Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«25» июня 2021 г.

ОСНОВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Технология

(заочная форма обучения)

Составители:
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики
Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от
«21» июня 2021г. №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы дифференциального и интегрального исчисления» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Технология», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Основы дифференциального и интегрального исчисления» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Основы дифференциального и интегрального исчисления» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений, содержательное	ОР-1. Основные понятия дисциплины, определения,	ОР-2 Решать задачи по дисциплине, проводить	

значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов. ПК-12.2. Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области. ПК-12.3. Владеет профессиональной терминологией и основами профессиональной речевой культуры; методами доказательных рассуждений; методами анализа изучаемых объектов, методами систематизации и структурирования знаний в предметной области, основами моделирования в предметной области.	содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач	доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения	

ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.	ОР-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	ОР-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	

1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия					Форма итоговой аттестации
	Всего	Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость					

	Зачет. ед.	Часы					
1	2	72	2	-	6	58	зачет 6
2	3	108	4	-	10	85	экзамен 9
Итого:	5	180	6	-	16	143	15

2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
1-й семестр (2 ЗЕ)					
1.	Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Предел последовательности. Предел и непрерывность функций	1		2	29
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Основные понятия и теоремы. Приложения производной к исследованию функций	1		4	29
Итого за 1-й семестр		**2**	**-**	**6**	**58**
2 семестр (3 ЗЕ)					
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Приложения интегрального исчисления	2		6	30
4.	Элементы теории рядов. Числовые ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды.			2	25
5.	Элементы дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных. Основные понятия и теоремы. Экстремумы функций нескольких переменных	2		2	30
Итого за 2-й семестр		**4**	**-**	**10**	**85**
Всего		**8**		**20**	**170**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

1-й семестр

Раздел 1. Введение в анализ.

Множество действительных чисел. Числовые множества: *N*, *Z*, *Q*, R/ Недостаточность множества рациональных чисел для решения измерительных задач. Определение вещественного числа как бесконечной десятичной дроби. Числовые промежутки.

Функции, способы задания функций. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Способы задания последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Предел числовой последовательности. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела последовательности.

Действия с последовательностями (сложение, вычитание, умножение, деление, умножение на число). Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Взаимосвязь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Лемма о представлении последовательности в виде суммы её предела и бесконечно малой последовательности. Свойства пределов последовательностей, связанные с арифметическими операциями над последовательностями. Неопределенные выражения. Теоремы о предельном переходе в равенстве и неравенстве, теорема о сжатой переменной. Свойства последовательностей (монотонность, ограниченность). Ограниченность как необходимое условие существования предела последовательности. Теоремы о пределе монотонных последовательностей. Лемма Бернулли. Число е. Критерий Коши сходимости последовательности.

Интерактивная форма: работа в парах «Вычисление пределов».

Предел и непрерывность функции. Определение предела функции в точке на языке последовательностей. Определение предела функции в точке на языке «$\varepsilon-\delta$». Теорема об эквивалентности определений предела функции в точке на языке последовательностей и на языке «$\varepsilon-\delta$». Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке. Свойства пределов функций (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного).

Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций (сумма, разность, произведение бесконечно малых функций; произведение бесконечно малой и ограниченной функций). Бесконечный предел функции в точке. Бесконечно большие функции.

Точки непрерывности и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных в точке (непрерывность суммы, произведения, частного, композиции непрерывных функций). Непрерывность функции на промежутке. Свойства функций, непрерывных на промежутке. Непрерывность элементарных функций.

Интерактивная форма: работа в парах «Исследование функций на непрерывность».

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Основные понятия и теоремы. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Непрерывность как необходимое условие дифференцируемости функции. Правила вычисления производных. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных элементарных функций.

Производная неявной функции. Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическая производная.

Дифференциал. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал как источник приближенных формул. Производные высших порядков.

Теорема Ферма. Теоремы о средних значениях: теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Формула Тейлора. Формула Маклорена для основных элементарных функций.

