3. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и вторая прямая	**Свойства взаимного расположения прямой и перпендикулярных плоскостей.** 1. Прямая, лежащая в одной из двух перпендикулярных плоскостей и перпендикулярная к линии их пересечения, перпендикулярна к другой плоскости. 2. Если через точку, лежащую в одной из двух перпендикулярных плоскостей, проходит прямая, перпендикулярная к другой плоскости, то эта прямая лежит в первой плоскости. 3. Если каждая из двух пересекающихся плоскостей

	перпендикулярна к этой плоскости. 4. Если две прямые перпендикулярны к некоторой плоскости, то они параллельны.	перпендикулярна к третьей плоскости, то линия их пересечения перпендикулярна к этой плоскости.
	Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.	**Признак перпендикулярности двух плоскостей.** Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.
	Теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости **Теорема 1.** Через данную точку пространства проходит одна и только одна плоскость, перпендикулярная к данной прямой. **Теорема 2.** Через любую точку пространства проходит одна и только прямая, перпендикулярная к данной плоскости	

1. Основание наклонной призмы – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой 6 см. Бокове ребро, исходящее из вершины прямого угла, равно 8 см и образует с катетами треугольника равные углы 60º. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Основанием пирамиды ДАВС служит равнобедренный треугольник АВС (угол С равен 90°); АС = СВ = 4. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 60°. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна **а**, угол при основании **α**. Этот треугольник вращается вокруг прямой, проходящей через вершину, противолежащую основанию, параллельно биссектрисе угла **α**. Найдите поверхность тела вращения.

Тема занятия: *Скрещивающиеся прямые. Нахождение угла и расстояния между ними.*

Расстояние между скрещивающимися прямыми: определение и примеры нахождения Содержание: Расстояние между скрещивающимися прямыми – определение Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми – теория, примеры, решения Статья нацелена на нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми методом координат. Будет рассмотрено определение расстояния между этими прямыми, получим алгоритм при помощи которого преобразуем нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми. Закрепим тему решением подобных примеров. Расстояние между скрещивающимися прямыми – определение Предварительно необходимо доказать теорему, которая определяет связь между заданными скрещивающимися прямыми. Раздел взаимного расположения прямых в пространстве говорит о том, что если две прямые называют скрещивающимися, если их расположение не в одной плоскости. Теорема Через каждую пару скрещивающихся прямых может проходить плоскость, параллельная данной, причем только одна. Доказательство По условию нам даны скрещивающиеся прямые a a и b b. Необходимо доказать проходимость единственной плоскости через прямую b b, параллельную данной прямой a a. Аналогичное доказательство необходимо применять для прямой a a, через которую проходит плоскость, параллельная данной прямой b b. Для начала необходимо отметить точку Q Q на прямой b b. Если следовать из определения параллельности прямых, то получаем, что через точку пространства можно провести прямую, параллельную заданной прямой, причем только одну. Значит, через точку Q Q проходит только одна прямая, параллельная прямой a a. Примем обозначение a a 1 aa1. Раздел способов задания плоскости было говорено о том, что прохождение единственной плоскости возможно через две пересекающиеся прямые. Значит, получаем, что прямые b b и a 1 a1 – пересекающиеся прямые, через которые проходит плоскость, обозначаемая χ χ. Исходя из признака параллельности прямой с плоскостью, можно сделать вывод,

что заданная прямая а а параллельна относительно плоскости χ χ, потому как прямая а а параллельна прямой а 1 а1, расположенной в плоскости χ χ. Плоскость χ χ является единственной, так как прямая, проходящая через заданную прямую, находящуюся в пространстве, параллельна заданной прямой. Рассмотрим на рисунке, предоставленном ниже. При переходе от определения расстояния между скрещивающимися прямыми определяем расстояние через расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью. Определение 1 Расстоянием между скрещивающимися прямыми называют расстояние между одной из скрещивающихся прямых и параллельной ей плоскостью, проходящей через другую прямую. То есть расстояние между прямой и плоскостью является расстоянием от заданной точки к плоскости. Тогда применима формулировка определения расстояния между скрещивающимися прямыми. Определение 2 Расстоянием между скрещивающимися прямыми называют расстояние от некоторой точки скрещивающихся прямых к плоскости, проходящей через другую прямую, параллельную первой прямой. Произведем подробное рассмотрение прямых а а и b b. Точка М 1 М1 располагается на прямой а а, через прямую b b проводится плоскость χ χ, параллельная прямой а а. Из точки М 1 М1 проводим перпендикуляр М 1 Н 1 М1Н1 к плоскости χ χ. Длина этого перпендикуляра является расстоянием между скрещивающимися прямыми а а и b b. Рассмотрим на рисунке, приведенном ниже.

