Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
15 июня 2021

ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика.

(очная форма обучения)

Составитель: Гришина С.А., кандидат физико-математических наук, доцент
Череватенко О.И., кандидат физико-математических наук

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Проективная геометрия» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках курса «Аналитическая геометрия на плоскости», «Аналитическая геометрия в пространстве», «Основания геометрии и методы изображений», «Алгебра и теория чисел», школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются теоретической и методологической основой для изучения дисциплин: «Теоретический и прикладной математический анализ», «Теория и методика обучения математике», «Элементарная математика», а также спецкурса «Дополнительные вопросы алгебры и геометрии», для прохождения практик «Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Курсовая работа №1» и итоговой аттестации.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целями освоения дисциплины являются

- раскрытие значение геометрии, углубление представления о месте геометрии в изучении окружающего мира;
- изучение основных разделов геометрии и воспитание общей геометрической культуры, необходимой будущему учителю для понимания как основного курса математики, так и школьных факультативных курсов;
- способствовать развитию пространственного мышления.

Задачей освоения дисциплины является развитие умения самостоятельной работы с математической литературой, курс «Проективная геометрия» должен дать студентам знания, навыки и умения, необходимые для успешного изучения других разделов математики

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Проективная геометрия» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-11 Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с			

профилем и уровнем обучения) и в области образования ПК-11.1. Знает основные научные понятия и особенности их использования, методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основы организации исследовательской деятельности; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; интерпретирует явления и процессы в контексте общей динамики и периодизации исторического развития предмета, с учетом возможности их использования в ходе постановки и решения исследовательских задач.	ОР-1 Знает основные фундаментальные понятия предметной области; основные методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основные представления о методах организации и осуществления исследований в предметной области ОР-2 Знает значение терминов и понятий предметной области; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; основные методы исследования в предметной области.		
ПК-13. Способен соотносить основные этапы развития предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее	ОР-3 Знает основные события, хронологию развития предметной области, а также ее основных разделов		

современного развития. ПК-13.1. Знает основные этапы исторического развития предметной области.			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
4	3	108	18	30		33	экзамен
Итого:	3	108	18	30	-	33	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
4 семестр				
Понятие проективного пространства	4	4		
Прямые на проективной плоскости	4	5		11
Проективные преобразования	4	5		11

Двойное (сложное) отношение	4	12		5
Линии второго порядка на проективной плоскости	2	4		6
Итого по 4 семестру	**18**	**30**	**-**	**33**
Всего по дисциплине:	**18**	**30**	**-**	**33**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса(4 семестр)

I. ПОНЯТИЕ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА.

Определение проективного пространства. Модели проективной плоскости и проективного пространства. Аксиомы проективной плоскости. Проективные координаты. Расширенная прямая и плоскость. Проективные реперы на расширенной прямой и плоскости. Преобразование проективных координат. Простейшие свойства проективного пространства

II. ПРЯМЫЕ НА ПРОЕКТИВНОЙ ПЛОСКОСТИ

Уравнение прямой на проективной плоскости. Принцип двойственности. Формы первой ступени. Теорема Дезарга.

III. ПРОЕКТИВНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Проективные преобразования. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.

IV. ДВОЙНОЕ (СЛОЖНОЕ) ОТНОШЕНИЕ

Двойное (сложное) отношение и его инвариантность при проективных преобразованиях Гармоническая четверка точек. Построение четвертой гармонической. Проективные соответствия в формах первой ступени.

V. ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Линии второго порядка на проективной плоскости. Канонические уравнения линий второго порядка в проективных координатах Проективная классификация линий второго порядка. Полюс и поляра Понятие о полярном соответствии.

Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям

и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовки тестов по вопросам программы
- домашних заданий для самостоятельного решения

ОС-1. ***Темы рефератов***

1. История проективной геометрии.
2. Построения с недоступными точками.
3. Построения одной линейкой.
4. Иллюстрация построения конфигурации Дезарга в СКМ Maple.
5. ….

ОС-2. Самостоятельная работа

1. Вычислить сложное отношение четырех коллинеарных точек прямой.
2. Вычислить сложное отношение четырех прямых пучка.
3. Построить четвертую гармоническую точку.
4. Определить элементы на конфигурации Дезарга.

ОС-3. Контрольная работа

1. Определить фигуры, двойственные трехвершиннику по большому и малому принципам двойственности.

