Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«21» июня 2021 г

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы
Математика

(заочная форма обучения)

Составитель: Макеева О.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит Предметно-методический модуль обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин «Математический анализ», «Геометрия», «Основы математической обработки информации».

Результаты изучения дисциплины являются необходимыми для изучения дисциплины «Теория и методика обучения математике» и прохождения практики Производственная (педагогическая) Преподавательская по математике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является подготовка бакалавра к работе учителем математики в общеобразовательной школе. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике на различных ступенях общеобразовательной школы.

Задачей освоения дисциплины является формирование целостного представления о стохастической природе окружающего мира, изучение специфических закономерностей случайных явлений, овладение вероятностно-статистическими методами обработки информации; формирование и развитие компетенций будущего учителя математики в теории и практике моделирования стохастических явлений, возникающих в различных областях естествознания.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
ПК-11. Способен использовать теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) и в	ОР-1. Знает конструкции и схемы комбинаторных методов решения исследовательских задач. ОР-3. Знает конструкции вероятностных методов решения исследовательских	ОР-2. Умеет использовать возможности комбинаторного анализа в исследовательской деятельности. ОР-4. Умеет использовать возможности стохастического моделирования в	

области образования. ПК-11.1. Знает основные научные понятия и особенности их использования, методы и приёмы изучения и анализа литературы в предметной области; основы организации исследовательской деятельности; основные информационные технологии поиска, сбора, анализа и обработки данных; интерпретирует явления и процессы в контексте общей динамики и периодизации исторического развития предмета, с учетом возможности их использования в ходе постановки и решения исследовательских задач. ПК-11.2. Умеет самостоятельно и в составе научного коллектива решать конкретные задачи профессиональной деятельности; самостоятельно и под научным руководством осуществлять сбор и обработку информации; способен применять полученные знания для объяснения актуальных проблем и тенденций развития предмета; проводить исследовательскую	задач. ОР-5. Знает конструкции статистических методов решения исследовательских задач.	исследовательской деятельности. ОР-6. Умеет использовать возможности выборочного метода в исследовательской деятельности.	

работу в соответствии с индивидуальным планом.			
ПК-6. Способен выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп. ПК-6.1. Изучает потребности различных социальных групп в культурно-просветительской деятельности. ПК-6.2. Использует различные средства, методы, приемы и технологии формирования культурных запросов и потребностей различных социальных групп.	ОР-7. Знает о прикладном характере вероятностных моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-9. Знает о прикладном характере статистических моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся.	ОР-8. Умеет осмысливать прикладной характер вероятностных моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-10. Умеет осмысливать прикладной характер статистических моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся.	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
9	4	144	4	12	-	119	экзамен (9)
Итого:	4	144	4	12	-	119	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
9 семестр					
1.	Элементы комбинаторики	1	1		12
2.	Случайные события	1	4	–	32
3.	Случайные величины	1	5	–	36
4.	Основы математической статистики	1	2	–	39
	Итого	**4**	**12**	**–**	**119**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Элементы комбинаторики

Теория вероятностей и математическая статистика, основные задачи и методы исследования, краткий исторический экскурс.

Комбинаторика. Правило суммы и правило произведения. Генеральная и выборочная совокупность, выборка без повторений, выборка с повторениями. Комбинаторные объекты: размещения, сочетания, перестановки. Формулы для подсчета числа комбинаций для выборок без повторений и выборок с повторениями. Общая схема решения комбинаторных задач.

Раздел 2. Случайные события.

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности.

Классификация событий. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры. Схема Лапласа.

Тема 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

Понятие суммы событий, понятие условной вероятности. Теоремы сложения вероятностей (для совместных и несовместных событий), теоремы умножения

вероятностей (для зависимых и независимых событий). Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Приложения формулы полной вероятности.

Тема 3. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов».

Схема независимых испытаний с двумя исходами (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наиболее вероятное число «успехов». Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа, теорема Бернулли. Последовательность зависимых испытаний.

Раздел 3. Случайные величины.

Тема 4. Дискретные случайные величины.

Определение случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины и функция распределения вероятностей. Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты k–го порядка; мода, медиана. Примеры дискретных законов распределения: биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона.

Тема 5. Непрерывные случайные величины.

Непрерывные случайные величины: функция распределения и плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания случайной точки в промежуток. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, начальные и центральные моменты k–го порядка; мода, медиана, асимметрия, эксцесс. Примеры распределений непрерывных случайных величин: равномерное, нормальное, показательное распределение.

Тема 6. Многомерные случайные величины.

Понятие о многомерных случайных величинах. Закон распределения и функция распределения дискретной двумерной случайной величины, законы распределения одномерных компонентов и их условных распределений. Функция распределения и плотность вероятности непрерывной двумерной случайной величины. Вероятность попадания в полуполосу, в прямоугольник. Числовые характеристики одномерных компонентов двумерной случайной величины и их условных распределений: математическое ожидание, дисперсия; функция регрессии. Зависимые и независимые случайные величины, стохастическая зависимость между величинами, линия регрессии. Ковариация и коэффициент корреляции.

Тема 7. Закон больших чисел.

Понятие закона больших чисел в узком и широком смысле. Значение закона больших чисел. Лемма, неравенство и теорема Чебышева; теоремы Бернулли и Пуассона. Центральная предельная теорема, теорема Ляпунова.

Раздел 4. Основы математической статистики

Тема 8 Выборочный метод в математической статистике.

Первичная обработка (ранжирование, группировка, построение вариационного ряда) и представление статистических данных (полигон, гистограмма, кумулятивная кривая); эмпирическая функция распределения. Концепция и задача выборочного метода. Виды выборок (собственно случайная, механическая, типическая, серийная выборка) и способы отбора данных (повторный и бесповторный отбор). Понятие статистической оценки параметров, свойства оценок (несмещённость, эффективность и состоятельность оценки, точность и надёжность оценки). Понятие о методах нахождения оценок (метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов). Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Точеные оценка генеральной доли, генеральной средней, генеральной дисперсии для бесповторной и повторной выборки.

