

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической
работе С.Н. Титов

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ В ЭКОНОМИКЕ

Программа учебной дисциплины
модуля Прикладные инструменты в экономике
основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Волкова Н.А.,
старший преподаватель кафедры высшей
математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-
математического и технологического образования,
протокол от «26» мая 2023 г. №5

Ульяновск, 2023

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Динамические системы в экономике» входит в модуль Прикладные инструменты в экономике части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Математический анализ, Методы математической обработки данных, Геометрия, Микроэкономика

Результаты изучения дисциплины необходимы для изучения дисциплин Методика обучения математике, Методика обучения экономике, Стохастические динамические системы, являются основой для Научно-исследовательской работы, Подготовки к сдаче и сдаче государственного экзамена, Выполнению и защите выпускной квалификационной работы.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Целью освоения дисциплины «Динамические системы в экономике» является подготовка бакалавра к работе учителем математики и экономики в общеобразовательной школе. Дисциплина предназначена дать будущим учителям профессиональную (теоретическую и практическую) подготовку в области теории и методики обучения математике и экономике на различных ступенях общеобразовательной школы.

Задачей освоения дисциплины является формирование системы знаний, включающих методы построения и исследования учебных математических моделей детерминированных динамических систем процессов и явлений с помощью дифференциальных уравнений; формирование системы знаний о методах анализа и решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, систем дифференциальных уравнений; формирование и развитие компетенций будущего учителя математики и экономики в теории и практике решения основных типов дифференциальных уравнений, возникающих в различных областях естествознания.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Динамические системы в экономике» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации.	ОР-2. Умеет осуществлять поиск и анализ источников информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения.	ОР-3. Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.

логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.			
<p>ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.</p> <p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>	<p>ОР-4. Знает роль и место математики и ее истории в общей картине научного знания;</p> <p>ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.</p> <p>ОР-6. Знает основные приемы и методы решения проблем и задач в области математики.</p>	<p>ОР-7. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.</p> <p>ОР-8. Умеет осуществлять аргументированный выбор наиболее целесообразных методов, средств и форм организации учебного процесса, в соответствии с дидактическими задачами и условиями организации.</p>	<p>ОР-9. Владеет действием проектирования различных форм учебных занятий,</p> <p>ОР-10. Владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.</p>
<p>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.</p> <p>ПК-3.1. Владеет способами</p>	<p>ОР-11. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике;</p> <p>ОР-12. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов</p>	<p>ОР-14 Умеет оценивать образовательные результаты: формируемые в преподаваемом предмете предметные и метапредметные компетенции, а также осуществлять (совместно с психологом) мониторинг личностных характеристик.</p>	<p>ОР-16. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p>

интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	учебной деятельности. ОР-13. Знает возможности социокультурной среды и способы ее использования для решения образовательных задач.	ОР-15 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-17. Владеет способами развития у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, способами формирования и реализации программ развития универсальных учебных действий, образцов и ценностей социального поведения.
--	---	---	--

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Всего		Лекции, час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоят. работа, час	
	Трудоемк.						
	Зач. ед.	Часы					
7	4	144	24	40	-	53	экзамен (27)
Итого:	4	144	24	40	-	53	Экзамен (27)

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
7 семестр					
1.	Основные понятия теории ОДУ	2	4	–	4
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка как модели динамических систем	6	6	–	8
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка	2	4	–	5
4.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами как модели динамических систем	4	8	–	8
5.	Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем	4	4		10
6.	Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач	6	14		18
	Итого	24	40	–	53

3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Раздел 1. Основные понятия

Дифференциальное уравнение, обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в частных производных. Порядок уравнения. Общее и частное решение обыкновенного дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Задача Коши для уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Особые решения. Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме. Геометрическая интерпретация основных понятий: поле направлений, интегральные кривые, огибающая семейства кривых.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка как модели динамических систем

Понятие динамической системы. Динамические системы в различных областях естествознания.

Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения в

полных дифференциалах. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешенные относительно старшей производной. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$. Уравнения вида $F(x, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$. Уравнения вида $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$. Уравнения вида $F(x, y^{(k)}, \dots, y^{(n)}) = 0$.