2. Доказать теорему, двойственную по большому принципу двойственности теореме: через всякую прямую проходят по крайней мере две плоскости.
3. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки M и N соответственно. Построены отрезки MN и AN. Выполнить двойственное построение.
4. Сформулировать теорему, двойственную обратной теореме Дезарга в пространстве, и доказать ее.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 1. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 12 с..
2. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 2. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 11 с..
3. Прокопьев Г.С., Салдаева Г.В. Методические указания и контрольная работа № 1 по теме «Геометрия на плоскости». Для студентов – заочников 1 курса физико-математического факультета.- Ульяновск, 1996. (Библиотека УлГПУ).
4. Прокопьев Г.С., Череватенко О.И. Методические рекомендации и контрольная работа № 2 по теме «Геометрия в пространстве». Для студентов – заочников 2 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2010. (Библиотека УлГПУ).
5. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 3. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 112 с..
6. Куренева Т.Н. Методические указания и контрольная работа № 3 по теме «Методы изображений. Проективная геометрия». Для студентов – заочников 3 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2004. (Библиотека УлГПУ).

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	Оценочные средства для текущей аттестации ОС-1 Защита реферата ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Контрольная работа	ОР-1 Знает основные фундаментальные понятия предметной области; основные методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основные представления о методах организации и осуществления исследований в предметной области ОР-2 Знает значение терминов и понятий предметной области; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; основные методы исследования в предметной области. ОР-3 Знает основные события, хронологию развития предметной области, а также ее основных разделов
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** ОС-4 экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Перечень вопросов к экзамену (4 семестр)

1. Перспективное соответствие между плоскостью и связкой. Особые лучи и особая плоскость связки.
2. Расширенная плоскость. Несобственные элементы.
3. Свойства проективной прямой и проективной плоскости.
4. Аксиомы проективного пространства.
5. Проективные координаты.
6. Прямая на проективной плоскости. Координаты прямой.
7. Принципы двойственности (малый и большой) формы первой ступени.
8. Теорема Дезарга.

9. Перспективные и проективные отображения в формах первой ступени. Определениепроективности по Понселе.
10. Сложное отношение 4-х элементов в формах первой ступени (рядах и пучках).
11. Инвариантность сложного отношения при проектированиях и сечениях. Определение проективности по Штейнеру.
12. Гармонические четверки элементов в формах первой ступени. Четырехвершинник и его гармонические свойства.
13. Свойства проективных отображений в формах первой ступени.
14. Построение проективного соответствия в рядах.
15. Построение проективного соответствия в пучках.
16. Теорема Штейнера.
17. Теорема Паскаля. Построение точек линии второго порядка на основе теоремы Паскаля.
18. Линии второго порядка на проективной плоскости. Пересечение линии 2-го порядка с прямой.
19. Касательная к линии второго порядка.
20. Проективная классификация линий второго порядка.
21. Полюсы и поляры теоремы о свойствах полюсов и поляр.
22. Преобразование координат. Проективные преобразования. Предмет проективной геометрии.
23. Полярное преобразование. Автополярные фигуры.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
4 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 4 семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий (4 семестр)

Занятие 1. Расширенное евклидово пространство.

Цель: Определение проективного пространства. Модели проективной плоскости и проективного пространства. Аксиомы проективной плоскости. Проективные координаты. Расширенная прямая и плоскость. Проективные реперы на расширенной прямой и плоскости. Преобразование проективных координат. Простейшие свойства проективного пространства.

1. Какие фигуры могут быть перспекивными образами отрезка прямой?
2. Какие фигуры могут быть перспекивными образами треугольника?.
3. Доказать, что в расширенном евклидовом пространстве имеют место предложения:
   1) Через всякие две точки проходит в точности одна прямая.
   2) Плоскость и не принадлежащая ей прямая имеют одну общую точку.
   3) Всякие две прямые, лежащие в одной плоскости, имеют одну общую точку.

Домашнее задание.

1. Какие фигуры могут быть перспекивными образами квадрата?
2. Доказать, что в расширенном евклидовом пространстве имеют место предложения:
   1) Через точку и не принадлежащую ей прямую проходит в точности одна плоскость.
   2) Если две точки прямой лежат в одной плоскости, то и всякая точка прямой лежит в этой плоскости.

Занятие 2. Проективные координаты.

Цель: Проективные координаты. Расширенная прямая и плоскость. Проективные реперы на расширенной прямой и плоскости. Преобразование проективных координат. Простейшие свойства проективного
пространства.
1. Построение точки по ее координатам в заданном репере на прямой.
2. Построение точки по ее координатам в заданном репере на плоскости.
Домашнее задание.
1. Построение точки по ее координатам в заданном репере на прямой.
2. Построение точки по ее координатам в заданном репере на плоскости.

Занятие 3. Принципы двойственности.

Цель: Принципы двойственности, применение принципов двойственности при доказательствах основных фактов геометрии.
1. Определить фигуры, двойственные трехвершиннику по большому и малому принципам двойственности.
2. Доказать теорему, двойственную по большому принципу двойственности теореме: через всякую прямую проходят по крайней мере две плоскости.

