

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической
работе

 И.О. Петрищев
« 30 » августа 2017 г.

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ

Программа учебной дисциплины вариативной части

для направления подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) образовательной программы

Математика.Информатика

(очная форма обучения)

Составитель: Гришина С.А., кандидат
физико-математических наук, доцент

Рассмотрено и утверждено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «04» июля 2017 г. № 11

Ульяновск, 2017

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «Основания геометрии» включена в вариативную часть Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Информатика» очной формы обучения.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы Целями преподавания данной дисциплины являются

- раскрыть студентам значение геометрии, углубить их представление о месте геометрии в изучении окружающего мира;
- помочь будущему учителю понять смысл и значение разделов математики, относящихся к геометрии;
- изучить основные разделы геометрии и воспитать общую геометрическую культуру, необходимую будущему учителю для понимания как основного курса математики, так и школьных факультативных курсов;
- способствовать развитию мышления;
- развивать умение самостоятельной работы с математической литературой;
- курс «Геометрии» должен дать студентам знания, навыки и умения, необходимые для успешного изучения других разделов математики.

. В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Этап формирования	Теоретический	модельный	практический
Компетенции	Знает	умеет	владеет
способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);	ОР-1 основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе, фундаментальные законы природы, определяющие тенденции развития современного естествознания; базовые математические конструкции, принципы статистической обработки	ОР-2 оперировать математическими объектами, используя математическую символику; выбирать структуры данных для выражения количественных и качественных отношений объектов, для первичной математической обработки информации; применяя естественнонаучные знания, строить простейшие математические модели(в том числе в предметной области в соответствии с профилем	ОР-3 понятийно-терминологическим и операционным аппаратом естественнонаучного и математического знания (представляющего собой часть современного общенаучного метаязыка)при работе с информацией в процессе жизнедеятельности и для решения профессиональных задач.

4	4	144	24	-	40	80	экзамен
Итого:	4	144	24	-	40	80	экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий, оформленных в виде таблицы:

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
	4 семестр				
1.	Проективная геометрия. Понятие проективного пространства	4		4	10
2.	Основные факты проективной геометрии	6		6	10
3.	Основания геометрии. Общие вопросы аксиоматики	4			10
4.	Исторический обзор обоснования геометрии	4			10
5.	Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю	4			10
6.	Измерение скалярных величин	2			10
7.	Задачи по планиметрии			30	20
	Итого	24		40	80
	Всего	24		40	80

5.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

№	Наименование разделов и тем	Содержание разделов и тем
1	Проективная геометрия. Понятие проективного пространства	<p>Модели проективной плоскости и проективного пространства. Аксиомы проективной плоскости. Проективные координаты. Уравнение прямой на проективной плоскости. Принцип двойственности. Формы первой степени. Теорема Дезарга. Проективные преобразования. Группа проективных преобразований. Предмет проективной геометрии.</p> <p>Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах</p>
2	Основные факты проективной геометрии	<p>Двойное (сложное) отношение и его инвариантность при проективных преобразованиях Гармоническая четверка точек. Построение четвертой гармонической. Проективные соответствия в формах первой степени.</p> <p>Линии второго порядка на проективной плоскости. Канонические уравнения линий второго порядка в проективных координатах Проективная классификация линий второго порядка. Полюс и поляра Понятие о полярном соответствии.</p>

		Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Евклидова геометрия с проективной точки зрения.
3	Основания геометрии. Общие вопросы аксиоматики	Понятие об аксиоматическом методе. Понятие об интерпретации (модели) системы аксиом. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом проективной геометрии.
4	Исторический обзор обоснования геометрии	Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика системы Евклида. Пятый постулат. Предложения, эквивалентные пятому постулату. Предшественники и творцы неевклидовой геометрии (Саккери, Ламберт, Лежандр, Гаусс, Больяи, Н И. Лобачевский). Аксиома Лобачевского. Основные факты геометрии Лобачевского. Система аксиом Гильберта (обзор).
5	Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю	Непротиворечивость и полнота системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства. Определение прямых, плоскостей, лучей, отрезков, углов. Примеры доказательств некоторых теорем. Аксиоматика школьного курса геометрии.
6	Измерение скалярных величин	Длина отрезка, аксиомы. Теорема существования и единственности. Площадь многоугольника, аксиомы. Теорема существования и единственности. Равновеликость и равноставленность. Теория объемов (обзор).
7	Задачи по планиметрии	Линии и замечательные точки в треугольнике. Окружности. Метод вспомогательного элемента в решении задач. Интерактивные формы занятий: работа в микрогруппах

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения самостоятельных и контрольных работ по дисциплине.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным выступлениям по материалам лекций, самостоятельных докладов, презентаций;
- подготовки тестов по вопросам программы
- домашних заданий для самостоятельного решения

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-1. Самостоятельная работа

1. Вычислить сложное отношение четырех коллинеарных точек прямой.
2. Вычислить сложное отношение четырех прямых пучка.
3. Построить четвертую гармоническую точку.
4. Определить элементы на конфигурации Дезарга.

ОС-2. Контрольная работа

1. Определить фигуры, двойственные трехвершиннику по большому и малому принципам двойственности.
2. Доказать теорему, двойственную по большому принципу двойственности теореме: через всякую прямую проходят по крайней мере две плоскости.
3. На сторонах АВ и ВС треугольника АВС взяты точки М и N соответственно. Построены отрезки MN и AN. Выполнить двойственное построение.
4. Сформулировать теорему, двойственную обратной теореме Дезарга в пространстве, и доказать ее.

ОС-2. Контрольная работа

1. Основание треугольника равно 20 см, медианы боковых сторон равны 18 см и 24 см. Найдите площадь треугольника.
2. В остроугольном треугольнике АВС проведены высоты СН и АК. Известно, что $AC = 2$, площадь круга, описанного около треугольника НВК, равна $\frac{\pi}{3}$. Найдите угол между высотой и стороной ВС.
3. В треугольнике АВС проведена биссектриса CD прямого угла ACB; DM и DP являются соответственно высотами треугольников ADC и BDC. $AM = 4$, $BP = 9$. Найдите AC и периметр треугольника ACD.