Доверительные интервалы для оценки генеральной доли, генеральной средней и генеральной дисперсии для выборок разных объёмов.

Тема 9. Проверка статистических гипотез и статистические методы изучения зависимостей.

Принцип практической уверенности. Статистические гипотезы и общие идеи их проверки (простая и сложная гипотезы, основная и альтернативная гипотезы, статистический критерий, область отклонения и область принятия гипотезы, ошибки первого и второго рода, уровень значимости и мощность критерия, односторонние и двусторонние критерии, принцип проверки статистической гипотезы). Параметрические и непараметрические критерии. Проверка гипотез о равенстве числовых характеристик генеральных совокупностей: исключение грубых ошибок наблюдений; сравнение долей признака двух совокупностей; сравнение дисперсий двух совокупностей. Проверка гипотез о числовых значениях параметров: о значении математического ожидания; о значении дисперсии. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции и построение доверительного интервала значимого коэффициента корреляции.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (комментирование решения задач домашних заданий, итоговой контрольной работы, творческого задания; доклады по темам индивидуальных и групповых проектов, рефератов).

Примерный перечень тем рефератов

1. Вероятностные модели в страховании.
2. Задачи и методы дисперсионного анализа.
3. Информация и энтропия.
4. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
5. Мартингалы и их применение.
6. Нелинейная регрессия.
7. Производящие и характеристические функции и их применение.
8. Процессы гибели и размножения.
9. Теоремы о случайных блужданиях на решетке.
10. Цепи Маркова и их применения.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, итоговой контрольной работы / реферата. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	**Оценочные средства для текущей аттестации**	ОР-1. Знает конструкции и схемы комбинаторных методов решения исследовательских задач.

	ОС-1 Самостоятельная работа ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Самостоятельная работа ОС-4 Самостоятельная работа ОС-5 Самостоятельная работа ОС-6 Самостоятельная работа ОС-7 Самостоятельная работа ОС-8 Самостоятельная работа ОС-9 Самостоятельная работа ОС-10 Самостоятельная работа ОС-11 Итоговая контрольная работа / Реферат	ОР-2. Умеет использовать возможности комбинаторного анализа в исследовательской деятельности. ОР-3. Знает конструкции вероятностных методов решения исследовательских задач. ОР-4. Умеет использовать возможности стохастического моделирования в исследовательской деятельности. ОР-5. Знает конструкции статистических методов решения исследовательских задач. ОР-6. Умеет использовать возможности выборочного метода в исследовательской деятельности. ОР-7. Знает о прикладном характере вероятностных моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-8. Умеет осмысливать прикладной характер вероятностных моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-9. Знает о прикладном характере статистических моделей и возможностях их использования для формирования просветительских запросов обучающихся. ОР-10. Умеет осмысливать прикладной характер статистических моделей как дидактического материала для формирования просветительских запросов обучающихся.
2.	**Оценочные средства для промежуточной аттестации** ОС-12 Экзамен в форме устного собеседования	

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу.

1. Найдите количество трёхзначных чисел, которые можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, если а) цифры в числе не повторяются; б) цифры в числе могут повторяться?

2. Найдите количество трёхзначных чисел, которые можно составить из цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0, если а) цифры в числе не повторяются; б) цифры в числе могут повторяться?
3. Есть 10 книг, из которых 4 – учебники. Сколькими способами можно поставить эти книги на полку так, чтобы все учебники стояли рядом?
4. Найдите количество четырёхзначных чисел, которые можно получить из цифр 1,1,4,4?
5. Во время встречи 16 человек пожали руки. Сколько всего сделано рукопожатий?
6. Определите число всех диагоналей выпуклого n-угольника.
7. Сколько прямых линий можно провести через 8 точек, из которых никакие три не лежат на одной прямой (так, чтобы каждая прямая проходила через две заданные точки)?
8. Сколько разных плоскостей можно провести через 10 точек, из которых никакие четыре не лежат на одной прямой (так, чтобы каждая плоскость проходила через три заданные точки)?

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет моделировать ситуации с применением инструментов комбинаторного анализа	6
Умеет проводить классификацию комбинаторных объектов и применять общую схему решения комбинаторных задач	6
Умеет применять формулы комбинаторики в ходе исследования комбинаторных объектов	6
Всего	18

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах по выбору студентов. Каждая группа решает две задачи. Время работы – 15-20 минут. Завершается работа комментированным обсуждением решённых задач у доски.

ОС-2 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу.

1. Десятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов?
2. Какова вероятность, что наудачу выбранное четырёхзначное число а) состоит лишь из нечетных цифр; б) не содержит ни одной девятки; в) является четным числом?
3. Из букв слова «вероятность» извлекаются наудачу и складываются друг за другом в порядке их извлечения три буквы. Какова вероятность получить при этом слово «сто»?
4. Для выступления на конкурсе выбирается по жребию две пары из студии, в которой десять девочек и восемь мальчиков. Какова вероятность, что среди них окажется девочка А и не окажется мальчик В?
5. Из колоды карт (52 шт.) одновременно извлекают три карты. Какова вероятность извлечь: а) тройку, семерку, туза; б) хотя бы две карты одной масти; в) ровно две дамы, одна из которых – дама пик; г) хотя бы одну даму?
6. Минное заграждение состоит из мин, расположенных в одну линию на расстоянии 50 метров друг от друга. Найдите вероятность того, что корабль шириной 20 метров

форсируя минное поля перпендикулярно линии заграждения, пройдёт это заграждение, не подорвавшись на мине.