Домашнее задание.
1. Какая фигура двойственно треугольнику по малому принципу двойственности?
2. Доказать предложение, двойственное данному: существуют четыре плоскости, не принадлежащие как одной прямой, так и одной точке.

Занятие 4,5. Теорема Дезарга.

Цель: Применение основной теоремы проективной геометрии для решения задач.
1. Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке. $AA' \cap BB' \cap CC' = S$.
2. В евклидовой плоскости в четырехугольник вписана трапеция, параллельные стороны которой || его диагонали. Доказать, что непараллельные стороны трапеции пересекаются на другой диагонали.
3. В треугольнике ABC из его вершин проведены прямые, пересекающиеся в одной точке S; $A'=AS \cap BC$, $B'=BS \cap AC$, $C'=CS \cap AB$. Доказать, что точки $BC \cap B'C'$, $AC \cap A'C'$, $AB \cap A'B'$ лежат на одной прямой.
4. В конфигурации Дезарга одну из точек выбрать за дезаргову точку. Найти в этой конфигурации вершины дезарговых треугольников и дезаргову прямую.
5. Сформулировать в терминах евклидовой геометрии теорему Дезарга
для случая:

1) S - несобственная , дезаргова прямая S - собственная. Формулировка теоремы Дезарга: Если прямые проходящие через соответствующие вершины двух треугольников параллельны, то точки пересечения соответствующих сторон лежат на одной прямой.
2) S собственная, прямая S? - несобственная.

Занятие 5,6,7. Проективные, перспективные отображения.

Цель: Понятия проективного и перспективного отображений, их основные свойства.
1. Перспективное отображение прямой на прямую.
2. Перспективное отображение пучка на пучок.
3. Проективное преобразование прямой.
4. Проективное преобразование плоскости.
Домашнее задание.

1. Перспективное отображение прямой на прямую.
2. Перспективное отображение пучка на пучок.
3. Проективное преобразование прямой.
4. Проективное преобразование плоскости.

Занятие 8, 9. Сложное отношение.

Цель: Понятие сложного отношения четырех элементов в формах первой ступени, свойства.
1. Четыре коллинеарные точки A, B, C и D заданы своими аффинными координатами: A(2, -3), B(3, -1), C(4, 1) и D(5, 3). Вычислить значения сложного отношения этих точек, соответствующие всевозможным их перестановкам.
2. Три коллинеарные точки A(-3, 1), B(2, 11), C(1, 9) заданы своими аффинными координатами. Найти на этой прямой точку D(x, y), удовлетворяющую условию: (AB,CD) = -2.
3. Четыре прямые одного пучка a, b, c, d заданы своими уравнениями относительно аффинной системы координат: (a)y-3=-(x+2), (b)y-3=x+2,(c)y-3=3(x+2), (d)y-3=5(x+2). Вычислить сложное отношение (ab,cd).
4. Четыре прямые a, b, c, d принадлежат одному пучку. Прямые a, b заданы своими уравнениями относительно аффинной системы координат: (a)3x+y-5=0, (b)x-y+1=0. Прямая c проходит через начало координат. (ab,cd) = 3. Составить уравнение прямой d.
5. На прямой даны три точки A, B, C. Пользуясь одной линейкой, построить четвертую гармоническую точку D.
6. Даны три прямые одного пучка. Пользуясь одной линейкой, построить четвертую гармоническую прямую.
Домашнее задание.
1. На евклидовой прямой даны четыре точки A(3), B(8), C(7) и D(13). Вычислить значения сложного отношения этих точек, соответствующие всевозможным их перестановкам
2. Три коллинеарные точки A(-4, 0), B(0, 8), C(1, 10) заданы своими аффинными координатами. Найти на этой прямой точку D(x, y), удовлетворяющую условию: (AB,CD) = 3..
3. Четыре прямые одного пучка a, b, c, d заданы своими уравнениями относительно аффинной системы координат: (a)x-y-3=0 (b)2x-y-4=0,(c)3x-y-5=0 (d)5x-y-7=0. Вычислить сложное отношение (ab,cd).

Занятие 10, 11. Гармонизм.

Цель: Понятие сложного отношения четырех элементов в формах первой ступени, свойства, гармонизм.
1. Построение полного четырехвершинника.
2.На одной прямой заданы три различные точки A, B, C. Построить точки:
1) $Д_1$: (AB,$СД_1$) = -1;
2) $Д_2$: (AC,$ВД_2$) = -1;
3) $Д_3$: (BC,$АД_3$) = -1.
Домашнее задание.
1. Даны три точки оси Ox: A(0), B(5), C(10).
а) на оси Ox найти точку D, чтобы (AB, CD) = 4;
б) построить точку E, чтобы CE $\overset{h}{—}$ AB.