Раздел 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами как модели динамических систем

Линейное дифференциальное уравнение. Однородные линейные уравнения. Неоднородные линейные уравнения. Свойства решений линейных уравнений. Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского. Теорема о структуре общего решения однородного и неоднородного уравнения. Решение неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Действительные корни (простые, кратные). Комплексные корни (простые, кратные). Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений: применение линейных дифференциальных уравнений к изучению свободных и вынужденных колебаний.

Раздел 5. Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем

Системы дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы уравнений. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Решение систем методом исключения и методом интегрируемых комбинаций.

Моделирование динамических систем с помощью систем дифференциальных уравнений. Кинематическая интерпретация дифференциальных уравнений: понятие о фазовых портретах динамических систем.

Раздел 6. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач

Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль. Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению. Эластичность функции. Эластичность и функция спроса. Функции спроса и предложения. Равновесная цена. Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениями первого порядка. Логистическое уравнение насыщения рынка (уравнение снабжения). Логистическое уравнение роста общественного благосостояния (модель Золотаса). Логистическое уравнение динамики покупателей. Модель естественного роста выпуска продукции. Анализ производительности труда.

Задачи экономики, приводящие к линейным дифференциальным уравнениям и уравнению Бернулли. Динамика рыночной цены. Задача о движении фондов. Модель инвестирования Эйзнера-Штротца. Динамическая модель монополиста. Односекторная модель экономического роста Солоу.

Задачи экономике, приводящие к системам дифференциальных уравнений. «Задача о разведчике». Задача выравнивания цен по уровню актива.

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме подготовки к устным выступлениям (докладам по теме реферата).

ОС-1 Тест

Примерные вопросы теста:

1. Среди приведенных утверждений верным является ...:
 1. частное решение д.у. – это решение, получаемое из общего при конкретных значениях параметра C ;

2. частное решение д.у. не может быть получено из общего решения при заданных начальных условиях;
 3. особое решение д.у. – это решение, получаемое из общего при заданных начальных условиях;
 4. общее решение – это множество всех частных и особых решений д.у.
2. Среди приведенных д.у. уравнением 2 порядка является ...:

1. $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \sin x$
2. $(y')^2 + x^2 y^2 = 9x$
3. $y^{IV} y''' + 2(y'')^2 = 0$
4. $(y')^2 + \cos x = 0$

3. Соответствие между дифференциальными уравнениями и их общими решениями:

A. $y''' + y' = 0 - 3$	1. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$
B. $xy' - 2y = 0 - 2$	2. $y = Cx^2$
C. $y'' - y' - 2y = 0 - 1$	3. $y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x$

ОС-2 Самостоятельная работа

1. $xy' - y = xtg \frac{y}{x}; y(1) = \frac{\pi}{2}$.
2. $(y^2 \sqrt{1-x^2} + x)dx + 2xy \sqrt{1-x^2} dy = 0$.
3. $4xy' + 3y = -e^x x^4 y^5$.
4. $y = 2xy' - (y')^2$.
5. $y = xy' + 3y'$.

ОС-3 Самостоятельная работа

1. $x^2 y'' + xy' = 1$.
2. $3y'y'' = y + y'^3 + 1, y(0) = -2, y'(0) = 0$.
3. $y^{IV} = \cos^2 x,$
 $y(0) = \frac{1}{32}, y'(0) = 0, y''(0) = \frac{1}{8}, y'''(0) = 0$.
4. $y''' = y''^3$.
5. $y'' + 9y = xe^{3x} + 2x \sin x$.
6. $y'' + y = \operatorname{tg} x, y(0) = 2, y'(0) = 1$.

ОС-4 Самостоятельная работа (домашняя).

1. Решить систему дифференциальных уравнений несколькими способами.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y + 2 \sin t - 3 \cos t, \\ \frac{dy}{dt} = -6x + 4y + 7 \sin t - 20 \cos t. \end{cases}$$

ОС-5 Самостоятельная работа.

Примерные задания самостоятельной работы

1. Найдите на сколько процентов нужно увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимый для увеличения объема продукции в k раз, уменьшился на a процентов?

2. Найдите функцию спроса по заданной эластичности спроса.
3. Найдите зависимость равновесной цены товара от времени по заданным функциям спроса и предложения.
4. Найдите функцию изменения численности популяции по заданному уравнению *снабжения*.
5. Найдите выражение объема реализованной продукции от времени по заданной кривой спроса.
6. Записать систему дифференциальных уравнений, соответствующую задаче выравнивания цен по уровню актива.

ОС-6. Реферат

Примерный перечень тем рефератов

1. Семья Бернулли и дифференциальные уравнения.
2. Решение дифференциальных уравнений при помощи рядов.
3. Кривые, связанные с движением точки или тела на плоскости/в пространстве (экспоненциальная кривая, парабола Нейля, цепная линия, трактриса).
4. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений.
5. Применение теоремы Банаха о сжимающем отображении к решению дифференциальных уравнений и их систем.
6. Дифференциальные уравнения как средство изучения колебательных явлений.
7. Приложения дифференциальных уравнений в задачах естествознания (задача о кривой наискорейшего спуска, задача о провисании цепной линии, модель Вольтерра «хищник-жертва»).
8. Линейные дифференциальные операторы и их приложения.
9. Дискретные и непрерывные динамические модели.
10. Автоколебания.
11. Регулярные аттракторы.
12. Устойчивые и неустойчивые динамические системы.
13. Нелинейные динамической системы.
14. Детерминированный хаос.
15. Вероятностные свойства динамической системы.
16. Странные аттракторы.
17. Бифуркации динамических систем.
18. «Жесткие» и «мягкие» бифуркации. Катастрофы.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: материалы самостоятельных работ, теста, реферат . Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
1.	<p align="center">Оценочные средства для текущей аттестации</p> <p>ОС-1 Тест ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Самостоятельная работа ОС-4 Самостоятельная работа ОС-5 Самостоятельная работа ОС-6 Реферат</p>	<p>ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации. ОР-2. Умеет осуществлять поиск и анализ источников информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения. ОР-3. Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.ОР-4. Знает роль и место математики и ее истории в общей картине</p>
2.	<p align="center">Оценочные средства для промежуточной аттестации</p> <p>ОС-7 Экзамен в форме устного собеседования</p>	<p>научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6. Знает основные приемы и методы решения проблем и задач в области математики. ОР-7. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-8. Умеет осуществлять аргументированный выбор наиболее целесообразных методов, средств и форм организации учебного процесса, в соответствии с дидактическими задачами и условиями организации. ОР-9. Владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-10. Владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике ОР-11. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-12. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности. ОР-13. Знает возможности социокультурной среды и способы ее использования для решения образовательных задач. ОР-14 Умеет оценивать образовательные результаты: формируемые в преподаваемом</p>

		<p>предмете предметные и метапредметные компетенции, а также осуществлять (совместно с психологом) мониторинг личностных характеристик.</p> <p>ОР-15 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.</p> <p>ОР-16. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p> <p>ОР-16. Владеет способами развития у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, способами формирования и реализации программ развития универсальных учебных действий, образцов и ценностей социального поведения.</p>
--	--	---

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине «Динамические системы в экономике».

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-7 Экзамен в форме устного собеседования

Программа экзамена

Раздел 1. Основные понятия

- 1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений (дифференциальное уравнение, обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в частных производных; порядок дифференциального уравнения; решение дифференциального уравнения, общее и частное решение дифференциального уравнения, особое решение дифференциального уравнения; общий и частный интеграл дифференциального уравнения; интегральная кривая, поле направлений).

- 2 Начальное условие дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего заданному начальному условию.

Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 3 Понятие динамической системы. Классификация динамических систем.
- 4 Этапы построения математической модели динамической системы на основе дифференциального уравнения.
- 5 Уравнения с разделенными переменными.
- 6 Уравнения с разделяющимися переменными.
- 7 Однородные функции и однородные уравнения.
- 8 Уравнения в полных дифференциалах.
- 9 Линейные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
- 10 Линейные уравнения. Метод Бернулли.
- 11 Уравнения Бернулли.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

- 12 Общий вид дифференциального уравнения n -го порядка. Общее и частное решение дифференциального уравнения n -го порядка.
- 13 Теорема о существовании и единственности решения дифференциального уравнения $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$, удовлетворяющего заданным начальным условиям.
- 14 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $y^{(n)} = f(x)$.
- 15 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F(y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$.
- 16 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F(y^{(n-2)}, y^{(n)}) = 0$.
- 17 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$.
- 18 Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка: $F(x, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.

Раздел 4. Линейные дифференциальные уравнения

- 19 Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Теорема о существовании и единственности решения линейного дифференциального уравнения n -го порядка.
- 20 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
- 21 Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Свойства решений. Линейная независимость решений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
- 22 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.
- 23 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
- 24 Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
- 25 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения.
- 26 Моделирование свободных колебаний с помощью дифференциальных уравнений.
- 27 Моделирование вынужденных колебаний с помощью дифференциальных уравнений.
- 28 Резонанс.

Раздел 5. Системы дифференциальных уравнений

- 29 Системы дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы.
- 30 Системы линейных уравнений.
- 31 Метод исключения неизвестных.
- 32 Метод интегрируемых комбинаций.
- 33 Кинематическая интерпретация дифференциальных уравнений.
- 34 Понятие о фазовых портретах динамических систем.

Раздел 6. Дифференциальные уравнения как инструмент исследования прикладных экономических задач

- 35 Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль. Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению.
- 36 Эластичность функции. Эластичность и функция спроса.
- 37 Функции спроса и предложения. Равновесная цена. Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.
- 38 Задачи экономики, приводящиеся к дифференциальным уравнениями первого порядка. Логистическое уравнение.
- 39 Задачи экономики, приводящие к линейным дифференциальным уравнениям и уравнению Бернулли.
- 40 Задачи экономике, приводящие к системам дифференциальных уравнений.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования баллов, набранных в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен	Итоговая сумма баллов
1×12 = 12	1× 20 = 20	272	96	400

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

Результат	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	361-400 баллов
«хорошо»	281-360 баллов
«удовлетворительно»	201-280 баллов
«неудовлетворительно»	0-200 баллов

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично

фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

Занятие 1-2. Основные понятия теории ОДУ

Материал для освоения

- 1 Общее и частное решение обыкновенного дифференциального уравнения.
- 2 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.
- 3 Задача Коши для уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
- 4 Особые решения уравнения.
- 5 Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме.
- 6 Геометрическая интерпретация основных понятий: поле направлений, интегральные кривые, огибающая семейства кривых.

Занятие 3-5. Дифференциальные уравнения первого порядка

Материал для освоения

- 1 Уравнения с разделяющимися переменными.
- 2 Однородные уравнения.
- 3 Уравнения в полных дифференциалах.
- 4 Интегрирующий множитель дифференциального уравнения.
- 5 Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: метод вариации произвольной постоянной; метод Бернулли; структура общего решения.
- 6 Уравнения Бернулли.
- 7 Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 8 Понятие динамической системы.
- 9 Динамические системы в экономике.
- 10 Моделирование динамических систем с помощью дифференциальных уравнений.

Занятие 6-7. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Материал для освоения

- 1 Дифференциальные уравнения высших порядков, разрешенные относительно старшей производной.
- 2 Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной.
- 3 Уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$.
- 4 Уравнения вида $F(x, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.
- 5 Уравнения вида $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$.
- 6 Уравнения вида $F(x, y^{(k)}, \dots, y^{(n)}) = 0$.

Занятие 8-9. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

Материал для освоения

- 1 Линейное дифференциальное уравнение.
- 2 Однородные и неоднородные линейные уравнения.
- 3 Свойства решений линейных уравнений.
- 4 Фундаментальная система решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского.
- 5 Структура общего решения однородного и неоднородного уравнения.
- 6 Решение неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов и методом вариации произвольных постоянных.

Занятие 10-11. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

Материал для освоения

- 1 Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 2 Характеристический многочлен.
- 3 Действительные корни (простые, кратные).
- 4 Комплексные корни (простые, кратные).
- 5 Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

Занятие 12-13. Системы дифференциальных уравнений как модели динамических систем.

Материал для освоения

- 1 Системы дифференциальных уравнений.
- 2 Нормальная форма системы дифференциальных уравнений.
- 3 Задача Коши для нормальной системы уравнений.
- 4 Решение систем методом исключения.
- 5 Решение систем методом интегрируемых комбинаций.

Занятие 14-15. Предельный анализ в экономике.

Материал для освоения

- 1 Предельный анализ в экономике: предельные издержки, предельная выручка, предельная прибыль.
- 2 Предельная склонность к потреблению и предельная склонность к сбережению.
- 3 Эластичность функции.
- 4 Эластичность и функция спроса.
- 5 Функции спроса и предложения.
- 6 Равновесная цена.
- 7 Модель Эванса установления равновесной цены на рынке одного товара.

Занятие 16. Логистическое уравнение.

Материал для освоения

- 1 Логистическое уравнение насыщения рынка (уравнение снабжения).
- 2 Логистическое уравнение роста общественного благосостояния (модель Золотаса).
- 3 Логистическое уравнение динамики покупателей.

Занятие 17-18. Моделирование динамических систем в экономике с помощью дифференциальных уравнений первого порядка.

Материал для освоения

- 1 Модель естественного роста выпуска продукции.
- 2 Анализ производительности труда.
- 3 Динамика рыночной цены.
- 4 Задача о движении фондов.
- 5 Модель инвестирования Эйзнера-Штротца.
- 6 Динамическая модель монополиста.
- 7 Односекторная модель экономического роста Солоу.

Занятие 19. Моделирование динамических систем в экономике с помощью систем дифференциальных уравнений.

- 1 «Задача о разведчике».
- 2 Задача выравнивания цен по уровню актива.

Занятие 20. Итоговая контрольная работа.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Асташова, И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И. В. Асташова, В. А. Никишкин. – Москва : Евразийский открытый институт, 2011. – 96 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289> – ISBN 978-5-374-00488-5. – Текст : электронный.
3. Высшая математика для экономистов : учебник / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684732>. – ISBN 978-5-238-00991-9. – Текст : электронный.
4. Дифференциальные уравнения : учебник. – 4-е изд. – Москва : Физматлит, 2002. – 252 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=145012>.
5. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах : учебное пособие / Г. С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 348 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015971-3. - Текст : электронный. - URL:

<https://znanium.com/catalog/product/1072182> – Режим доступа: по подписке.

6. Шандра, И. Г. Математическая экономика : учебник / И. Г. Шандра. – Москва : Прометей, 2018. – 176 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494930>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-907003-04-0. – Текст : электронный.

Дополнительная литература

1. Пантелеева, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - Москва : 2020. - 384 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-465-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1213064> – Режим доступа: по подписке.
2. Курс высшей математики для экономистов : учебник / под ред. Р.В. Сагитова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 647 с. URL: <https://znanium.com/catalog/product/989794>
3. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник : [16+] / Л. Э. Эльсгольц. – Москва : б.и., 1969. – 425 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455165>

Интернет-источники

- ЭБС ZNANIUM.COM <http://znanium.com>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://biblioclub.ru>
- <http://www.mathnet.ru> Общероссийский математический портал
- Научная электронная библиотека «Киберленинка»: <https://cyberleninka.ru/search>
- www.math.ru – проект МЦНМО

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Профиль: Математика. Экономика

Рабочая программа Динамические системы в экономике

Составитель: Н.А. Волкова – Ульяновск: УлГПУ, 2023.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль подготовки «Математика. Экономика» утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители  Н.А. Волкова (подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики «23» мая 2023г., протокол № 10
Заведующий кафедрой


 И.В. Столярова 23.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой

Сотрудник библиотеки  Ю.Б. Марсакова 23.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования «26» мая 2023г., протокол № 5

Председатель ученого совета факультета физико-математического и технологического образования

 Е.М. Громова 26.05.23
личная подпись расшифровка подписи дата