1. Медианы треугольника равны $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$. Найдите его площадь.
2. Стороны треугольника АВС равны 5, 6 и 7 см, точка Н – его ортоцентр. Найдите площадь круга, проходящего через точки Н, А и В.
3. В прямоугольном треугольнике АВС биссектриса AD острого угла А делится центром О вписанной окружности в отношении $AO : OD = (\sqrt{3} + 1) : (\sqrt{3} - 1)$. Найдите величины острых углов треугольника АВС.

1. Две стороны треугольника равны a и b ($a > b$). Найдите третью сторону, если известно, что она равна соответствующей медиане.
2. Отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, равны 5, 12, 13. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.
3. Биссектриса одного из острых углов прямоугольного треугольника в точке пересечения с высотой, опущенной на гипотенузу, делится на отрезки, отношение длин которых равно $1 + \sqrt{2}$, считая от вершины. Найдите острые углы треугольника.

1. Медиана, проведенная из вершины одного из равных углов равнобедренного треугольника, делит этот угол в отношении $2 : 1$, считая от основания. Найдите углы треугольника.
2. В остроугольном треугольнике АВС из вершин А и С проведены высоты АК и СР. Вычислить длину стороны AC, если периметр $\triangle ABC$ равен 15, периметр $\triangle BCP$ равен 9, а радиус окружности, описанной около $\triangle BCP$, равен $\frac{9}{5}$.

3. Две стороны треугольника равны a и b ($a > b$). Найдите третью сторону, если известно, что она равна соответствующей ей биссектрисе.

Вопросы для самостоятельного изучения обучающимися (темы мини-выступлений и рефератов)

1. Решение задач стереометрии в пространстве Лобачевского.
2. Планиметрия на плоскости Лобачевского.
3. Геометрия на сфере.

Перечень учебно-методических изданий кафедры по вопросам организации самостоятельной работы обучающихся

Основная

1. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 1. - 396 с.: ил. - Список лит.: с. 391. (Библиотека УлГПУ).
2. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 2. - 422 с.: ил. - Список лит.: с. 417. (Библиотека УлГПУ).
3. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 1. - М. : ЭКСМО, 2007. – 333. (Библиотека УлГПУ).
4. Атанасян, С. Л. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 2 - М. : ЭКСМО, 2008. (Библиотека УлГПУ).
5. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 4. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 12 с..
6. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2011. -585 с. (<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544579>)

Дополнительная

1. Подран В.Е. Элементы топологии: учеб. пособие - 2-е изд., испр. и доп. - СПб. и др. : Лань, 2008. - 186 с. (Библиотека УлГПУ).
2. Постников М.М. Аналитическая геометрия - М. : Наука, 1979. - 335 с.
3. Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия - М. : Наука, 1979. - 311 с. (Библиотека УлГПУ).
4. Цубербиллер, О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии - СПб. и др. : Лань, 2009. -366 с. (Библиотека УлГПУ).
5. Атанасян С.Л., Базылев В.Т. Геометрия Ч. 1. – М.: Просвещение, 1986 – 335с. (Библиотека УлГПУ).
6. Атанасян С.Л., Базылев В.Т. Геометрия Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987 – 351с. (Библиотека УлГПУ).
7. Прокопьев Г.С., Салдаева Г.В. Контрольная работа № 4 по теме «Решение задач по планиметрии на вычисление и доказательство». Для студентов – заочников 4 курса физико-математического факультета.- Ульяновск, 2003. (Библиотека УлГПУ).

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Организация и проведение аттестации бакалавра

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

7.1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы:

Компетенции	Этапы формирования компетенций	Показатели формирования компетенции - образовательные результаты (ОР)		
		Знать	Уметь	Владеть
готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1)	Теоретический знать нормативно-правовые и концептуальные базы содержания предпрофильного и профильного обучения; сущности и структуры образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Знает вопросы образовательной программы		
	Модельный уметь осуществлять анализ образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов; определять структуру и содержание образовательных		Умеет излагать материал, составлять конспекты выступлений, презентации, тесты	

	программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;			
	Практический владеть методами планирования образовательных программ по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов			Владеет методами составления планов занятий, контрольно-измерительных материалов по дисциплинам

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания:

Оценочными средствами текущего оценивания являются: устные доклады, самостоятельные работы, контрольная работа, индивидуальные и групповые задания. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на лабораторных занятиях.

№ п/п	РАЗДЕЛЫ (ТЕМЫ) ДИСЦИПЛИНЫ	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Показатели формирования компетенции (ОР)	
			ОК-3	ПК-1
1	Проективная геометрия	ОС-1 Самостоятельная работа	+	
		ОС-2 Контрольная работа		+
2	Основания геометрии	ОС-1 Самостоятельная работа	+	
3	Задачи планиметрии по	ОС-2 Контрольная работа		+
		ОС-3 Экзамен		+

Критерии и шкалы оценивания

ОС-1 Самостоятельная работа

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает основные определения	Теоретический	9

	(знать)	
Умеет вычленять логическую структуру утверждения	Модельные (уметь)	3

Максимально 12 баллов

ОС-2 Контрольная работа

Критерий	Этапы формирования компетенций	Шкала оценивания (максимальное количество баллов)
Знает основные термины и определения, требуемые программой	Теоретический (знать)	10
Умеет проверять объект на соответствие требованиям определения	Модельные (уметь)	12
Владеет математической символикой, методами решения вычислительных задач, правильной интерпретации результатов,	Практический (владеть)	10

Максимально 32 баллов

ОС-3. Экзамен

Критерий	Этапы формирования компетенций	Максимальное количество баллов
Знает теоретические вопросы программы	Теоретический (знать)	30
Умеет решать практические задачи	Модельный (уметь)	20
Владеет математической символикой на высоком уровне, способен грамотно и доступно излагать математический материал.	Практический (владеть)	14

Максимально 64 балла.

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы:

ОС-3. Экзамен

1. Перспективное соответствие между плоскостью и связкой. Особые лучи и особая плоскость связки.
2. Расширенная плоскость. Несобственные элементы.
3. Свойства проективной прямой и проективной плоскости.
4. Аксиомы проективного пространства.
5. Проективные координаты.
6. Прямая на проективной плоскости. Координаты прямой.
7. Принципы двойственности (малый и большой) формы первой ступени.
8. Теорема Дезарга.
9. Перспективные и проективные отображения в формах первой ступени. Определениепроективности по Понселе.
10. Сложное отношение 4-х элементов в формах первой ступени (рядах и пучках).
11. Инвариантность сложного отношения при проектированиях и сечениях. Определение проективности по Штейнеру.

12. Гармонические четверки элементов в формах первой ступени. Четырехвершинник и его гармонические свойства.
13. Свойства проективных отображений в формах первой ступени.
14. Построение проективного соответствия в рядах.
15. Построение проективного соответствия в пучках.
16. Теорема Штейнера.
17. Теорема Паскаля. Построение точек линии второго порядка на основе теоремы Паскаля.
18. Линии второго порядка на проективной плоскости. Пересечение линии 2-го порядка с прямой.
19. Касательная к линии второго порядка.
20. Проективная классификация линий второго порядка.
21. Полюсы и поляры теоремы о свойствах полюсов и поляр.
22. Преобразование координат. Проективные преобразования. Предмет проективной геометрии.
23. Полярное преобразование. Автополярные фигуры.
24. Понятие об аксиоматическом методе. Понятие об интерпретации (модели) системы аксиом.
25. Требования, предъявляемые к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.
26. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. Критика «Начал».
27. Проблема пятого постулата.
28. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Аксиома Лобачевского.
29. Система аксиом Гильберта.
30. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.
31. Непротиворечивость геометрии Лобачевского. Независимость пятого постулата от остальных аксиом Гильберта.
32. Аксиоматика Вейля евклидовой геометрии.
33. Непротиворечивость системы аксиом Вейля.
34. Полнота системы аксиом Вейля трехмерного пространства.
35. Определение прямых, лучей, отрезков, плоскостей, углов. Доказательство некоторых теорем планиметрии и стереометрии.
36. Определение длины отрезка. Теорема существования и единственности.
37. Понятие площади многоугольника. Теорема существования и единственности.
38. Равновеликость и равносторонность многоугольников. Теорема Бояи-Гервина.
39. Теория объемов (обзор).

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего и промежуточного контроля для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1.	Контрольная работа	Контрольная работа выполняется в письменной форме в течение одного аудиторного занятия и затем проверяется преподавателем.	Текст контрольной
2.	Доклад, устное сообщение (мини-	Доклад - продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой	Темы докладов и рефератов

	выступление) по теме реферата	публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-исследовательской или научной темы. Тематика докладов выдается на первых семинарских занятиях, выбор темы осуществляется студентом самостоятельно. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. На подготовку дается одна-две недели. За неделю до выступления студент должен согласовать с преподавателем план выступления. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы. Реферат соответствует теме, выдержана структура реферата, изучено 85-100 % источников, выводы четко сформулированы	
3.	Самостоятельная работа	Выполняется либо во время аудиторного занятия, либо во внеаудиторное время и сдается на ближайшем занятии после получения задания. Оценивается как правильность выполнения самого задания, так и грамотность изложения материала, степень подробности обоснований, владение математической символикой, доступность изложения.	Задания самостоятельных работ представлены в пункте 6
4.	Экзамен, зачет	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практическими задачами.	Комплект примерных вопросов

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и лабораторных занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

4 семестр		
№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов
1.	Посещение лекционных занятий	12
2.	Посещение практических занятий	20
3.	Работа на занятии	240
4.	Контрольная работа	64
5.	Экзамен	64
Итого:	4 зачетные единицы	400

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы

		Посещение лекций	Посещение Практических занятий	Работа на Занятиях	Контрольная работа	Итоговая аттестация	Итоговая сумма баллов
4 семестр	Максимальный балл за занятие	1	1	12	32	Экзамен 64	400
	Суммарное максимальное кол-во баллов	$1 \times 12 = 12$	$1 \times 20 = 20$	$12 \times 20 = 240$	$32 \times 2 = 64$		

Критерии оценивания работы обучающегося

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНА

Оценка «3» выставляется, если студент набрал более 50 % от максимального количества баллов (151 – 210 баллов)

Оценка «4» выставляется, если студент набрал более 70 % от максимального количества баллов (211 – 270 баллов)

Оценка «5» выставляется, если студент набрал более 90 % от максимального количества баллов (271 – 300 баллов)

Критерии оценивания знаний на экзамене

От 0 до 16 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета.

От 17 до 32 баллов ставится, если:

Даны общие сведения по теоретическому вопросу, но доказательства не представлены, знания иллюстрируются на примерах, которые, однако, не удается довести до логического завершения.

От 33 до 48 баллов ставится, если:

Студент умеет применять знания, относящиеся к излагаемому вопросу для решения практических задач (возможны небольшие вычислительные ошибки), но по теоретическому вопросу ответ не полон, доказательств не приводится.