Занятие 12, 13. Проективное соответствие форм первой ступени.

Цель: задание и построение проективного соответствия в формах первой ступени.

1. Ряд l (A(a1; a2), B(в1; в2), C(c1;c2),...) проективен ряду l_1(A_1(a11; a21), B_1(в11; в21), C_1(c11; c21),...). Для точки D(d1; d2) ряда l построить соответствующую ей точку D_1 ряда l_1.

2. На проективной плоскости даны две прямые, на которых задана пара соответствующих реперов. Найти образ произвольной точки M прямой d в проективном отображении f: d→d0.

Домашнее задание.

1. Ряд l (A(a1; a2), B(в1; в2), C(c1;c2),...) проективен ряду l_1(A_1(a11; a21), B_1(в11; в21), C_1(c11; c21),...). Для точки D(d1; d2) ряда l построить соответствующую ей точку D_1 ряда l_1.

Занятие 14. Проективное соответствие форм первой ступени.

Цель: Линии второго порядка на проективной плоскости. Канонические уравнения линий второго порядка в проективных координатах Проективная классификация линий второго порядка. Полюс и поляра Понятие о полярном соответствии.

1. (Основное свойство полярного соответствия) Через точку A, лежащую вне окружности проведены к ней две секущие m и l, которые пересекают в точках M1, M2 и L1, L2 соответственно. Докажите, что прямые M1L1 и M2L2 пересекаются на поляре точки A или параллельны ей.
2. Диагонали вписанного четырехугольника ABCD пересекаются в точке T, а продолжения его противоположных сторон пересекаются в точках P и Q. Докажите, что: а) точки P и Q лежат на поляре точки T. б) четверка точек P, Q, T и O (центр окружности) – ортоцентрическая (любая из этих точек является ортоцентром треугольника с вершинами в трех других точках).
3. Объясните, каким образом, используя только линейку без делений, построить:

а) поляру точки, не лежащей на данной окружности;

б) касательную к данной окружности, проходящую через заданную точку M,

в) перпендикуляр из данной точки P, лежащей на полуокружности с данным диаметром AB, к этому диаметру.

4. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Известно, что касательные, проведенные в точках A и C, пересекаются на прямой BD или параллельны BD.

Докажите, что: а) касательные, проведенные в точках B и D, пересекаются на прямой AC или параллельны AC.

б) условие пункта а) равносильно тому, что ABCD – гармонический четырехугольник.

Домашнее задание.

1. Четырехугольник ABCD описан около окружности. K, L, M и N – точки касания со сторонами AB, BC. CD и DA соответственно. Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке R, продолжения сторон BC и DA – в точке Q, продолжения KL и MN – в точке S, продолжения LM и NK – в точке T. Докажите, что: а) точки Q, R, S и T лежат на одной прямой; б) прямые AC, BD, KM и LN пересекаются в одной точке.
2. Четырехугольник ABCD вписан в окружность с центром O. Его диагонали пересекаются в точке T, а лучи AB и DC – в точке P. Описанные окружности треугольников PAD и PBC вторично пересекаются в точке M. Докажите, что точки O, T и M лежат на одной прямой.
3. Пусть AL и AK – внутренняя и внешняя биссектрисы треугольника ABC, P – точка пересечения касательных к описанной окружности в точках B и C. Перпендикуляр,

восставленный из точки L к BC, пересекает прямую AP в точке Q. Докажите, что Q лежит на средней линии треугольника LKP.

Занятие 15. Контрольная работа

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 1. - 396 с.: ил. - Список лит.: с. 391. (Библиотека УлГПУ).
2. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 2. - 422 с.: ил. - Список лит.: с. 417. (Библиотека УлГПУ).
3. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 1. - М. : ЭКСМО, 2007. – 333. (Библиотека УлГПУ).
4. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 2 - М. : ЭКСМО, 2008. (Библиотека УлГПУ).
5. Остыловский, А. Н. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. Н. Остыловский. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2011. - 92 с. - ISBN 978-5-7638-2196-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/443221
6. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2011. - 585 с. (http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544579)

Дополнительная литература

1. Атанасян С.Л., Базылев В.Т. Геометрия Ч. 1. – М.: Просвещение, 1986 – 335с. (Библиотека УлГПУ).
2. Атанасян С.Л., Базылев В.Т. Геометрия Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987 – 351с. (Библиотека УлГПУ).
3. Аналитическая геометрия в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - 2-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с. (http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=515990)

Интернет-ресурсы

– http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал