Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В МИКРО-И МАКРОЭКОНОМИКЕ

Программа учебной дисциплины
Модуля специальных разделов предметной области

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Сибирева А.Р., к.ф-м.н., доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ в микро- и макроэкономике» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.В. Части, формируемой участниками образовательных отношений, Б1.В.02 Модулю специальных разделов предметной области учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика.Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплины «Математический анализ». Изучение дисциплины взаимосвязано с математическими и экономическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Научно-исследовательская работа.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Математический анализ в микро- и макроэкономике» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, и применение их к решению задач микро- и макроэкономики, формирование навыков решения задач, в том числе, экономических, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики и экономики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математический анализ в микро- и макроэкономике» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в	ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий,

практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
5	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
6	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
Итого	6	216	36	-	-	60	-	66	54

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
	5-й семестр (3 ЗЕ)				
1.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	8	-	14	15
2.	Некоторые прикладные модели экономических процессов	10	-	16	18
Итого за 5-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
	6-й семестр (3 ЗЕ)				
3.	Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений	8		14	15
4.	Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения	10		16	18
Итого за 6-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
Всего		**36**	**-**	**60**	**66**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных Производная функции нескольких переменных в точке по заданному направлению. Градиент функции нескольких переменных в точке, геометрический смысл градиента. Полный дифференциал. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных; касательная плоскость и нормаль к поверхности. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.

Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные, условия равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных, форма n-го дифференциала. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Дифференцирование неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно. Дифференцирование сложной функции.

Точки экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных (теорема Ферма). Достаточные условия экстремума точки функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала. Критерий Сильвестра (без доказательства). Случай функции двух переменных.

Условный экстремум функции нескольких переменных при одном или нескольких условиях связи. Метод исключения переменных. Метод неопределенных множителей Лагранжа: необходимое условие условного экстремума в терминах лагранжиана, понятие о достаточных условиях условного экстремума.

Теорема Вейерштрасса для функции нескольких переменных, определенной на компакте. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в области.

Некоторые прикладные модели экономических процессов

Анализ функций спроса и потребления. Построение и анализ производственных функций. Анализ функций полных издержек.

Спрос и объем спроса. Изменение спроса и объема спроса. Предложение и объем предложения. Изменение предложения и объема предложения.

Равновесие спроса и предложения. Дефицит и избыток. Излишек (выгода) потребителя и производителя. Понятие и виды эластичности. Факторы, влияющие на ценовую эластичность спроса. Кривые безразличия потребителя. Свойства кривых безразличия. Предельная норма замещения. Бюджетные ограничения. Бюджетная линия потребителя, ее изменения. Равновесие потребителя. Влияние дохода и цены на равновесие потребителя. Кривая «цена–потребление». Кривая «доход–потребление». Кривые Энгеля.

Производственная функция и факторы производства. Продукт переменного ресурса и закон убывающей производительности. Общий, средний, предельный физический продукт. Продукт двух переменных ресурсов. Изокванты. Предельная норма замещения.

Издержки производства: общие, средние, предельные издержки. Особенности издержек в краткосрочном периоде. Постоянные и переменные издержки производства. Правило предельных и средних издержек.

Издержки производства в долгосрочном периоде. Эффекты масштабов. Изокосты. Правило минимизации издержек. Доход и прибыль фирмы. Экономическая прибыль. Нормальная прибыль.

Типы конкуренции и основные рыночные структуры в современной экономике. Совершенная конкуренция, ее основные признаки.

Особенности хозяйствования совершенного конкурента. Спрос на продукт и предельный доход совершенного конкурента. Максимизация прибыли и условие равновесия фирмы-совершенного конкурента в краткосрочном периоде (минимизация убытков, максимизация прибыли). Кривая предложения фирмы в краткосрочном периоде. Отраслевое предложение в краткосрочном периоде. Равновесие фирмы-совершенного конкурента в долгосрочном периоде. Долгосрочное предложение в конкурентной отрасли.

Влияние совершенной конкуренции на экономическую эффективность.

Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений(ОДУ). Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. ОДУ первого порядка - с разделяющимися переменными. ОДУ первого порядка – однородные. ОДУ первого порядка – линейные, Бернулли. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Примеры. Линейная независимость решений ДУ. Свойства решений ДУ. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Теорема о структуре общего решения однородных линейных дифференциальных уравнений высшего порядка. Однородное линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Однородное линейное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Вид общего решения. Примеры. Неоднородное линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о виде общего решения. Вид частных решений в ряде специальных случаев.

Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения

Модель естественного роста в условиях конкуренции. Модель естественного роста в условиях конкуренции с учетом издержек. Модифицированная модель естественного роста. Динамическая модель Кейнса. Неоклассическая модель роста. Модель Солоу. Динамическая модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная

цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Индивидуальное задание

Задача 1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции.

A	B	C	D
$\sqrt{x^2+y^2-4}$	$\ln x+\ln(-y)$	$\sqrt{(x-5)(x+2)}$	$\arcsin\frac{x^2+y^2}{4}$

Задача 2. Найти частные производные первого порядка от функций.

A	B	C	D
$3x^4y^2-2x+4y-6$	$2x^4\cos 5y$	$tg(3xy^2+x^2)$	$(x+4y)\cdot\ln(x+3y)$

Задача 3.

A) Найти dz	B) Найти $grad\ z$	C) Найти d^2z
$(3x+4y)^2-x^3-y^3$	$\ln(x^2+y^2)$	$x\cos y+y\cos x$

Задача 4.

A) Найти du	B) Найти $grad\ z$	C) Найти d^2z
$(2x-y+3z)^5$	$e^{xyz}+2x-3y+4z$	$xy^2z^3+\frac{1}{x}$

Задача 5. A) Найти $\frac{dz}{dt}$ (в тех задачах, где это указано, не $\frac{dz}{dt}$, а $\frac{dz}{dx}$). B) Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.

A) $z(x;y)=\sqrt{x^2+y^2}$; $x=\sin 3t$; $y=t^3+5$

B) $z(x;y)=x\cdot arctgy$; $x=\frac{u}{v}$; $y=3u-2v$

Задача 6. A) Найдите $\frac{dy}{dx}$, используя формулу (8). B) Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, используя формулы (9).

С) Найдите $z'_x, z'_y, z''_{xx}, z''_{yy}, z''_{xy}$,используя непосредственное дифференцирование обеих частей уравнения.

A	B	C
$x^2 + y^2 + x \cdot \sin y = 0$	$\ln(2x+3y+7z) + xy^2z^3 = 2$	$x^2 + y^3 + 5z + z^4 = 0$

Задача 7. Найти точки экстремума функций.

$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - x + 2y + 5$	$\frac{x^3}{3} - x^2 - 15x + \frac{y^2}{2} - 9y$	$2x^3 + 2y^3 - 24x^2 + 27y^2$

Задача 8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D, ограниченной указанными линиями. $z = x^2 + y^2 - xy - x - y; D: x = 0,\ y = 0,\ y = 3 - x$

ОС-2. Контрольная работа

1. Решить линейное / однородное относительно переменных дифференциальное уравнение 1-го порядка.
2. Решить линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
3. Решить задачу Коши.
4. Решить систему линейных дифференциальных уравнений.

ОС-3. Контрольная работа

1. Изобразите кривую производственных возможностей для экономики, в которой:

а) повысилась эффективность использования ресурсов, применяемых в производстве товара А;

б) повысилась эффективность использования ресурсов, применяемых в производстве товара В;

в) повысилась эффективность использования всех ресурсов;

г) вырос объем используемых ресурсов; д) сократился объем используемых ресурсов.

2. Вы работаете преподавателем, но профессионально владеете строительным делом. В связи с этим решили взять отпуск за свой счет и построить себе дачный дом. В каком случае ваше решение будет экономически целесообразным?

3. Цена билета на самолет из города X в город Y составляет 2500 рублей. Железнодорожный билет стоит 1000 рублей. Поезд находится в пути 15 часов, самолет – 3 часа. Каким видом транспорта Вы порекомендуете воспользоваться индивиду А, зарабатывающему 40 руб. в час? Индивиду Б, зарабатывающему 150 руб. в час? Почему?

4. Продемонстрируйте на графике, как влияет на сдвиг рыночного равновесия увеличение (уменьшение) спроса при неизменном предложении? увеличение (уменьшение) предложение при неизменном спросе? Одновременное увеличение (уменьшение) спроса и предложения?

5. Определите суммарную общественную выгоду, возникшую в связи с производством и продажей товаров. Функция спроса на данный товар: QD = 2 – 3P. Функция предложения: QS = -0,5 + 2P. Ответ представьте графически и аналитически.

6. Эластичность спроса населения на данный товар по цене равна – 0,5, по доходу – 0,7. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 8 %, а цена данного товара уменьшится на 2 %. Определите как изменится объем спроса на данный товар?

7. Автомобильная фирма существенно модернизировала производство, что привело к сокращению издержек выпуска автомобилей и позволило снизить цену на 15%. В результате этого доля фирмы на автомобильном рынке выросла с 15% до 25%.

Определите ценовую эластичность спроса на автомобили. (Общий объем спроса не изменился).

8. Фирма использует труд и капитал. Ставка арендной платы за оборудование 5 ден. ед., ставка оплаты труда 7 ден. ед. Предельный продукт капитала равен 15 единиц продукта.

а) минимизирует ли фирма издержки при условии, что предельный продукт труда составит 20 единиц продукта? 23 единицы?

б) будет ли фирма применять больше или меньше труда относительно капитала в этих случаях?

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Индивидуальное задание ОС-2. Контрольная работа. ОС-3. Контрольная работа.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач ОР-3 Владеет навыками рефлексии
	Оценочные средства для промежуточной	

	аттестации **зачет (экзамен)** 5, 6 семестр - экзамен в форме устного собеседования ОС-4.Экзамен 5семестр ОС-5.Экзамен 6 семестр	по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

ОС-4. Экзамен (5 семестр)

Примерные практические задания к экзамену

1. Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных.
2. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных
4. Производная функции нескольких переменных в точке по заданному направлению. Геометрический смысл производных по направлению, частных производных функции двух переменных.
5. Градиент функции нескольких переменных в точке, геометрический смысл градиента.
6. Дифференцируемость функции нескольких переменных, полный дифференциал.
7. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных; касательная плоскость и нормаль к поверхности.
8. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.
9. Производные высших порядков функции нескольких переменных. Смешанные производные, условия равенства смешанных производных.
10. Дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных, форма n-го дифференциала.
11. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
12. Теорема о существовании неявной функции. Теорема о дифференцировании неявной функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности, заданной неявно.
13. Точки экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума функции нескольких переменных (теорема Ферма).
14. Достаточные условия экстремума точки функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала.
15. Точки экстремума функции нескольких переменных. Критерий Сильвестра (без доказательства). Случай функции двух переменных.
16. Условный экстремум функции нескольких переменных при одном или нескольких условиях связи. Метод исключения переменных.
17. Метод неопределенных множителей Лагранжа: необходимое условие условного экстремума в терминах лагранжиана, понятие о достаточных условиях условного экстремума.
18. Теорема Вейерштрасса для функции нескольких переменных, определенной на компакте. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в области.
19. Анализ функций спроса и потребления.
20. Построение и анализ производственных функций.
21. Анализ функций полных издержек.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти dz $\quad (3x+4y)^2 - x^3 - y^3$

2. Найти точки экстремума функций. $\quad \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2} - x + 2y + 5$

3. Эластичность спроса населения на данный товар по цене равна – 0,5, по доходу – 0,7. В предстоящем периоде доходы населения увеличатся на 8 %, а цена данного товара уменьшится на 2 %. Определите как изменится объем спроса на данный товар?

ОС-4. Экзамен (6 семестр)

Примерные практические задания к экзамену

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений(ОДУ).
2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
3. ОДУ первого порядка - с разделяющимися переменными.
4. ОДУ первого порядка – однородные.
5. ОДУ первого порядка – линейные, Бернулли.
6. ОДУ первого порядка – в полных дифференциалах.
7. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Примеры.
8. Линейная независимость решений ДУ. Свойства решений ДУ. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского и его свойства. Теорема о структуре общего решения однородных линейных дифференциальных уравнений высшего порядка.
9. Однородное линейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Однородное линейное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами. Вид общего решения. Примеры.
10. Неоднородное линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о виде общего решения. Вид частных решений в ряде специальных случаев.
11. Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения. Модель естественного роста в условиях конкуренции.
12. Модель естественного роста в условиях конкуренции с учетом издержек.
13. Модифицированная модель естественного роста.
14. Динамическая модель Кейнса.
15. Неоклассическая модель роста.
16. Модель Солоу.
17. Динамическая модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

За решение задачи

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен
5,6 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	менее 150

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично

фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

5 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Предел функции в точке. Непрерывность. Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Занятие 2. План. Касательная и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Приложения дифференциала в приближенных вычислениях. Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования.

Занятие 3. План. Производные сложных функций. Неявные функции. Теорема существования и дифференцирования неявных функций. Вычисление производных неявных функций.

Занятие 4. План. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Занятие 5. План. Условный экстремум функций нескольких переменных необходимый признак условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточный признак условного экстремума.

Занятие 6. План. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области.

Занятие 7. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области. Построение математических моделей задач.

Занятие 8. Контрольная работа.

Занятие 9 -10. Анализ функций спроса и потребления.

Занятие11-12. Построение и анализ производственных функций.

Занятие 13-14. Анализ функций полных издержек.

Занятие 15. Доклады студентов.

6 семестр

Занятие 1. План. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Решение уравнений с разделяющимися переменными,

Занятие 2. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные первого порядка, в полных дифференциалах.

Занятие 3. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Решение линейных уравнений первого порядка, уравнений Бернулли.

Занятие 4. План. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Решение однородных линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

Занятие 5. План. Решение неоднородных линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

Занятие 6. Решение систем дифференциальных уравнений.

Занятие 7. Контрольная работа.

Занятие 8. Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения. Модель естественного роста в условиях конкуренции.

Занятие 9. Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения. Модель естественного роста в условиях конкуренции с учетом издержек.

Занятие 10. Модели экономических процессов, содержащие дифференциальные уравнения. Модифицированная модель естественного роста.

Занятие 11. Динамическая модель Кейнса.

Занятие 12. Неоклассическая модель роста.

Занятие 13. Модель Солоу.

Занятие 14. Динамическая модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Занятие 15. Доклады студентов.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная

1. Ахтямов, А.М. Математика для социологов и экономистов : учебное пособие / А.М. Ахтямов. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2008. - 464 с. [Электронный ресурс]. http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82271
2. Кузнецов, Б. Т. Математика [Электронный ресурс]: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления (060000) / Б.Т. Кузнецов. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. – 719 с.;http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114717

Дополнительная

3. Общий курс высшей математики для экономистов. [Электронный ресурс] : Учебник / Под общ. ред. В. И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2007, – 656 с; http://znanium.com/bookread2.php?book=120482
4. Шипачев В.С. Высшая математика : учебник / В.С. Шипачев. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 479 с. http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=851522

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/