7. Найдите вероятность того, что точка, брошенная наугад в круг $x^2 + y^2 \le a^2$, попадет в эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \le 1$.

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет выполнять построение математической модели задачи: выделять испытание и описывать пространство его элементарных исходов, формулировать событие и отделять исходы благоприятные наступления события	6
Умеет вычислять вероятности случайных событий, применяя схемы равновозможных исходов для испытаний с конечным / бесконечным числом исходов	6
Умеет комментировать и интерпретировать результаты работы с моделью	6
Всего	18

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах по выбору студентов. Каждая группа решает одну задачу. Время работы – 10-15 минут. Затем происходит защита выполненного решения у доски, в которой участвуют 1-3 представителя малой группы. Регламент выступления – 5-7 минут.

ОС-3 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу.

1. Имеется колода из 52 игральных карт. Из колоды наудачу вынимают одну карту. Какова вероятность, что будет вынута козырная карта или король?
2. В читальном зале есть шесть учебников по математике, из которых три в твёрдой обложке. Библиотекарь наугад взял два учебника. Какова вероятность того, что оба учебника будут в твёрдой обложке?
3. В одной партии электролампочек 3% бракованных, а во второй – 4%. Наугад берут по одной лампочке из каждой партии. Найдите вероятность того, что обе лампочки окажутся бракованными.
4. В цепь соединены два независимых элемента. Вероятность выхода из строя первого элемента – 5%, второго- 4%. Какова вероятность отсутствия тока в цепи, если элементы соединены а) последовательно; б) параллельно?
5. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трёх выстрелах равна 0, 875. Найдите вероятность попадания стрелка в мишень при одном выстреле.

6. В специализированную больницу поступают в среднем 50% с заболеванием К, 30% - с заболеванием L, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни Л равна 0,7; для болезней L и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9.

Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

7. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?
8. Группа студентов состоит из a отличников, b хорошо успевающих и c занимающихся слабо. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки. Хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью отличные и хорошие оценки. Слабо занимающиеся могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные оценки. Для сдачи экзамена вызывается наугад один студент. Какова вероятность того, что он получит хорошую или отличную оценку?

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет выполнять построение математической модели задачи: выделять испытание и описывать пространство его элементарных исходов, формулировать событие и представлять его в виде суммы / произведения элементарных событий (вероятности которых можно найти по схеме равновозможных исходов)	8
Умеет вычислять вероятности случайных событий, применяя теоремы о вероятностях сложных событий	8
Умеет комментировать и интерпретировать результаты работы с моделью	8
Всего	24

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах по выбору студентов в два этапа. Каждая группа решает по одной задаче на каждом этапе. Время работы в группах – 15-20 минут. Затем происходит защита выполненного решения у доски, в которой участвуют все представителя малой группы. Регламент выступления – 7-10 минут.

ОС-4 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу.

1. Известно, что в среднем 60% всего числа изготовляемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется: а) 6 аппаратов первого сорта, если партия содержит 10 аппаратов; б) 120 аппаратов первого сорта, если партия содержит 200 аппаратов?
2. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найдите вероятность того, что среди 100 новорождённых окажется: а) 50 мальчиков; б) не более 50 мальчиков.
3. Французский учёный Жорж Луи Леклерк Бюффон (Buffon, 1707-1788) бросил монету 4040 раз, причём «герб» появился 2048 раз. Найдите вероятность того, что при повторении опыта Бюффона относительная частота появления «герба» отклонится от

вероятности появления «герба» по абсолютной величине не более чем в опыте Бюффона.

Ответы: 1. а) 0,251; б) 0,0576; 2. а) 0,0782; б) 0,3381; 3. 0,6196

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет выполнять построение математической модели задачи: выделять испытание и описывать пространство его элементарных исходов, формулировать событие и представлять его как результат серии независимых повторных испытаний	4
Умеет вычислять вероятности случайных событий, применяя схемы независимых повторных испытаний, формулу Бернулли и предельные теоремы	4
Умеет комментировать и интерпретировать результаты работы с моделью	4
Всего	12

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах. Каждая группа решает одну задачу. Время работы – 15-20 минут. При выполнении вычислений допускается использование микрокалькулятора.

ОС-5 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу.

1. Из поступивших в ремонт 10 часов 7 нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортировали по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в чистке, рассматривает их поочерёдно и, найдя такие часы, прекращает дальнейший просмотр. Составьте закон распределения числа просмотренных часов. Постройте многоугольник распределения случайной величины. Найдите функцию распределения случайной величины и постройте её график. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
2. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона, но помнит, что она нечётная. Составьте закон распределения числа сделанных им наборов номера телефона до попадания в нужный номер, если последнюю цифру он набирает наудачу, а набранную цифру в дальнейшем не набирает. Постройте многоугольник распределения случайной величины. Найдите функцию распределения случайной величины и постройте её график. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
3. На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Даны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из них:

для первого станка:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \end{pmatrix}$$

для второго станка:

$$У = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

4. Составьте закон распределения числа бракованных изделий производимых в течение смены обоими станками. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
5. Случайные величины X и $У$ независимы и имеют один и тот же закон распределения:

$$X = У = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Составьте законы распределения случайных величин и убедитесь, что они не совпадают: а) $X + У$ и $2X$; б) $X \cdot У$ и X^2.

Ответы:

1. $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{7}{10} & \frac{7}{30} & \frac{7}{120} & \frac{1}{120} \end{pmatrix}$
2. $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$
3. $X + У = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,05 & 0,30 & 0,20 & 0,30 & 0,15 \end{pmatrix}$
4. а) $X + У = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 8 \\ 0,04 & 0,12 & 0,09 & 0,20 & 0,30 & 0,25 \end{pmatrix}$, $2X = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$

   б) $X \cdot У = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 0,04 & 0,12 & 0,29 & 0,30 & 0,25 \end{pmatrix}$, $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix}$

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет выполнять построение математической модели задачи: выделять случайную величину и её возможные значения; выделять испытание и описывать пространство его элементарных исходов, описывать возможные значения случайной величины как случайные события	8
Умеет составлять законы распределения и функции распределения случайных величин, представлять информацию аналитически и графически	8
Умеет комментировать и интерпретировать результаты работы с моделью	8
Всего	24

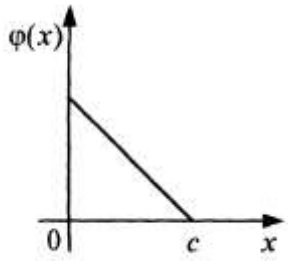
Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно индивидуально. Время работы – 45 минут. Для выполнения работы предоставляется справочная информация. При выполнении вычислений допускается использование микрокалькулятора.

ОС-6 Самостоятельная работа

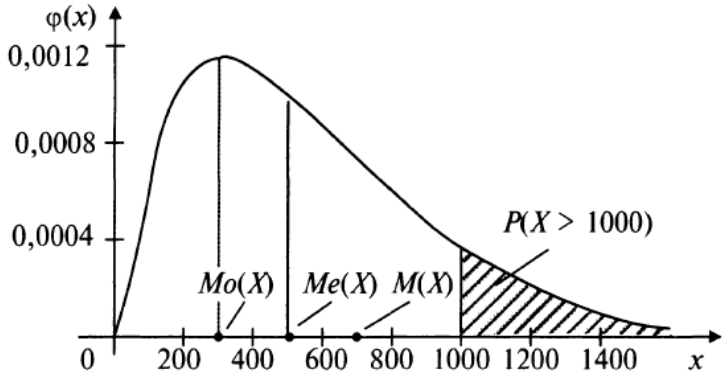
Решите задачу.

1. Случайная величина X распределена по закону «прямоугольного треугольника» в интервале $(0;c)$.



Найдите выражение плотности распределения и функции распределения случайной величины. Найдите вероятность $P\left(\frac{c}{2} \le X \le c\right)$ и покажите её на графиках плотности распределения и функции распределения случайной величины.

2. Случайная величина X, сосредоточенная на интервале [2;6], задана функцией распределения $F(x) = \frac{1}{16}\left(x^2 - 4x + 4\right)$.
   1) Найдите плотность вероятности $f(x)$.
   2) Постройте графики функции распределения и плотности распределения.
   3) Убедитесь, что X – непрерывная случайная величина.
   4) Найдите вероятность того, что величина X примет значение: а) 4; б) меньше 4; в) не меньше 4 и покажите эти вероятности на графиках функции распределения и плотности распределения.
3. По результатам исследований установлено, что вклады населения в данном банке могут быть описаны случайной величиной X, распределённой по логнормальному закону, для которого построен график плотности вероятности.



Кроме того найдены числовые характеристики величины X:

– $M(X) = 730$;
– $M_o(X) \approx 280$;
– $M_e(X) = 530$;
– $P(X \ge 1000) = 0,215$.

Найдите:

1) средний размер вклада;
2) долю вкладчиков, размер вклада которых составляет не менее 1000 ден. ед.;
3) наиболее часто встречающийся банковский вклад;
4) долю вкладчиков, размер вклада которых не превосходит 530 ден. ед.

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет описывать непрерывные случайные величины с помощью функции распределения и плотности вероятности, представлять информацию аналитически и графически	4
Умеет находить вероятности случайных событий с помощью функции распределения и плотности вероятности соответствующих случайных величин	4
Умеет комментировать и интерпретировать результаты исследования	4
Всего	12

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно индивидуально во внеаудиторное время. Задания сообщаются за 1 день до сдачи работы на проверку.

ОС-7 Самостоятельная работа

Решите задачу.

1. Двумерная случайная величина (X,Y) описывает подбрасывание игрального кубика: если выпадает чётное число очков, то $X=1$, в противном случае $X=0$; если число очков кратно трём, то $Y=1$, в противном случае $Y=0$.
   Найдите:
   1) законы распределения двумерной случайной величины (X,Y) и её одномерных компонентов X и Y;
   2) функцию распределения двумерной случайной величины (X,Y) и функции распределения её одномерных компонентов X и Y.

   Составьте:
   1) условные законы распределения компонента X;
   2) условные математические ожидания компонента X.

   Найдите:
   1) ковариацию величин X и Y двумя способами;
   2) коэффициент корреляции величин X и Y.

   Проверьте, являются ли компоненты X и Y:
   1) коррелированными;
   2) зависимыми.
2. На координатной плоскости отмечены точки $A(1;3)$, $B(1;5)$, $C(2;5)$, $D(2;3)$ и задана двумерная случайная величина (X,Y) функцией распределения:
   $$F(x,y)=\begin{cases}1-2^{-x}-2^{-y}+2^{-x-y} \text{ при } x\ge 0, y\ge 0,\\ 0 \text{ при } x<0 \text{ или } y<0.\end{cases}$$
   Вычислите вероятность попадания случайной величины:
   1) в точку A;
   2) на отрезок AB;
   3) на луч AB;

4) в прямоугольник $ABCD$.

Найдите:

1) совместную плотность двумерной случайной величины (X,Y);

2) функции распределения и плотности вероятности компонентов X и Y.

Постройте графики найденных функций одной переменной.

Найдите условные плотности вероятности $\varphi_y(x)$ и $\varphi_x(y)$ двумерной случайной величины (X,Y).

Проверьте, являются ли компоненты X и Y зависимыми.

Найдите ковариацию и коэффициент корреляции величин X и Y.