От 49 до 64 баллов ставится, если:

Дал полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Умеет приводить примеры практических задач (возможно, после нескольких наводящих вопросов преподавателя). Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Литература

Основная

1. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 1. - 396 с.: ил. - Список лит.: с. 391.
2. Атанасян Л. С. Геометрия: в 2 ч.: учеб. пособие для физ. - мат. фак. пед. вузов / Л. С. Атанасян, Базылев, В. Т.; В. Т. Базылев. - 2-е изд., стер. - М.: КноРус, 2011. - Часть 2. - 422 с.: ил. - Список лит.: с. 417.
3. Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 1. - М. : ЭКСМО, 2007. – 333.
4. Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии : [в 2 ч.]: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. вузов. Ч. 2 - М. : ЭКСМО, 2008.
5. Ефимов Н.В. Высшая геометрия: учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, - 2004. -585 с. (<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544579>)

Дополнительная

1. Аналитическая геометрия в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - 2-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с. (<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=515990>)
2. Атанасян Л. С. , Базылев В.Т. Геометрия Ч. 1. – М.: Просвещение, 1986 – 335с.
3. Атанасян Л. С. , Базылев В.Т. Геометрия Ч. 2. – М.: Просвещение, 1987 – 351с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

<http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016	с 22.08.2016 по 21.11.2017	6 000

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Порядок расположения тем в курсе лекций и практических занятий не случаен, поскольку каждая последующая тема основана на понимании некоторых сведений из предыдущих тем. Аналогичная зависимость существует и в порядке изложения внутри каждой темы. Именно поэтому темы курса следует изучать строго в той последовательности, в какой они приведены в рабочей учебной программе.

При изучении каждой темы следует

- внимательно прочитать текст лекции (раздела);
- разобрать приведенные в лекции примеры решения задач;
- доказать все утверждения с пометкой «доказать самостоятельно», если это не удаётся обратиться к литературе или к преподавателю на следующем занятии.
- постараться воспроизвести основные определения и формулировки теорем (предложений, свойств), которые встречаются в лекции, в письменной форме, не заглядывая в лекционный материал. Следует помнить, что объём одновременно запоминаемого материала у каждого человека различен, но его можно существенно

нарастить путём регулярных тренировок. Поэтому, если не удастся сразу воспроизвести весь требуемый материал, то следует разбить его на доступные части – это может быть одно определение, или даже несколько первых слов в определении, затем воспроизвести выученный отрезок, затем выучить следующий отрезок и воспроизвести его, а затем оба сразу и т.д. На каждом следующем шаге доступный для запоминания отрезок можно удлинять, но в конечном итоге нужно добиться воспроизведения всего материала (не правильно выучить первое определение, а затем более к нему не возвращаться; нужно выучивать каждое следующее определение, а затем повторять все предыдущие). Кроме того важно знать – понимание запоминаемого материала, его логическое осмысление в десятки раз увеличивает скорость запоминания.

– сравнить полученные результаты с лекционным материалом, в случае возникновения расхождений проанализировать их (в чём состоят ошибки, какие примеры могли бы подойти под ошибочное определение, но не подходят под настоящее, какие объекты пришлось бы исключить, если бы было принято ошибочное определение, к каким последствиям могла бы привести неправильно сформулированная теорема и т.п.; особое внимание следует обращать на порядок следования кванторов, слова «необходимо», «достаточно», «тогда и только тогда»), ещё раз (а возможно и несколько раз) правильно воспроизвести определение или теорему, в которых были допущены ошибки.

– решить практические задания (домашнее задание).

Изучение каждой темы завершается выполнением соответствующего задания из контрольной работы.

При последовательном и добросовестном изучении курса, своевременном и самостоятельном выполнении контрольных работ, зачет выставляется автоматически по итогам изучения курса. При изучении разделов дисциплины, предусмотренных для самостоятельного изучения, а также разделов пропущенных по уважительным причинам, вначале нужно ознакомиться с программой дисциплины по данному разделу. Руководствуясь программой, необходимо приступить к последовательному и глубокому усвоению материала, изложенного в рекомендуемой литературе. При этом следует составлять краткий конспект материала по основным положениям, вынесенным в программу.

Для проверки знаний после изучения каждой темы рекомендуется ответить на вопросы для самопроверки, имея в виду, что они не исчерпывают всего программного материала. После усвоения учебного материала дисциплины выполняется контрольное задание.

Планы практических занятий

4 семестр

Занятие 1. Проективные, перспективные отображения. Принципы двойственности.

Цель: Понятия проективного и перспективного отображений, их основные свойства.

Принципы двойственности, применение принципов двойственности при доказательствах основных фактов геометрии.

1. Определить фигуры, двойственные трехвершиннику по большому и малому принципам двойственности.
2. Доказать теорему, двойственную по большому принципу двойственности теореме: через всякую прямую проходят по крайней мере две плоскости.
3. На сторонах АВ и ВС треугольника ABC взяты точки М и N соответственно. Построены отрезки MN и AN. Выполнить двойственное построение.
4. Сформулировать теорему, двойственную обратной теореме Дезарга в пространстве, и доказать ее.

Домашнее задание.

1. Какая фигура двойственна треугольнику по малому принципу двойственности?
2. Доказать предложение, двойственное данному: существуют четыре плоскости, не

принадлежащие как одной прямой, так и одной точке.

3. Сформулировать задачу, двойственную данной (по малому принципу двойственности) и решить ее: даны треугольник ABC и три точки A₀, B₀, C₀, лежащие на одной прямой s. Построить треугольник A₁B₁C₁ так, чтобы его вершины A₁, B₁ и C₁ лежали соответственно на сторонах BC, CA и AB треугольника ABC, а его стороны B₁C₁, C₁A₁ и A₁B₁ проходили через точки A₀, B₀ и C₀.

Занятие 2. Сложное отношение, гармонизм, проективное соответствие форм первой степени.

Цель: Понятие сложного отношения четырех элементов в формах первой степени, свойства, гармонизм, задание и построение проективного соответствия в формах первой степени.

1. Даны точки прямолинейного ряда A(2; -3), B(3; -1), C(4; 1), D(5; 3). Вычислить значения сложного отношения этих точек, соответствующие всевозможным их перестановкам.

2. Построение полного четырехвершинника.

3. На одной прямой заданы три различные точки A, B, C. Построить точки:

1) D₁: (AB, CD₁) = -1;

2) D₂: (AC, BD₂) = -1;

3) D₃: (BC, AD₃) = -1.

4. Ряд l (A(0; 0), B(6; 0), C(12; 0), ...) проективен ряду l₁(A₁(0; 10), B₁(15; -5), C₁(5; 5), ...). Для точки D(8; 0) ряда l построить соответствующую ей точку D₁ ряда l₁.

Домашнее задание.

1. Даны три точки оси Oх: A(0), B(5), C(10).

а) на оси Oх найти точку D, чтобы (AB, CD) = 4;

б) построить точку E, чтобы $CE \stackrel{h}{=} AB$.

2. Ряд l (A(-2; 0), B(0; 0), C(4; 0), ...) $\underset{\wedge}{\sim}$ l₁ (A₁(-1; 5), B₁(1; 5), C₁(3; 5), ...). Для точки D(-4; 0)

ряда l построить ей соответствующую D₁ ряда l₁.

Занятие 3. Теоремы Дезарга.

Цель: Применение основной теоремы проективной геометрии для решения задач.

1. Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке. AA'I BB'I CC'=S.

2. В евклидовой плоскости в четырехугольник вписана трапеция, параллельные стороны которой || его диагонали. Доказать, что непараллельные стороны трапеции пересекаются на другой диагонали.

3. В треугольнике ABC из его вершин проведены прямые, пересекающиеся в одной точке S; A'=AS^I BC, B'=BS^I AC, C'=CS^I AB. Доказать, что точки BC^I B'C', AC^I A'C', AB^I A'B' лежат на одной прямой.

4. В конфигурации Дезарга одну из точек выбрать за дезаргову точку. Найти в этой конфигурации вершины дезарговых треугольников и дезаргову прямую.

5. Сформулировать в терминах евклидовой геометрии теорему Дезарга для случая:

1) (S)? - несобственная (S), дезаргова прямая S - собственная.

Формулировка теоремы Дезарга: Если прямые проходящие через соответствующие вершины двух треугольников параллельны, то точки пересечения соответствующих сторон лежат на одной прямой.

2) (S) собственная, прямая S? - несобственная.

6. Даны прямые a и b , пересекающиеся в точке S , которая лежит за пределами чертежа. Дана точка C не лежащая ни на одной из данных прямых. Построить прямую SC .

Домашнее задание.

1. Даны две точки P и Q и не проходящая через них прямая s . построить точку PQ^I s , не проводя PQ .
2. На евклидовой плоскости даны две параллельные прямые $a \parallel b$ и точка C , им не принадлежащая. Через точку C провести прямую, параллельную a и b .
3. Трапеция $ABCD$ пересечена прямыми p и q , параллельными основанию AB , $p^I AD=M$, $p^I AC=P$, $q^I BD=N$, $q^I BC=Q$. Доказать, что точка $MN^I PQ$ лежит на прямой AB . Требуется доказать, что $MN^I PQ^I AB=K$.

Занятие 4. Сложное отношение, гармонизм.

Цель: Понятие сложного отношения четырех элементов в формах первой ступени, свойства, гармонизм, задание и построение проективного соответствия в формах первой ступени.

1. Даны точки прямолинейного ряда $A(2; -3)$, $B(3; -1)$, $C(4; 1)$, $D(5; 3)$. Вычислить значения сложного отношения этих точек, соответствующие всевозможным их перестановкам.
2. Построение полного четырехвершинника.
3. На одной прямой заданы три различные точки A , B , C . Построить точки:
 - 1) $D_1: (AB, CD_1) = -1$;
 - 2) $D_2: (AC, BD_2) = -1$;
 - 3) $D_3: (BC, AD_3) = -1$.
4. Ряд $l(A(0; 0), B(6; 0), C(12; 0), \dots)$ проективен ряду $l_1(A_1(0; 10), B_1(15; -5), C_1(5; 5), \dots)$. Для точки $D(8; 0)$ ряда l построить соответствующую ей точку D_1 ряда l_1 .

Домашнее задание.

1. Даны три точки оси Ox : $A(0)$, $B(5)$, $C(10)$.
 - а) на оси Ox найти точку D , чтобы $(AB, CD) = 4$;
 - б) построить точку E , чтобы $CE \frac{h}{AB}$.
2. Ряд $l(A(-2; 0), B(0; 0), C(4; 0), \dots) \underset{\wedge}{\sim} l_1(A_1(-1; 5), B_1(1; 5), C_1(3; 5), \dots)$. Для точки $D(-4; 0)$ ряда l построить ей соответствующую D_1 ряда l_1 .

Занятие 5. Контрольная работа

Занятие 6, 7. Треугольники. Сумма углов треугольника. Замечательные точки и линии треугольника. Теорема Пифагора. Признаки равенства треугольников.

На занятии систематизируются знания учащихся о треугольниках и его высотах, его медианах, учащиеся формулируют и доказывают теоремы о точке пересечения медиан, о подобии треугольников, выводят формулу нахождения медианы треугольника, если известны его стороны, формулируют и доказывают теоремы о точке пересечения высот, о подобии треугольников, образованных высотой, опущенной и вершины прямого угла данного треугольника; выводят формулу нахождения высоты треугольника, если известны его стороны; знакомятся с минимальным свойством треугольника.

Теорема. Высоты треугольника пересекаются в одной точке.

Замечание: В случае тупоугольного треугольника основания его высот находятся на продолжениях сторон, прилежащих к тупому углу:

Определение 1. Точка пересечения высот треугольника называется ортоцентром.

Определение 2. Треугольник, образованный основаниями высот треугольника, называется ортоцентрическим.

Задания:

1. Доказать, что для произвольного треугольника ABC верно равенство:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r},$$

где r - радиус вписанной в треугольник окружности.

2. Пусть O , Q , M и H - соответственно центры описанной, вписанной окружностей, точка пересечения медиан и точка пересечения высот треугольника ABC. Докажите, что если две любые из этих точек совпадают, то этот треугольник - равносторонний.

3. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O , а на отрезках OB и OC выбраны точки B^1 и C^1 , для которых $\angle AB^1C = \angle AC^1B = 90^\circ$. Доказать, что $AB^1 = AC^1$.

(Зарубежные математические олимпиады: Нью-Йорк, 76).

Теорема. Медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Определение 1. Точка пересечения высот треугольника называется центроидом.

1. Длина медианы треугольника выражается формулой

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}},$$

где a , b , c - длины сторон треугольника.

2. Для всякого треугольника выполняется соотношение:

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$$

4. m_a , m_b и m_c - медианы треугольника. Докажите, что если $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{27R^2}{4}$, то треугольник равносторонний, где R - радиус описанной окружности.

Теорема. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

Определение 1. Точка пересечения высот треугольника называется инцентром.

5. Пусть l_a , l_b , l_c - биссектрисы треугольника, p - его полупериметр. Докажите, что если $l_a^2 + l_b^2 + l_c^2 = p^2$, то треугольник равносторонний.

6. Дан $\triangle ABC$. Биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 его внутренних углов пересекаются в точке O . Известно, что треугольники AOB_1 и AOC_1 симметричны относительно прямой AO , треугольники A_1OB и BOC_1 - относительно BO , а треугольники A_1OC и B_1OC - относительно OC . Доказать, что $\triangle ABC$ - равносторонний.

Домашнее задание.

1. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O , а на отрезках OB и OC выбраны точки B и C , для которых $AB^1C = AC^1B$. Доказать, что $AB = AC$.

2. Треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника. (Всероссийская олимпиада, 1964г.(Москва)).

3. Пусть m_a , m_b , m_c - медианы треугольника, а h_a , h_b , h_c - его высоты. Докажите, что если

$$\frac{m_a}{h_a} + \frac{m_b}{h_b} + \frac{m_c}{h_c} = 3,$$

то треугольник равносторонний.

Занятие 8. Параллелограмм. Трапеция.

1. На сторонах AB , BC , CD и DA четырёхугольника $ABCD$ отмечены соответственно точки M , N , P и Q так, что $AM = CP$, $BN = DQ$, $BM = DP$, $NC = QA$. Докажите, что $ABCD$ и $MNPQ$ — параллелограммы.
2. Пусть M — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. В каком отношении отрезок AM делит диагональ BD ?
3. Стороны параллелограмма равны 2 и 4, а угол между ними равен 60° . Через вершину этого угла проведены прямые, проходящие через середины двух других сторон параллелограмма. Найдите косинус угла между этими прямыми.
4. Докажите, что середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.
5. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 41, высота равна 40 и средняя линия равна 45. Найдите основания.
6. Середину более длинной боковой стороны прямоугольной трапеции соединили с вершинами трапеции. При этом трапеция разделилась на три равнобедренных треугольника. Найдите величину острого угла трапеции.

Домашнее задание.

1. Два различных параллелограмма $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ с соответственно параллельными сторонами вписаны в четырёхугольник $PQRS$ (точки A и A_1 лежат на стороне PQ , B и B_1 — на QR и т. д.). Докажите, что диагонали четырёхугольника параллельны сторонам параллелограммов.
2. В трапеции $ABCD$ с основаниями $AB = a$ и $CD = b$ проведён отрезок A_1B_1 , соединяющий середины диагоналей. В полученной трапеции проведён отрезок A_2B_2 , тоже соединяющий середины диагоналей, и так далее. Может ли в последовательности длин отрезков AB , A_1B_1 , A_2B_2 ,... какое-то число встретиться дважды? Является ли эта последовательность монотонной (возрастающей или убывающей)? Стремится ли она к какому-нибудь пределу?
3. Основания трапеции равны a и b ($a > b$). Отрезки, соединяющие середину большего основания с концами меньшего основания, пересекают диагонали трапеции в точках M и N . Найдите MN .

Занятие 9, 10. Четырёхугольники.

1. Угол между сторонами AB и CD четырёхугольника $ABCD$ равен j . Докажите, что $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 - 2(AB \cdot BC \cos B + BC \cdot CD \cos C + CD \cdot AB \cos j)$.
2. Середины M и N диагоналей AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ не совпадают. Прямая MN пересекает стороны AB и CD в точках M_1 и N_1 . Докажите, что если $MM_1 = NN_1$, то $AD \parallel BC$.
3. Четырёхугольник $ABCD$, диагонали которого взаимно перпендикулярны, вписан в окружность. Перпендикуляры, опущенные на сторону AD из вершин B и C , пересекают диагонали AC и BD в точках E и F соответственно. Найдите EF , если $BC = 1$.

4. Докажите, что если для вписанного четырехугольника ABCD выполнено равенство $CD = AD + BC$, то биссектрисы его углов A и B пересекаются на стороне CD.
5. Докажите, что если сумма косинусов углов четырехугольника равна нулю, то он — параллелограмм, трапеция или вписанный четырехугольник.
6. Четырехугольник разделен диагоналями на четыре треугольника. Площади трёх из них равны 10, 20 и 30, и каждая меньше площади четвёртого треугольника. Найдите площадь данного четырехугольника.

Домашнее задание.

1. В четырехугольник ABCD можно вписать окружность. Пусть K — точка пересечения его диагоналей. Известно, что $AB > BC > KC$, $BK = 4 + \sqrt{3}$, а периметр и площадь треугольника BKC равны соответственно 14 и 7. Найдите DC.
2. В четырехугольник ABCD можно вписать окружность. Пусть K — точка пересечения его диагоналей. Известно, что $BC > AB > KC$, $KC = 6 + \sqrt{3}$, а периметр и площадь треугольника BKC равны соответственно 22 и 11. Найдите DC.
3. В трапеции основания равны a и b, диагонали перпендикулярны, а угол между боковыми сторонами равен A. Найдите площадь трапеции.

Занятие 11,12, 13. Окружность. Углы связанные с окружностью. Вписанный и описанный четырехугольник.

Основные сведения

1. Угол ABC, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность, называют вписанным в окружность. Пусть O — центр окружности. Тогда $\angle PABC = \frac{1}{2} \angle PAOC$, если точки B и O лежат по одну сторону от AC, и $\angle PABC = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle PAOC$, если точки B и O лежат по разные стороны от AC. Важнейшим и наиболее часто используемым следствием этого факта является то, что величины углов, опирающихся на равные хорды, либо равны, либо составляют в сумме 180° .
2. Величина угла между хордой AB и касательной к окружности, проходящей через точку A, равна половине угловой величины дуги AB.
3. Угловые величины дуг, заключенных между параллельными хордами, равны.
4. Как уже говорилось, величины углов, опирающихся на одну хорду, могут быть равны, а могут составлять в сумме 180° . Для того чтобы не рассматривать различные варианты расположения точек на окружности, введем понятие «ориентированный угол между прямыми». Величиной ориентированного угла между прямыми AB и CD (обозначение: $\angle(AB, CD)$) будем называть величину угла, на который нужно повернуть против часовой стрелки прямую AB так, чтобы она стала параллельна прямой CD. При этом углы, отличающиеся на $n \cdot 180^\circ$, считаются равными. Следует отметить, что ориентированный угол между прямыми CD и AB не равен ориентированному углу между прямыми AB и CD (они составляют в сумме 180° или, что по нашему соглашению то же самое, 0°). Легко проверить следующие свойства ориентированных углов:

- а) $P(AB,BC) = -P(BC,AB)$;
 б) $P(AB,CD) + P(CD,EF) = P(AB,EF)$;
 в) точки A, B, C, D , не лежащие на одной прямой, принадлежат одной окружности тогда и только тогда, когда $P(AB,BC) = P(AD,DC)$ (для доказательства этого свойства нужно рассмотреть два случая: точки B и D лежат по одну сторону от AC ; точки B и D лежат по разные стороны от AC).

ЗАДАЧИ

1. а) Из точки A , лежащей вне окружности, выходят лучи AB и AC , пересекающие эту окружность. Докажите, что величина угла BAC равна полуразности угловых величин дуг окружности, заключенных внутри этого угла.
 б) Вершина угла BAC расположена внутри окружности. Докажите, что величина угла BAC равна полусумме угловых величин дуг окружности, заключенных внутри угла BAC и внутри угла, симметричного ему относительно вершины A .
2. Из точки P , расположенной внутри острого угла BAC , опущены перпендикуляры PC_1 и PB_1 на прямые AB и AC . Докажите, что $PC_1AP = PC_1B_1P$.
1. Докажите, что если центр вписанной в четырехугольник окружности совпадает с точкой пересечения диагоналей, то этот четырехугольник - ромб.
 2. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности с центром O . Докажите, что $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$.
 3. Докажите, что если существует окружность, касающаяся всех сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$, и окружность, касающаяся продолжений всех его сторон, то диагонали такого четырехугольника перпендикулярны.
 4. Окружность высекает на всех четырех сторонах четырехугольника равные хорды. Докажите, что в этот четырехугольник можно вписать окружность.

Домашнее задание.

1. Докажите, что если в четырехугольник можно вписать окружность, то центр этой окружности лежит на одной прямой с серединами диагоналей.
 2. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности с центром O . В треугольнике AOB проведены высоты AA_1 и BB_1 , а в треугольнике COD - высоты CC_1 и DD_1 . Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и D_1 лежат на одной прямой.
 3. Углы при основании AD трапеции $ABCD$ равны $2a$ и $2b$. Докажите, что трапеция описанная тогда и только тогда, когда $BC/AD = \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b$.

Занятие 14, 15, 16. Подобные фигуры.

1. В треугольнике ABC на средней линии DE , параллельной AB , как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны AC и BC в точках M и N . Найдите MN , если $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.
 2. Через некоторую точку, взятую внутри треугольника, проведены три прямые, параллельные сторонам. Эти прямые разбивают треугольник на шесть частей, три из которых — треугольники с площадями S_1, S_2, S_3 . Найдите площадь данного треугольника.

3. В равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$) вписана окружность радиуса 3. Прямая l касается этой окружности и параллельна прямой AC . Расстояние от точки B до прямой l равно 3. Найдите расстояние между точками, в которых данная окружность касается сторон AB и BC .

4. В трапеции $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна боковой стороне CD , а диагональ DB перпендикулярна боковой стороне AB . На продолжениях боковых сторон AB и DC за меньшее основание BC отложены отрезки BM и CN так, что получается новая трапеция $BMNC$, подобная трапеции $ABCD$. Найдите площадь трапеции $ABCD$, если площадь трапеции $AMND$ равна P , а сумма углов CAD и BDA равна 60° .

5. Через точку A общей хорды BC пересекающихся окружностей проведена прямая, пересекающая окружности в таких точках D и E соответственно, что прямая BD касается одной окружности, а прямая BE — другой. Продолжение хорды CD одной окружности пересекает другую окружность в точке F . Найдите отношение $BD : BE$, если $AD = 8$ и $AE = 2$. Сравните площади треугольников BDE и BDF .

6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K . Найдите KC , если $BC = 4$, а $AK = 6$.

Домашнее задание.

1. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что площадь треугольника ODC (O — точка пересечения диагоналей) есть среднее пропорциональное между площадями треугольников BOC и AOD . Докажите, что $ABCD$ — трапеция или параллелограмм.

2. Из вершины C остроугольного треугольника ABC опущена высота CH , а из точки H опущены перпендикуляры HM и HN на стороны BC и AC соответственно. Докажите, что треугольники MNC и ABC подобны.

3. Диагонали выпуклого четырёхугольника делят его на четыре подобных треугольника. Докажите, что его можно разрезать на два равных треугольника.

Занятие 17, 18, 19. Площадь фигур.

1. Отрезок AB есть диаметр круга, а точка C лежит вне этого круга. Отрезки AC и BC пересекаются с окружностью в точках D и M соответственно. Найдите угол CBD , если площади треугольников DCM и ACB относятся как $1:4$.

2. Отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, равны 8, 15 и 17. Найдите площадь треугольника.

3. Окружность касается сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$ и пересекает сторону DC в единственной точке F и сторону BC в единственной точке E . Найдите площадь трапеции $AFCB$, если $AB = 32$, $AD = 40$ и $BE = 1$.

4. На каждой стороне параллелограмма взято по точке. Площадь четырёхугольника с вершинами в этих точках равна половине площади параллелограмма. Докажите, что хотя бы одна из диагоналей четырёхугольника параллельна одной из сторон параллелограмма.

5. Два прямоугольника положены на плоскость так, что их границы имеют восемь точек пересечения. Эти точки соединены через одну. Доказать, что площадь полученного четырёхугольника не изменится при поступательном перемещении одного из прямоугольников.

6. На катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника построены квадраты, расположенные вне треугольника. Вычислить площадь шестиугольника, вершины которого совпадают с теми вершинами квадратов, которые не принадлежат данному треугольнику. Длина гипотенузы c и сумма длин катетов s известны.

Домашнее задание.

1. Докажите, что площадь треугольника можно выразить по формуле $S = (p - a)ra$, где ra — радиус вневписанной окружности, касающейся стороны, равной a , p — полупериметр треугольника.

2. В трапецию $ABCD$ с основаниями BC и AD и боковыми сторонами AB и CD вписана окружность с центром O . Найдите площадь трапеции, если угол DAB прямой, $OC = 2$, $OD = 4$.

3. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, пересекающая стороны BC и AC в точках D и E соответственно. Площадь треугольника CDE в семь раз меньше площади четырёхугольника $ABDE$. Найдите хорду DE и радиус окружности, если $AB = 4$ и $C = 45^\circ$.

Занятие 20 Контрольная работа.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

- * Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- * Антивирус ESET EndpointAntivirusforWindows, лицензия EAV-0120085134, контракт №1110 от 15.12.2014 г., действующая лицензия.
- * Операционная система WindowsPro 7 RUS Upgrd OLP NL Acdmc, Open License: 47357816, договор №17-10-оаэ ГК от 29.10.2010 г., действующая лицензия.
- * Офисный пакет программ MicrosoftOfficeStandard 2010 OLP NL Academic, OpenLicense: 60696830, договор №200712-1Ф от 20.07.2012 г., действующая лицензия.
- * Программа для просмотра файлов формата DjVuWinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- * Программа для просмотра файлов формата PDF AdobeReader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- * Браузер GoogleChrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Аудитория № 105	Посадочные места - 100 Мультимедийный комплекс для аудитории в составе: Компьютер, проектор, акустическая система, интерактивный проектор. Ин. №ВА0000005238. Комплект аудиторной мебели – 1 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET EndpointAntivirusforWindows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор

	<p>Стол преподавателя – 1 шт. Витрина – 3 шт. Трибуна – 1 шт. Тумба стеклянная – 1 шт. Сплит-система – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Доска магнитно-маркерная – 1 шт. Доска учебная одностворчатая – 1 шт.</p>	<p>0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ OfficeStandard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVuWinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF AdobeReader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер GoogleChrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.</p>
<p>Аудитория № 417</p>	<p>Посадочные места – 50 Преподавательский стол – 1 шт. Стол ученические двухместные – 14шт. Стол ученические трехместные – 8 шт. Тумба под компьютер – 1шт. Встроенные шкафы – 2 шт. Стулья – 50 шт. Мультимедийный класс в составе: интерактивная система SMARTBoardSB 685. Ноутбук HP Pavilion g6-2364. Ин.номе ВА0000005863. Доска – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Стул из кожи черный – 1 шт</p>	<p>* Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET EndpointAntivirusforWindows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ OfficeStandard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVuWinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF AdobeReader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер GoogleChrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.</p>

Для самостоятельной работы студентов:

<p>Читальный зал, электронная библиотека</p>	<p>Ноутбук Lenovo IdeaPad B590 Intel Pentium Dual-Core B960 2.2ГГц 4G/500G/DVD-RW15.6*/Windows 7 Home -7шт; Ноутбук 15,6 ACER Packard Bell EasyNote ENTE11HC-B9604G50MNKS-8шт; Стол-18 шт; Стол преподавателя-1шт; Библиотечная кафедра-1шт; Книжный стеллаж-1шт; Шкаф-стеллаж комбинированный -5шт; Стул Джуно-52шт; Стойка для рекламных материалов напольная сетчатая на 9 лотков-3шт; Тюль -8шт; Шторы кричевые-15шт; Шкаф пожарный ШПК-002-1шт; Колонны-15шт; Арк.стекло-24шт.</p>
<p>Медиациентр</p>	<p>73 моноблока, соединённых локальной компьютерной сетью;</p>

	<p>Беспроводная сеть Wi-Fi; Стационарный проектор-1шт; Экран-1шт; ЖК-монитор-5шт; ЖК-панели-2шт; Система видеоконференцсвязи – PolycomHDX6000HD-1шт; Акустическая система-1шт; Вокальная аудиосистема и акустические колонки- 1комплект; Секционные столы-18шт; Трибуна -1шт; Огнетушитель -2шт; Кондиционер -2шт; Пожарный шкаф ПК-6, -1шт; Стул Джуно -75шт; Стойка для книг-3 шт; Стол преподавательский -1шт; Карниз-6 шт; Шторы сиреневые -12 шт; Тюль-6 шт; Арк.стекло-18 шт; Колонны-4шт; Часы настенные-1шт.</p>
--	--