Приложения производной к вычислению пределов и исследованию функций. Правила Лопиталя. Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Критерии выпуклости и вогнутости кривой. Точка перегиба графика функции. Необходимое условие, достаточные условия точки перегиба кривой. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке (на интервале, на неограниченном промежутке). Применение производной при решении экстремальных задач.

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения производной».

2-й семестр

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Неопределенный интеграл. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Приемы нахождения интеграла (непосредственное интегрирование, подведение под знак дифференциала, метод подстановки, интегрирование по частям). Интегрирование простейших дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.

Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о площади криволинейной трапеции, задача о массе стержня, задача о пройденном пути). Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана). Свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность относительно промежутка интегрирования, монотонность относительно подынтегральной функции и ее следствия; теорема о среднем). Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов (основная формула интегрального исчисления, метод замены переменной, интегрирование по частям).

Интерактивная форма: работа в парах «Вычисление интегралов».

Приложения интегрального исчисления. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь фигуры в декартовых координатах. Случай параметрического задания кривой. Площадь сектора в полярных координатах. Длина дуги в декартовых координатах. Длина дуги в полярных координатах. Площадь поверхности вращения. Объем тела вращения. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских кривых. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских фигур. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения определенного интеграла».

Раздел 4. Ряды.

Числовые ряды. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический и геометрический ряды. Необходимое условие сходимости числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости рядов с положительными членами (первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак). Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости функционального ряда. Сумма ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Действия над степенными рядами. Единственность разложения функции в степенной ряд.

Ряд Тейлора. Необходимое и достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов к приближенным вычислениям.

Интерактивная форма: работа в парах «Разложение функций в степенной ряд. Промежутки сходимости степенных рядов»

Раздел 5. Элементы дифференциального исчисления функций нескольких переменных.

Основный понятия и теоремы. Определение функции двух переменных. Область определения, множество значений, график, линии уровня. Функции трёх переменных, функции n переменных. Поверхности уровня.

Частные приращения и частные производные функции. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Полное приращение функции. Условие выражения полного приращения функции через её частные производные. Дифференцируемая функция и ее полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференциал как источник приближенных формул. Частные производные высших порядков. Условие равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.

Экстремумы функций нескольких переменных. Точки экстремума функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой, ограниченной области. Интерактивная форма: кейс-задание «Экстремумы функций нескольких переменных».

Элементы интегрального исчисления функций нескольких переменных.

Кратные интегралы. Двойной интеграл в прямоугольных координатах. Определение двойного интеграла как предела интегральной суммы. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Тройной интеграл в прямоугольных координатах. Определение тройного интеграла как предела интегральной суммы. Вычисление тройного интеграла сведением к повторному. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма цилиндрического тела. Вычисление площади поверхности. Вычисление массы плоской пластины. Вычисление координат центра тяжести плоской пластины. Вычисление объёма тела. Вычисление массы тела. Вычисление координат центра тяжести тела.

Интерактивная форма: задания в парах «Вычисление двойных и тройных интегралов».

3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия,

требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение домашних контрольных работ;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Самостоятельная работа.

1. Известно, что $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\frac{\pi}{2}$. Найти $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{2\sin f(x)+\cos f(x)}{2f(x)+1}$.

1) $\frac{2}{\pi+1}$; 2) 0; 3) 1; 4) ∞; 5) не существует.

2. Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(2x+\sqrt{x}\right)^2\left(1-5x^2\right)^3}{\left(3x^2+2x\right)^4}$.

1) $-\frac{500}{81}$; 2) 0; 3) ∞; 4) $\frac{5}{4}$; 5) 1.

3. Найти $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}$.

1) 0; 2) ∞; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$; 5) не существует.

4.Найти $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{4}{3}}\left(\sqrt[3]{x^2+2}-\sqrt[3]{x^2-3}\right)$.

1) 0; 2) ∞; 3) $\frac{5}{3}$; 4) не существует; 5) 5.

5. Найти $\lim\limits_{x\to0}\frac{7^{3x}-5^{-2x}}{\arcsin 4x}$.

1) ∞; 2) 0; 3) 2; 4) $\frac{1}{4}\ln 8575$; 5) не существует.

6.Найти $\lim\limits_{x\to1}\frac{\cos\frac{\pi x}{2}}{\ln(3-2x)}$.

1) 0; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) ∞; 4) не существует; 5) 1.

7.Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x+1}{13x-1}\right)^{2x+3}$.

1) $\dfrac{3}{13}$; 2) $-\infty$; 3) 1; 4) 0; 5) $+\infty$.

8.Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x^2+1}{5x^2-1}\right)^{-3x^2}$.

1) $e^{-\frac{6}{5}}$; 2) 1; 3) 0; 4) ∞; 5) 5^{-3};

9.Определить порядок роста функции $f(x)=\dfrac{3x^2\cdot\sqrt{x}+2x+1}{2\sqrt[3]{x}+2}$ относительно $g(x)=x$ при $x\to+\infty$.

1) $\dfrac{3}{2}$; 2) ∞; 3) $\dfrac{13}{6}$; 4) 0; 5) 1.

10.Найти $2a+b$, если $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-2x}{x-1}-ax+b\right)=3$.

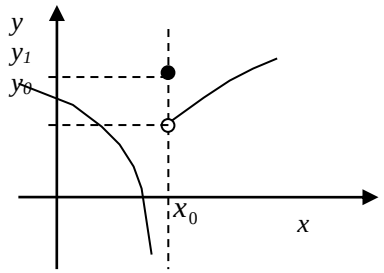
1) 0; 2) 4; 3) 2; 4) 6; 5) -4.

11.Найдите $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, если $f(x)=(\frac{1}{5})^x$.

1) $+\infty;\ +\infty$; 2) $0;\ +\infty$; 3) $0;\ 0$; 4) $+\infty;\ 0$; 5) $-\infty;\ +\infty$.

12.Верны ли приведенные ниже утверждения? (Ответ «да» – знак «+», ответ «нет»– знак «–»).

- Левосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- Правосторонний предел функции в точке x_0 – конечное число.
- x_0 –точка разрыва первого рода.
- x_0 –точка разрыва второго рода.
- Значение функции в точке x_0 совпадает со значением левостороннего или правостороннего предела.



Выбрать набор верных ответов.

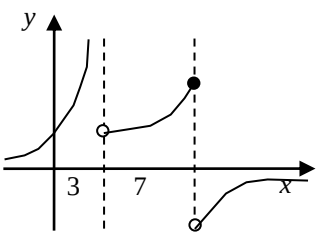
1)– + + – –; 2)– – – + –; 3) + – – + –; 4)– + – + +; 5) – + – + –.

13.Найти левосторонний и правосторонний пределы функции в точке x_0.

$f(x)=arctg\dfrac{1}{x-3}$, $x_0=3$.

1) $-\infty;+\infty$; 2) $0;+\infty$; 3) $0;\pi$; 4) $-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}$; 5) $+\infty;-\infty$.

14.Найти $5a-4b$, где a – точка разрыва первого рода, b – точка разрыва второго рода функции, заданной графически.



15.Найти точки разрыва функции

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{при } x\le 1;\\ 2-x & \text{при } 1<x<2;\\ 1 & \text{при } x\ge 2. \end{cases}$$

16.Определить функцию $y=f(x)$ в точке x_0, чтобы она стала в этой точке непрерывной. $f(x_0)=?\quad f(x)=\dfrac{e^{5x}-1}{x},\ x_0=0.$

17.Найти скачок функции $f(x)=\dfrac{x-2}{|x-2|}x^2$ в точке разрыва.

18.Найдите точку или точки разрыва. Если точка разрыва первого рода, то её абсциссу умножить на 1; если второго рода, то на 2; если точек разрыва несколько – полученные, как описано выше, числа сложить.

$$f(x)=\begin{cases} 1 & \text{при } x<3;\\ \dfrac{1}{x-6} & \text{при } x>3. \end{cases}$$

19.Схематически изобразить график функции, удовлетворяющий условиям: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2-0} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 2+0} f(x)=4$.

20.Доказать непрерывность функции $f(x)=x^2$ в каждой точке x_0 области определения.

ОС-2. Примерный перечень тем рефератов.

1. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.
2. Последовательности и их свойства.
3. Последовательности в природе и технике.
4. Показательная функция и геометрическая прогрессия как модели реальных процессов.
5. Логарифмическая функция как модель реальных процессов.
6. Степенные зависимости и их свойства.
7. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов.
8. История тригонометрических функций.
9. Асимптоты кривой и асимптотическое поведение функций.
10. Применение формулы Тейлора к исследованию поведения функций.

ОС-3. Контрольная работа.

1. Найти производную функции

1) $\frac{0.1}{4\sqrt[9]{x^7}}-\frac{x^6}{0/2}$; 2) $(\frac{2}{\sqrt[5]{x}}+1)(x+6)$; 3) $\frac{2}{\sqrt[3]{(3x^2-7)^4}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt[3]{cos^2x}}$; 5) $\sqrt{\ln(2x+1)}$;

6) $10^{arcsinx}$; 7) $\frac{1}{th^2x}$; 8) $(1+lgx)^x$.

2. Вычислить значение дифференциала функции $f(x)$ при изменении переменной от x_0 до x. $f(x)=th4x+3x,\ x_0=0,\ x=0.5.$

3. Найти общее выражение для производной порядка n от функции $\frac{1}{x^3}$.

4. Найти производные 1-го порядка от функции, заданной параметрически

$x=3\arccos\quad t,\quad y=2\sqrt{1-t^2}.$

5. Вычислить предел, используя правило Лопиталя

a) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{lncos3x}{(6x-\pi)^2}$; b) $\lim_{x\to\pi}\frac{sin5x}{tg3x}$; c) $\lim_{x\to\infty}(4+x^2)^{\frac{1}{x^2}}$.

6. $\ln(xy)+x^2+3y=0,\ y_x`-?$

7. Вычислить приближенно $arctg1,002$.

ОС-4. Кейс-задачи

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$$

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16, \quad [1,\ 4].$$

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$$

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = (x^2+1)/\sqrt{4x^2-3}.$$

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = (x^3+4)/x^2.$$

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-5. Контрольная работа.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы функций.

$(8x+10)^2$ $\qquad \sqrt[4]{(3+\frac{x}{13})^5}$ $\qquad -\frac{14}{(7x-6)^4}$

Задача 2. Найти интегралы.

$\int tg^4 x \frac{1}{\cos^2 x}dx$ $\qquad \int \frac{14x+3}{(7x^2+3x+2)^3}dx$ $\qquad \int_0^{\pi/6} \cos^5 x \sin x\, dx$

Задача 3. Найти интегралы.

$\int \cos(3x+2)dx$ $\qquad \int_1^2 \frac{dx}{\sin^2(\pi/3\, x)}$ $\qquad \int(-2x+7)\sin(-x^2+7x+5)dx$

Задача 4. Найти интегралы.

$\int 5^{-2x+1}dx$ $\qquad \int_0^1 (3x^2+5)7^{x^3+5x+6}dx$ $\qquad \int e^{\sin x}\cos x dx$

Задача 5. Найти интегралы.

$\int \frac{dx}{\sqrt{4+49x^2}}$ $\qquad \int \frac{dx}{15+2x^2}$ $\qquad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^6}}$ $\qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$

Задача 6. Найти интегралы.

$\int(6x+2)\cos 2x dx$ $\qquad \int_1^2 (x^3+3x-2)\ln 2x dx$ $\qquad \int x^2 2^{5x}dx$

Задача 7. Найти неопределенные интегралы от заданных функций.

$\frac{5x^2+3x-5}{x^2(x+1)}$ $\frac{7x^2-4x+45}{(x-2)(x^2+9)}$ $\frac{x^3-13x^2+36x+1}{x^2-13x+36}$

Задача 8. В А) и С) найти неопределенные интегралы от заданных функций, в В) – определенный интеграл на промежутке $[a;b]$.

$\sin^{10}x\cdot\cos^5 x$ $\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2},\ \ a=0,\ \ b=\frac{\pi}{12}$ $\sin 5x\cdot\sin 7x$

Задача 9. Найти интегралы.

$\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ $\int \frac{dx}{x+\sqrt[4]{x^3}}$

Задача 10. Найти интегралы.

$\int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{4-x^2})^3}$ $\int \frac{dx}{(\sqrt{2+x^2})^5}$ $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}dx}{x^3}$

Задача 11. Найти интегралы.

$\int \frac{dx}{3+2\cos x}$ $\int_0^{arctg2} \frac{dx}{4\cos^2 x+\sin^2 x}$ $\int \frac{e^{2x}dx}{e^x+1}$

ОС-6. Примерный перечень тем рефератов.

1. Исследование кривых, заданных параметрически.
2. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
3. Циклоида и ее свойства.
4. Астроида и ее свойства.
5. Кардиоида.
6. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
7. Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики.
8. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
9. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
10. Геометрические приложения интеграла Римана.
11. Физические приложения интеграла Римана.
12. Первообразная и интеграл в школьном курсе.
13. Кратные интегралы и их свойства.
14. Вычисление площади поверхности.
15. Геометрические приложения кратных интегралов.
16. Физические приложения кратных интегралов.
17. Скалярные и векторные поля в физике и в математике.

ОС-7. Контрольная работа

Задача 1. Найти интегралы.

$\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$ $\int_0^{\pi/6} \cos^5 x\sin x\,dx$ $\int_0^1 (3x^2+5)7^{x^3+5x+6}dx$

Задача 2. Найти интегралы.

$\int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{4-x^2})^3}$ $\int_1^2 \frac{dx}{\sin^2(\pi/3\,x)}$ $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}dx}{x^3}$

Задача 3. Найти интегралы.

$\int_1^2 (x^3+3x-2)\ln 2x dx$ $\int_0^{arctg2} \frac{dx}{4\cos^2 x+\sin^2 x}$

Задача 4. Найти площадь фигуры: а) в декартовых координатах: частей эллипса $x^2 + 4y^2 = 8$, отсеченного гиперболой $x^2 - 3y^2 = 1$;

б) ограниченной параметрически заданной кривой: $x = a(t - sint),\ y = a(1 - cost)$ и осью *Ox*;

в) ограниченной кривой в полярных координатах: $\rho = cos\varphi$.

Задача 5. Найти длину дуги: а) в декартовых координатах: $y = \ln(cosx)$ между соседними точками пересечения с осью *Ox*;

б) кривой, заданной параметрически: $x = \frac{t^6}{6},\ y = 2 - \frac{t^4}{4}$, между точками пересечения с осями координат;

в) кривой в полярных координатах: логарифмической спирали $\rho = ae^{m\varphi}$ от точки (ρ_0, φ_0) до точки (ρ, φ).

Задача 6. Найти объем: а) тела вращения: вокруг оси *Oy* фигуры, ограниченной параболами $y = x^2$ и $8x = y^2$.

б) тела (через площадь поперечных сечений): клина, отсеченного от кругового цилиндра радиуса a плоскостью, проходящей через диаметр основания и наклоненной к основанию под углом φ

Задача 7. Найти статический момент кривой $y = cosx$ от точки $x = -\frac{\pi}{2}$ до точки $x = \frac{\pi}{2}$ относительно оси *Ox*.

ОС-8. Самостоятельная работа.

1. Найти область сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(tg\frac{1}{n}\right)^n}{(x+1)^n}$.
2. Доказать сходимость ряда на все числовой прямой $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sinx}{n!}$.
3. Найти радиус сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2n+1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2}$
4. Разложить по степеням x функцию: $\frac{1-ch3x}{x^2}$
5. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл: $\int_0^{0,1} e^{-2x^2} dx$

ОС-9. Контрольная работа.

Задача 1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции.

A	B	C	D
$\sqrt{x^2 + y^2 - 4}$	$\ln x + \ln(-y)$	$\sqrt{(x-5)(x+2)}$	$\arcsin\frac{x^2 + y^2}{4}$

Задача 2. Найти частные производные первого порядка от функций.

A	B	C	D
$3x^4y^2 - 2x + 4y - 6$	$2x^4 \cos 5y$	$tg(3xy^2 + x^2)$	$(x + 4y) \cdot \ln(x + 3y)$

Задача 3.

A) Найти du	B) Найти $grad\ z$	C) Найти d^2z
$(2x - y + 3z)^5$	$e^{xyz} + 2x - 3y + 4z$	$xy^2z^3 + \frac{1}{x}$

Задача 4. А) Найти $\frac{dz}{dt}$ (в тех задачах, где это указано, не $\frac{dz}{dt}$, а $\frac{dz}{dx}$). В) Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.

А) $z(x;y)=\sqrt{x^2+y^2}$; $x=\sin 3t$; $y=t^3+5$

В) $z(x;y)=x\cdot arctgy$; $x=\frac{u}{v}$; $y=3u-2v$

Задача 5. а) Найдите $\frac{dy}{dx}$ в А; б) Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ в В; в) Найдите в С $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}$,используя непосредственное дифференцирование обеих частей уравнения.

A	B	C
$x^2+y^2+x\cdot\sin y=0$	$\ln(2x+3y+7z)+xy^2z^3=2$	$x^2+y^3+5z+z^4=0$

Задача 6. Найти точки экстремума функций.

$а)\ z(x;y)=\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-x+2y+5$ $б)\ z=\frac{x^3}{3}-x^2-15x+\frac{y^2}{2}-9y$

$в)\ z(x;y)=2x^3+2y^3-24x^2+27y^2$

Задача 7. Составьте уравнение касательной плоскости к поверхности $f(x)=e^{x+y}$ в точке $(1,-1,1)$.

Задача 8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D, ограниченной указанными линиями. $z=x^2+y^2-xy-x-y$; D: $x=0$, $y=0$, $y=3-x$

ОС-10. Контрольная работа.

1. Вычислите: $\iint_D (12x^2y^2+16x^3y^3)\,dxdy$, $D=x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
2. Вычислите: $\iiint_V xdxdydz$, $V: y=10x, y=0, x=1, z=xy, z=0$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:
   $y^2-2y+x^2=0$, $y^2-4y+x^2=0$, $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$, $y=\sqrt{3}x$.
4. Найдите массу пластинки, заданной линиями, μ – поверхностная плотность:
   $D: x=1, y=0$, $y^2=4x\ (y\geq 0)$; $\mu=7x^2+y$.
5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:
   $y=16\sqrt{2x}$, $y=\sqrt{2x}$, $z=0$, $x+z=2$.
6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:
   $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$, $\frac{9z}{2}=x^2+y^2$
7. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

   $z=2-12(x^2+y^2)$, $z=24x+2$

8. Найти объем тела, заданного неравенствами
   $1\leq x^2+y^2+z^2\leq 49$, $-\sqrt{\frac{x^2+y^2}{35}}\leq z\leq\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$, $-x\leq y\leq 0$.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.

2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с.–2017 [Электронный].

4. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины

	ОС-1. Самостоятельная работа. ОС-2. Примерный перечень тем рефератов. ОС-3. Контрольная работа. ОС-4. Кейс-задачи ОС-5. Контрольная работа. ОС-6. Примерный перечень тем рефератов. ОС-7. Контрольная работа ОС-8. Самостоятельная работа. ОС-9. Контрольная работа. ОС-10. Контрольная работа.	ОР-1. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач. ОР-2. Решает задачи по дисциплине, умеет проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения. ОР-3. Знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** 1 семестр зачет в форме устного собеседования 2 семестр экзамен в форме устного собеседования	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

2 семестр

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных интегралов.
4. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о площади криволинейной трапеции, задача о массе стержня, задача о пройденном пути).
5. Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана).
6. Свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность относительно промежутка интегрирования, монотонность относительно подынтегральной функции и ее следствия; теорема о среднем).
7. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь фигуры в декартовых координатах. Случай параметрического задания кривой. Площадь сектора в полярных координатах.

9. Длина дуги в декартовых координатах. Длина дуги в полярных координатах.

10. Площадь поверхности вращения.

11. Объем тела вращения.

12. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских кривых. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских фигур.

13. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический и геометрический ряды.

14. Необходимое условие сходимости числового ряда.

15. Операции с рядами. Свойства сходящихся рядов.

16. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости рядов с положительными членами (первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак).

17. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.

18. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

19. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Сумма ряда.

20. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

21. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции.

22. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов к приближенным вычислениям.

23. Определение функции двух переменных. Область определения, множество значений, график, линии уровня. Функции трёх переменных, функции n переменных. Поверхности уровня.

24. Частные приращения и частные производные функции. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.

25. Полное приращение функции. Условие выражения полного приращения функции через её частные производные. Дифференцируемая функция и ее полный дифференциал.

26. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

27. Дифференциал как источник приближенных формул.

28.Частные производные высших порядков. Условие равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков.

29.Точки экстремума функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.

30. Условный экстремум функции двух переменных.

31. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой, ограниченной области.

32. Двойной интеграл в прямоугольных координатах. Определение двойного интеграла как предела интегральной суммы.

33. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному.

34. Тройной интеграл в прямоугольных координатах. Определение тройного интеграла как предела интегральной суммы. Вычисление тройного интеграла сведением к повторному.

35. Приложения двойного интеграла.

36. Приложения тройного интеграла.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти точки экстремума функций. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-x+2y+5$

2. Вычислить

$$\iint\limits_D \left(12x^2y^2+16x^3y^3\right)dxdy;$$

$$D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z=\sqrt{9-x^2-y^2},$$

$$9z/2=x^2+y^2.$$

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
1 семестр	Разбалловка по видам работ	1х 1=2 балла	3 х 1=3 балла	164 балла	Зачет 32 балла
	Суммарный макс. балл	1 балла max	4баллов max	168 баллов max	200 баллов max

2 семестр	Разбалловка по видам работ	2 х 1=2 баллов	5 х 1=5 баллов	229 баллов	Экзамен 64 балла
	Суммарный макс. балл	2 балла max	7баллов max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестр

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели

возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 СЕМЕСТР

Занятие1. Функции, способы задания функций. Предел функции в точке и на бесконечности. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей ∞/∞ и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 2. Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Таблица производных. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной функций. Техника нахождения производных.

Уравнения касательной и нормали. Геометрический смысл дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Занятие 3. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Исследование функций и построение графиков.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке.

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 2. План. Некоторые приемы интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.

Интегрирование простейших дробей, некоторых дробно-рациональных функций. Интегрирование простейших тригонометрических выражений.

Занятие 3. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур.

Приложения определенного интеграла к вычислению объема тела вращения.

Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой.

Занятие 4. План. Понятие числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Примеры.

Степенные ряды, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами.

Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора. Разложение по степеням x некоторых элементарных функций.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 5. План. Функции двух переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Частные производные. Касательная и нормаль к поверхности. Приложения дифференциала в приближенных вычислениях.

Частные производные высших порядков. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Двойные интегралы. Сведение двойного интеграла к повторному. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов.

2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958&showcollections=1
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181&showcollections=1
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие/ Г.Н. Берман. – М.: Издательство "Лань", 2020. –492 с. – ISBN 978-5-8114-4862-3 URL https://e.lanbook.com/book/126705

Дополнительная литература

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/

3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/