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет описывать двумерные случайные величины с помощью функции распределения и плотности вероятности, составлять закон распределения величины и её компонентов, условные законы распределения компонентов; представлять информацию аналитически и графически	8
Умеет находить характеристики случайных величин, исследовать их коррелированность и зависимость	8
Умеет комментировать и интерпретировать результаты исследования	8
Всего	24

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно индивидуально во внеаудиторное время. Задания сообщаются за 1 день до сдачи работы на проверку.

ОС-8 Самостоятельная работа

Решите задачу, предварительно описав случайную величину.

1. Средний вес клубня картофеля равен 120 г. Оцените вероятность того, что наугад взятый картофель весит не более 360 г., более 360 г.
2. Среднее значение длины детали равно 50 см, а дисперсия равна 0,1. Оцените вероятность того, что деталь окажется по своей длине не меньше 49,5 см и не больше 50,5 см.
3. Для определения средней урожайности поля площадью 1800 га взяли на выборку по 1 м^2 с каждого гектара. Известно, что по каждому гектару поля дисперсия не превышает 6. Оцените вероятность того, что отклонение средней выборочной урожайности отличается от средней урожайности по всему полю не более чем на 0,25 ц.
4. При штамповке пластинок из пластмассы брак составляет 3%. Оцените вероятность того, что при проверке партии в1000 пластинок выявится отклонение от установленного процента брака меньше чем на 1%.
5. Всхожесть семян некоторой культуры равна 75%. Оцените вероятность того, что из посеянных 1000 семян число взошедших окажется от 700 до 800 включительно.

6. Всхожесть семян некоторой культуры равна 70%. Оцените вероятность того, что при посеве 10000 семян отклонение доли взошедших семян от вероятности того, что взойдёт каждое из них, не превзойдёт по модулю 0,01.

Ответы: 1. $P \geq \frac{2}{3}$; 2. $P \geq \frac{3}{5}$; 3. $P \geq 0,947$; 4. $P \geq 0,709$; 5. $P \geq 0,925$; 6. $P \geq 0,79$.

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет моделировать случайные явления с помощью случайных величин	4
Умеет исследовать случайные явления с помощью случайных величин, опираясь на утверждения закона больших чисел	4
Умеет комментировать и интерпретировать результаты исследования	4
Всего	12

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах. Каждая группа решает одну задачу. Время работы – 15-20 минут. При выполнении вычислений допускается использование микрокалькулятора.

ОС-9 Самостоятельная работа

Приведены результаты наблюдений некоторой физической величин *X*, сгруппированные в интервальный вариационный ряд частот.

1) Найдите эмпирическую функцию распределения и постройте её график.
2) Постройте гистограмму и полигон относительных частот.
3) Вычислите выборочную среднюю, выборочный стандарт, выборочные коэффициенты асимметрии и эксцесса.
4) По виду гистограммы, полигона, коэффициентам асимметрии и эксцесса убедитесь, что закон распределения близок к нормальному.
5) Найти с надёжностью $\gamma = 0,95$ доверительные интервалы для оценки выборочного среднего значения и выборочного стандарта измеряемой величины.

Даны сведения о расходе(в $м^3$) воды на заводе в течение100 дней:

x_i	8 – 10	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18
n_i	7	16	54	15	8

Даны размеры костюмов, имеющихся в данном отделе магазина:

x_i	40 – 42	42 – 44	44 – 46	46 – 48	48 – 50
n_i	8	25	35	22	10

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет выполнять статистическую обработку данных наблюдений, представлять информацию аналитически и графически	4
Умеет получать точные и интервальные оценки параметров распределения на основе выборочных данных	4
Умеет комментировать и интерпретировать результаты исследования	4
Всего	12

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно индивидуально во внеаудиторное время. Задания сообщаются за 1 день до сдачи работы на проверку.

ОС-10 Самостоятельная работа

Постройте математическую модель и решите задачу по следующему плану:

1) Опишите случайную величину; назовите закон её распределения и параметры (если известны).
2) Определите тип проверяемой гипотезы и уточните условия её проверки.
3) Сформулируйте проверяемую гипотезу H_0 и альтернативную гипотезу H_1; определите вид критической области.
4) Запишите статистический критерий для проверки данного типа гипотезы и охарактеризуйте его. Исходя из уровня значимости α и числа степеней свободы статистического критерия, найдите критическую точку. Найдите и изобразите критическую область.
5) Найдите наблюдаемое значение критерия. Изобразите положение наблюдаемого значения критерия на координатной прямой и сделайте вывод о гипотезе H_0. Дайте интерпретацию полученных результатов.

1. Расход сырья на единицу продукции составил

по старой технологии

x_i	303	307	308
n_i	1	4	4

по новой технологии

y_i	303	304	306	308
n_i	2	6	4	1

Полагая, что расходы сырья по каждой технологии имеют нормальное распределение с одинаковыми дисперсиями, на уровне значимости 5% выясните, даёт ли новая технология экономию в среднем расходе сырья.

2. Имеются следующие данные о качестве детского питания, изготовленного различными фирмами (в баллах): 40, 39, 42, 37, 38, 43, 45, 41, 48. Есть основания предполагать, что показатель качества последней фирмы (48) зарегистрирован неверно. Является ли это значение аномальным (резко выделяющимся) на 5%-ом уровне значимости?
3. Вступительный экзамен проводился на двух факультетах института. На первом факультет из 900 абитуриентов выдержали экзамен 500 человек. На втором факультет из 800 человек экзамен выдержали 408 человек. На уровне значимости 5% проверьте

гипотезу об отсутствии существенных различий в уровне подготовки абитуриентов двух факультетов.

Ответы:

1. Правостороння критическая область; $t_{набл} = 3,38$, $t_{кр.пр.} = 1,72$; вывод: гипотеза о том, что новая технология даёт значимое уменьшение средних расходов сырья, согласуется с опытными данными.
2. Правостороння критическая область; $t_{набл} = 2,95$, $t_{кр.пр.} = 1,89$; вывод: есть основания считать, что значение 48 является аномальным.
3. Двусторонняя критическая область; $t_{набл} = 1,88$, $t_{кр.пр.} = 1,96$; вывод: гипотеза о том, что существенные различия в уровне подготовки абитуриентов двух факультетов отсутствуют, согласуется с опытными данными.

Критерии и шкала оценивания

Критерий	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Умеет определять тип статистической гипотезы, проверка которой соответствует целям исследования процесса (явления)	4
Умеет реализовывать алгоритм проверки статистической гипотезы, проверка которой соответствует целям исследования процесса (явления)	4
Умеет интерпретировать и использовать результаты проверки статистической гипотезы в целях исследования процесса (явления)	4
Всего	12

Рекомендации по использованию оценочного средства

Работа выполняется письменно в малых группах во внеаудиторное время. Каждая группа решает одну задачу. Задания сообщаются за 1 день до сдачи работы на проверку.

ОС-11 Итоговая контрольная работа / Реферат

Примерное содержание итоговой контрольной работы

1. Сколько можно составить шестизначных телефонных номеров, у которых на первых двух местах стоит цифра 6, а на остальных – любая из цифр 0,1,…,9?
2. Из букв разрезной азбуки составили слово «математика». Найдите вероятность того, что извлеченные наугад 3 буквы образуют в порядке выбора слово «том».
3. Найдите вероятность того, что точка, брошенная наугад в эллипс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 1$, попадет в круг $x^2 + y^2 \le 4$.
4. Имеется колода из 52 игральных карт. Из колоды наудачу вынимают 4 карты. Какова вероятность, что среди них будет хотя бы две дамы?
5. 70% деталей, поступающих на сборку, изготовлены станком, дающим 2% брака, а 30% - автоматом, дающим 5% брака; наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена первым автоматом?
6. Монету бросают пять раз. Найдите вероятность того, что герб выпадет не менее четырех раз.

7. Найдите вероятность того, что событие A наступит 1400 раз в 2400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,6.
8. Вероятность рождения мальчика 0,515. Чему равна вероятность того, что среди 60 новорожденных менее 50 мальчиков?
9. Найдите математическое ожидание, дисперсию случайной величины X – числа выпадений количества очков, кратного трём, в сумме на двух костях, если кости были брошены 4 раза.
10. Составьте закон распределения случайного числа отказавших элементов устройства, состоящего из трёх независимо работающих элементов, вероятность отказа каждого из которых в одном опыте равна 0,1. Найдите функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.
11. Абсолютно непрерывная случайная величина задана функцией распределения:
$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le -1; \\ -0{,}25(x^2 - 2x + c) & при \ -1 < x \le 1; \\ 1 & при \quad x > 1. \end{cases}$$
Найдите значение параметра с, плотность вероятности и математическое ожидание случайной величины.
12. Случайная величина распределена равномерно на отрезке [1;4]. Найдите функцию распределения и постройте её график.
13. Дискретная двумерная случайная величина (X, Y) задана законом распределения. Найдите безусловные законы распределения составляющих. Найдите условный закон распределения составляющей Y, при условии, что X=2.

Y	X		
	2	5	14
1	0,21	0,14	0,19
7	0,13	0,22	0,11

14. Задана совместная двумерная плотность случайной величины (X, Y): $\varphi(x, y) = \dfrac{1}{(1+x^2)(4+y^2)}$. Найдите функции распределения $F(x, y)$.
15. Распределение 50 рабочих механического цеха по тарифному разряду представлено в таблице/

Тарифный разряд	x_i	1	2	3	4	5	6
Частота (количество рабочих)	n_i	2	3	6	8	22	9

Найдите несмещённую и состоятельную оценку доли рабочих, имеющих не менее чем четвёртый квалификационный разряд.
16. На основании выборочных наблюдений производительности труда у 20 работниц установлено, что среднее квадратичное отклонение суточной выработки составляет 15 метров ткани в час. Предполагая, что производительность труда работницы имеет нормальное распределение, найдите границы, в которых с надёжностью 90% заключены генеральная дисперсия и квадратичное отклонение суточной выработки работниц.
17. Фирма поставляет радары для измерения скорости движения автомобилей. Для закупки большой партии проведены испытания приборов, изготовленных на заводе А и заводе Б. Измерения проводили на одной и той же машине и одной и той же дороге. Определены величины отклонений между показаниями спидометра автомобиля и радара:

Завод А

Отклонение, км/ч	Δx_i	-0,7	-0,3	-0,1	0,5	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3
Число измерений	n_i	5	4	2	6	3	1	3	1	1

Завод Б

Отклонение, км/ч	Δy_i	-0,6	-0,1	0,4	0,7	1,0	1,4
Число измерений	m_i	4	5	3	2	2	1

Полагая показания спидометра эталоном и считая отклонения в показаниях радаров нормально распределенными случайными величинами X и Y, проверьте гипотезу об одинаковой точности измерений, проводимых радарами завода А и завода Б, на уровне значимости 0,1.

18. Фирма – изготовитель женских украшений, выпустив новый товар, утверждает, что 40% покупателей купят эти украшения. В ходе 10-дневной рекламной распродажи были получены данные о количестве покупателей нового вида товара.

x_i	13%	27%	30%	39%	42%
n_i	4	2	2	1	1

На 5%-м уровне значимости оцените утверждение представителя фирмы – изготовителя украшений.

Критерии и шкала оценивания

№ п/п	Критерий	Максимальное количество баллов
1.	Правильность решения	20
2.	Полнота комментирования решения	8
3.	Интерпретация результатов	10
4.	Использование математической символики	2
5.	Оформление графической информации	2
6.	Своевременная выполнения работы	2
	Всего:	44

Рекомендации по использованию оценочного средства

Контрольная работа выполняется индивидуально во внеаудиторное время в течение семестра, представляется на проверку в письменном виде (за неделю до установленного срока). Защита контрольной работы происходит в форме публичного выступления на контрольном практическом занятии, дата устанавливается заранее (не позднее, чем за месяц до выступления). Отчёт выполняется по 3-5 задачам, которые предложены преподавателем и сопровождается демонстрацией электронного (сканированного) варианта работы. Регламент выступления 5-7 минут. Рекомендуются предварительные промежуточные консультирования с преподавателем и промежуточные отчёты по выполнению заданий контрольной работы.

Примерный перечень тем рефератов

1. Вероятностные модели в страховании.
2. Задачи и методы дисперсионного анализа.
3. Информация и энтропия.

4. Линейные регрессионные модели финансового рынка.
5. Мартингалы и их применение.
6. Нелинейная регрессия.
7. Производящие и характеристические функции и их применение.
8. Процессы гибели и размножения.
9. Теоремы о случайных блужданиях на решетке.
10. Цепи Маркова и их применения.

Критерии и шкала оценивания

№ п/п	Критерий	Максимальное количество баллов
1.	Полнота изложения материала	20
2.	Доказательность и непротиворечивость изложения материала	4
3.	Формулировка целей, задач и результатов исследования	4
4.	Структурирование материала	4
5.	Пропорциональность теоретического и практического материала	1
6.	Разнообразие источников информации	2
7.	Оформление текстовой и графической информации, формул	2
8.	Оформление источников информации	1
9.	Стиль изложения	1
10.	Стиль оформления	1
11.	Практикоориентированность исследования	2
12.	Своевременность выполнения работы	2
	Всего:	44

Рекомендации по использованию оценочного средства

Тематика рефератов определяется на первых практических занятиях, выбор темы осуществляется студентом самостоятельно. Реферат выполняется индивидуально во внеаудиторное время в течение семестра, представляется в печатном виде (за неделю до установленного срока). Защита реферата происходит в форме публичного выступления на контрольном практическом занятии, дата устанавливается заранее (не позднее, чем за месяц до выступления). Доклад сопровождается электронной презентацией. Рекомендуются предварительные промежуточные консультирования с преподавателем.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-12 Экзамен в форме устного собеседования

Программа экзамена

Раздел 1. Элементы комбинаторики
1. Предмет и основные задачи теории вероятностей и математической статистики.
2. Комбинаторика, основные привила и объекты, вычислительные формулы. Схема решения комбинаторных задач.

Раздел 2. Случайные события

3. Классификация событий. Полная группа событий. Противоположные события.
4. Классическое, геометрическое и статическое определение вероятности.
5. Пространство элементарных событий. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности.
6. Совместные и несовместные события. Сумма событий. Теоремы сложения вероятностей.
7. Зависимые и независимые события. Произведение событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного из независимых событий.
8. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
9. Схема независимых повторных испытаний. Формула Бернулли. Предельная формула Пуассона.
10. Наиболее вероятное число успехов. Среднее число успехов.
11. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа. Свойства и график функции Гаусса.
12. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Свойства функции Лапласа.

Раздел 3. Случайные величины

13. Определение случайной величины. Закон распределения вероятностей.
14. Примеры дискретных распределений случайной величины (биномиальное, распределение Пуассона, геометрическое, гипергеометрическое).
15. Функция распределения и её свойства. Функция распределения дискретной случайной величины.
16. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей и её свойства.
17. Связь интегральной и дифференциальной функций распределения.
18. Примеры абсолютно непрерывных распределений (равномерное, показательное, нормальное).
19. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математического ожидания дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин.
20. Дисперсия случайной величины и её свойства. Среднее квадратичное отклонение. Вычисление дисперсии дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин.
21. Мода и медиана, начальные и центральные моменты, асимметрия, эксцесс случайных величин.
22. Многомерные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения вероятности двумерной случайной величины, свойства.
23. Вероятность попадания двумерных случайных величин: в полуполосу, в прямоугольник, в произвольную область.
24. Законы распределения составляющих двумерной случайной величины и их числовые характеристики.
25. Условные законы распределения составляющих двумерной случайной величины и их числовые характеристики.
26. Зависимые и независимые случайные величины. Условия независимости дискретных и абсолютно непрерывных величин.
27. Условные математические ожидания. Регрессия случайных величин.
28. Ковариация, коэффициент корреляции случайных величин, их свойства и вычисление.
29. Коррелированность случайных величин.
30. Линейная регрессия. Уравнение прямой линии регрессии.
31. Закон больших чисел. Лемма, неравенство и теорема Чебышёва. Теоремы Бернулли и Пуассона.
32. Сходимость по вероятности. Центральная предельная теорема Ляпунова и её следствие.

Раздел 4. Основы математической статистики

33. Вариационные ряды и их виды. Графическое представление вариационного ряда (полигон и гистограмма). Эмпирическая функция распределения и её график.
34. Выборочные числовые характеристики статистического распределения: средние величины и показатели вариации.
35. Генеральная и выборочная совокупность. Основная идея выборочного метода.
36. Понятие статистической оценки. Требования к оценкам. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
37. Методы нахождения точечных оценок параметров распределений.
38. Интервальные оценки. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения а) при известной дисперсии; б) при неизвестной дисперсии. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
39. Принцип практической уверенности. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Типы гипотез.
40. Статистический критерий. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
41. Критическая область и область принятия гипотезы. Общая схема проверки статистической гипотезы.
42. Параметрические и непараметрические критерии проверки статистических гипотез. Примеры.
43. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные задачи корреляционного и регрессионного анализа.
44. Выборочный коэффициент корреляции, его вычисление, свойства; проверка надёжности.
45. Выборочное уравнение прямой линии регрессии, его вывод и возможности применения.

Критерии и шкала оценивания

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов
Теоретическая часть экзаменационного билета (по каждому из двух вопросов)		
1.	Формулировка определений по вопросу билета; запись с помощью математической символики	3
2.	Сопровождение понятий, определений иллюстрирующими примерами	2
3.	Формулировка теорем (свойств рассматриваемого объекта) или алгоритма решения класса задач	3
4.	Доказательство теорем, свойств, обоснование алгоритмов	6
5.	Ответы на уточняющие или дополнительные вопросы	2
Всего		16
Практическая часть экзаменационного билета (по каждой из двух задач)		
6.	Понимание постановки задачи	2
7.	Знание определений, формул, правил, необходимых для решения задачи	3

8.	Поэтапное решение задачи	6
9.	Комментирование выполненного решения	3
10.	Формулировка результата решения задачи	2
Всего		16
	Итого	64

Рекомендации по использованию оценочного средства

Список вопросов к экзамену выдаётся на первых лекциях занятиях. Подготовка к экзамену происходит индивидуально во внеаудиторное время в течение семестра. Экзамен происходит в форме публичного индивидуального собеседования, дата устанавливается заранее (не позднее, чем за месяц до выступления). Допускается использование печатных справочных материалов (таблиц значений критериев) и индивидуально приготовленных рукописных справочников основных формул. Рекомендуются предварительные промежуточные консультирования с преподавателем.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен	Итоговая сумма баллов
$1\times 2=2$	$1\times 6=6$	328	64	400

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	Баллы (4 ЗЕ)
«отлично»	361-400 баллов
«хорошо»	281-360 баллов
«удовлетворительно»	201-280 баллов
«неудовлетворительно»	0-200 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного

количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Самостоятельно

Элементы комбинаторики

Материал для освоения

1. Правила комбинаторики.
2. Объекты комбинаторики.
3. Схема решения комбинаторных задач.

Занятие 1. Определение вероятности случайного события

Материал для освоения

1. Вероятность случайного события как мера возможности его наступления. Различные подходы к определению вероятности случайного события.
2. Схема конечного числа равновозможных исходов.
3. Схема бесконечного числа равновозможных исходов.
4. Статистический подход к определению вероятности.

Занятие 2. Вероятности сложных событий

Материал для освоения

1. Операции над событиями.
2. Условная вероятность события.
3. Теоремы сложения вероятностей.
4. Теоремы умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности.
6. Формула Байеса.

Самостоятельно

Повторные независимые испытания с двумя исходами

Материал для освоения

1. Схема Бернулли.
2. Формула Бернулли.

3. Формула Пуассона.
4. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
5. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.

Занятие 3. Дискретные случайные величины.
Материал для освоения
1. Дискретная случайная величина и закон ее распределения.
2. Многоугольник распределения дискретной случайной величины.
3. Функция распределения дискретной случайной величины и ее график.
4. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Самостоятельно
Непрерывные случайные величины.
Материал для освоения
1. Непрерывная случайная величина.
2. Функция распределения непрерывной случайной величины.
3. Плотность вероятности непрерывной случайной величины.
4. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.

Занятие 4. Двумерные случайные величины.
Материал для освоения
1. Двумерная случайная величина и закон ее распределения.
2. Функции распределения и плотности вероятности двумерных случайных величин.
3. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
4. Распределения компонент случайной величины и условные распределения компонент случайной величины.
5. Зависимость и коррелированность компонент двумерной случайной величины.

Самостоятельно
Закон больших чисел.
Материал для освоения
1. Неравенство Маркова.
2. Неравенство Чебышева.
3. Теорема Чебышева.
4. Теорема Бернулли.
5. Теорема Ляпунова.

Самостоятельно.
Выборочный метод и статистическое оценивание.
Материал для освоения
1. Вариационные ряды и их представление.
2. Полигон и гистограмма.
3. Меры усреднения выборочных данных.
4. Меры вариации выборочных данных.
5. Точные и интервальные оценки параметров генеральной совокупности по выборочным данным.

Занятие 5. Проверка статистических гипотез.
Материал для освоения
1. Основная и конкурирующая гипотезы.

2. Ошибки первого и второго рода.
3. Статистический критерий проверки гипотезы.
4. Критическая область и область принятия гипотезы.
5. Уровень значимости гипотезы.

Занятие 6. Аппроксимация величин на основе выборочных данных

Материал для освоения

1. Задачи корреляционного и регрессионного анализа.
2. Условные средние и выборочное уравнение регрессии.
3. Методом наименьших квадратов.
4. Построение прямой линии парной регрессии методом наименьших квадратов.
5. Понятие о нелинейной регрессии

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Белько, И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: Учебное пособие / Белько И.В., Морозова И.М., Криштапович Е.А. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. – 299 с. URL: https://znanium.com/catalog/product/542521
2. Бочаров, П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. URL: https://znanium.com/catalog/product/405754
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Бирюкова Л.Г., Бобрик Г.И., Матвеев В.И., - 2-е изд. - Москва :НИЦ ИНФРА-М, 2019. – 289 с. URL: https://znanium.com/catalog/product/989380

Дополнительная литература

1. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с.URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173
2. Вентцель (И. Грекова), Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель (И. Грекова). – Изд. 4-е, стереотип. – Москва : Наука, 1969. – 564 с.URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458388
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: задачи и упражнения [электронный ресурс] / Е.С. Вентцель (И. Грекова), Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1969. - 363 с.URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458387
4. Хуснутдинов, Р. Ш. Математическая статистика: Учебное пособие / Хуснутдинов Р.Ш. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 205 с. URL: https://znanium.com/catalog/product/1002159.