Тема занятия: Нахождение площади сечения в многогранниках. Объемы. Площади поверхностей.

I. Основные утверждения:

1. Если у пирамиды углы наклона боковых ребер к плоскости основания равны, то ее вершина проектируется в центр окружности, описанной около основания.
2. Если у пирамиды все двугранные углы при основании равны, то ее вершина проектируется в центр окружности, вписанной в основание.
3. Если в треугольной пирамиде SABC все плоские углы при вершине S прямые, SH – высота пирамиды, тогда точка H – ортоцентр треугольника ABC .
4. Площадь ортогональной проекции треугольника равна площади этого треугольника, умноженной на косинус угла между плоскостью треугольника и плоскостью проекции: **Sпр. = S·cosα**.

II. Заполните таблицу:

(основные обозначения: **Sосн.** – площадь основания; **Sб**.- площадь боковой поверхности; **S** – площадь полной поверхности; **p** – полупериметр основания; **H** - высота; **V** – объем; **h** – апофема правильной пирамиды)

№	Многогранник	Объем (V)	Площадь боковой поверхности (Sб.п.)	Площадь полной поверхности (Sп.п.)
1.	Пирамида			
2.	Правильная пирамида			
3.	Призма			
4.	Прямая призма			
5.	Усеченная пирамида (если пирамида правильная)			

III. Упражнения.

1. Найти площадь сечения куба АВСДА1В1С1Д1 с ребром а, плоскостью, проходящей через середины ребер АД и СД и точку В2, расположенную на ребре ВВ1, при условии, что ВВ2 = **в**.
2. В правильной четырехугольной призме диагональ равна **d** и наклонена к плоскости боковой грани под углом **α**. Найти площадь боковой поверхности призмы.
3. В пирамиде каждое из боковых ребер которой равно **в**, один из плоских углов при вершине равен 90°,а два других равны 60°. Найти объем пирамиды.

4. *(задача ЕГЭ 2012 года, С2)*
   В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC проведено сечение через середины ребер AB и BC и вершину S. Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 10, а сторона основания рана 12.
5. *(Дом. / зад.)*

Основанием пирамиды ДАВС служит равнобедренный треугольник ABC (угол C равен 90°); AC = CB = 4. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 60°.

1) На какие части плоскость CEF (F – середина ВД, точка E лежит на AB) делит объем пирамиды, если AE : EB = 1 : 3.
2) Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
3) Чему равен двугранный угол, образованный гранями АДС и ВДС.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Добрынина, И. В. Элементарная математика : учебно-методическое пособие / И. В. Добрынина, Н. М. Исаева, Н. В. Сорокина. — Тула : ТГПУ, 2018. — 95 с. — ISBN 978-5-6041454-8-7. — Текст : электронный // URL: https://e.lanbook.com/book/113615
2. Буракова, Г. Ю. Элементарная математика : учебное пособие / Г. Ю. Буракова, Т. Н. Карпова, И. Н. Мурина. — Ярославль : , [б. г.]. — Часть 1 — 2012. — 131 с. — ISBN 978-5-87555-752-1. — Текст : электронный — URL: https://e.lanbook.com/book/154018
3. Чулков, П.В. Практические занятия по элементарной математике (2-й курс): учебное пособие / П.В. Чулков. – Москва: Прометей, 2012. – 102 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437445

Дополнительная литература

1. Дадаян, А. А. Геометрические построения на плоскости и в пространстве: задачи и решения: учебное пособие / А. А. Дадаян. — 2-е изд. – Москва: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2020. - 464 с.: ил. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-91134-807-6. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1082973
2. Елецких, И.А. Математика: учебное пособие / И.А. Елецких, Т.М. Сафронова, Н.В. Черноусова; Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Кафедра математики и методики её преподавания. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2016. – Ч. 2. – 144 с.: граф., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498148
3. Мельников, Р.А. Элементарная математика: учебное пособие / Р.А. Мельников, Г.Г. Ельчанинова; Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2017. – Ч. 3. Тригонометрия. – 101 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498152
4. Ельчанинова, Г.Г. Элементарная математика: учебное пособие / Г.Г. Ельчанинова, Р.А. Мельников; Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2016. – Ч. 4. Геометрия. Начальные сведения. Треугольник. – 93 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498154

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал