Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ И.О. Петрищев
«30» августа 2017 г.

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Программа дисциплины вариативной части

для направления подготовки
44.04.01 Педагогическое образование

направленность (профиль) образовательной программы
Методология математического образования

(очная форма обучения)

Составитель: Фолиадова Е.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и утверждено на заседании Ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 04 июля 2017 г. № 11

Ульяновск, 2017

1. Наименование дисциплины

Дисциплина «*Стохастические динамические системы*» является дисциплиной по выбору вариативной части Блока 1 Дисциплины (модули) основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 *Педагогическое образование*, направленность (профиль) *Методология математического образования,* очной формы обучения.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Актуальность включения дисциплины в ООП определяется:

- возрастающей ролью стохастических методов в современной математике и значимым местом вероятностной линии в школьном курсе математики;
- необходимостью знакомства учителей с современными направлениями и тенденциями развития математики.

Целями освоения дисциплины «*Стохастические динамические системы*» являются:

- углубление представлений магистрантов о структуре современного математического знания, о месте и роли вероятностных методов в познании мира;
- продолжение формирования «стохастического» мышления, обеспечивающего восприятие и математическое моделирование процессов, имеющих вероятностный характер;
- подготовка магистрантов к организации освоения различных разделов теории вероятностей учащимися старших классов общеобразовательных организаций и студентами.

В соответствии с этим при преподавании дисциплины ставятся следующие **задачи**:

- актуализация и систематизация знаний магистрантов по освоенным ранее разделам теории вероятностей (случайные события, случайные величины, случайные векторы) в процессе освоения теории случайных процессов;
- освоение приёмов построения стохастических моделей реальных процессов, базовых методов работы с моделями такого типа, включая использование инструментов компьютерной математики;
- выделение магистрантами возможных направлений организации исследовательской работы школьников, связанных со случайными процессами и стохастикой.

Освоение дисциплины «*Стохастические динамические системы*» вносит вклад в овладение следующими компетенциями:

- способность к самостоятельному освоению и использованию новых методов исследования, к освоению новых сфер профессиональной деятельности (**ОК-3**);
- способность руководить исследовательской работой обучающихся (**ПК-3**);
- способность анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование (**ПК-5**);
- готовность к использованию современных информационно-коммуникационных технологий и средств массовой информации для решения культурно-просветительских задач (**ПК-20**);
- готовность строить математические модели объектов и процессов из различных предметных областей; строить модели-интерпретации математических структур; применять модели при сценировании образовательных ситуаций (**ПКд-3**);
- способность к анализу данных, полученных из различных источников, визуализации данных, оценке их надёжности, поиску закономерностей, использованию для принятия решений; готовность содействовать освоению этих умений обучающимися (**ПКд-4**).

В процессе освоения дисциплины должны быть достигнуты следующие результаты.

Компе-тенция	Этап формирования		
	теоретический	модельный	практический
ОК-3	**способность к самостоятельному освоению и использованию новых методов исследования, к освоению новых сфер профессиональной деятельности**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-1: историю и особенности методов стохастической математики	ОР-2: самостоятельно осваивать теоретический материал и алгоритмы решения задач стохастической математики	ОР-3: навыками использования компьютерных инструментов реализации стохастического эксперимента
ОК-3	**способность руководить исследовательской работой обучающихся**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-4: типичные задачи теории случайных процессов, возможности их представления на различных уровнях общего образования	ОР-5: выделять логику исследования проблемы, определять возможную целевую аудиторию для работы с ней	ОР-6: строить содержательные программы исследовательской деятельности обучающихся по конкретным проблемам
ПК-5	**способность анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-7: теоретические основы современных методов теории случайных процессов	ОР-8: выделять и осваивать алгоритмы решения задач описания случайных процессов, их идентификации, управления случайными процессами	ОР-9: навыками построения типовых стохастических моделей процессов различной природы
ПК-20	**готовность к использованию современных информационно-коммуникационных технологий и средств массовой информации для решения культурно-просветительских задач**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-10: принципиальные возможности компьютерных методов исследования стохастических моделей	ОР-11: адаптировать информацию о методах исследования стохастических моделей, используя результаты компьютерных исследований	
ПКд-3	**готовность строить математические модели объектов и процессов из различных предметных областей; строить модели-интерпретации математических структур; применять модели при сценировании образовательных ситуаций**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-12: особенности и области применения стохастических моделей	ОР-13: строить модели эволюционирующих систем, подверженных случайным воздействиям	ОР-14: навыками интерпретации абстрактных результатов теории случайных процессов на языке реальных систем, использования таких интерпретаций в самообучении и преподавании
ПКд-4	**способность к анализу данных, полученных из различных источников, визуализации данных, оценке их надёжности, поиску закономерностей, использованию для принятия решений; готовность содействовать освоению этих умений обучающимися**		
	знает	**умеет**	**владеет**
	ОР-15: постановку проблемы идентификации параметров динамических систем, основные подходы к её решению	ОР-16: решать задачу определения параметров системы по наблюдаемым данным в простейших случаях	

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ОД.04 «*Стохастические динамические системы*» является обязательной дисциплиной вариативной части Блока 1 Дисциплины (модули), изучается в первом семестре.

Дисциплина «*Стохастические динамические системы*» частично опирается на курсы теории вероятностей и математической статистики образовательных программ бакалавриата, а также на дисциплины «*Методология и методы математических исследований*» (Б1.В.ОД.01, 1 семестр), «*Детерминированные динамические системы*» (Б1.В.ОД.03, 2 семестр). Основные содержательные линии дисциплины продолжаются в рамках дисциплин по выбору «Прикладной функциональный анализ»; «Теория принятия решений», «Элементы математической экономики», «Элементы математической биологии», могут быть использованы в рамках НИР «Приёмы решения исследовательских задач», а также при работе над магистерской диссертацией.

4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия						В том числе объем учебной работы с применением интерактивных форм	Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	Практические занятия, час	Самостоятельная работа, час		
	Трудоемкость							
	Зачет. ед.	Часы						
3	3	108	4	-	20	84	8	зачёт
Итого:	3	108	4	-	20	84	8 (33,3%)	

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Отбор математического содержания дисциплины из обширного материала современной теории определяется необходимостью по крайней мере первоначального знакомства магистрантов с актуальными разделами математики, с исследованиями, доступными им по постановке задач и основным подходам к их решению, а также вопросами, которые могут быть использованы при работе со школьниками профильных классов.

5.1. *Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.*

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения				
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Объём учебной работы с применением интерактивных форм
1.	**От случайных событий и случайных величин – к случайным процессам**	**2**		**4**	**18**	**2**

1.1.	Вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий.			2	6	
1.2.	Случайные величины и случайные векторы. Совместные распределения вероятностей, условные математические ожидания.			2	6	
1.3.	Основные понятия теории случайных процессов.	2			6	
2.	**Случайные блуждания: элементарная теория и аналитические методы**	**-**		**6**	**22**	
2.1.	Комбинаторный анализ случайных блужданий на оси			2	6	
2.2.	Задача о разорении и диффузионные процессы: аналитический подход			2	8	
2.3.	Случайные блуждания на плоскости и в пространстве			2	8	
3.	**Марковские процессы**		**-**	**6**	**22**	**4**
3.1.	Цепи Маркова	2	-	2	8	2
3.2.	Простейшие марковские процессы с непрерывным временем. Случай дискретного пространства состояний		-	2	8	
3.3.	Понятие о марковских процессах с непрерывным временем и континуальным пространством состояний		-	2	6	2
4.	**Стохастические дифференциальные уравнения**	**2**	-	**4**	**22**	**2**
4.1.	Непрерывный винеровский процесс. Уравнение Ито. Диффузионные процессы	2			6	1
4.2.	Дискретизация в процессе решения стохастического дифференциального уравнения	-	-	2	6	1
4.3.	Некоторые стохастические модели	-		2	10	
Итого		**4**	**-**	**20**	**84**	**8 (33,3%)**

5.2. ***Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины.***

1. **От случайных событий и случайных величин – к случайным процессам.**

1.1. **Вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий.** Аксиоматическое определение вероятности и его связь со статистическим определением. Сигма-алгебра случайных событий. Дискретные и континуальные вероятностные пространства. Произведение вероятностных пространств. Схемы равновероятных элементарных событий для дискретных и континуальных вероятностных пространств. Условная вероятность и вероятностные графы. Независимые случайные события. Формула полной вероятности, формула Байеса.

1.2. **Случайные величины и случайные векторы. Совместные распределения вероятностей, условные математические ожидания.** Скалярная случайная величина и её закон распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины, плотность распределения абсолютно непрерывной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин. Интеграл Стилтьеса и вычисление характеристик случайных величин общего вида. Случайные векторы (двумерные и многомерные случайные величины), совместные распределения вероятности и плотности вероятности, условные распределения и условные математические ожидания. Зависимость и независимость компонент случайного вектора.

1.3. **Основные понятия теории случайных процессов.** Поток сигма-алгебр. Случайные последовательности и случайные функции. Реализация случайного процесса. Совместные конечномерные распределения. Случайные процессы с независимыми

приращениями. Условное математическое ожидание. Понятие мартингала. Субмартингалы и супермартингалы. Мартингалы как модель «эффективного рынка».

Интерактивные формы: Педагогическая мастерская «Вероятностные модели».

2. Случайные блуждания: элементарная теория и аналитические методы.

2.1. **Комбинаторный анализ случайных блужданий на оси.** Одномерные случайные блуждания: основные понятия. Принцип отражения. Последние попадания и продолжительное лидирование. Перемены знака. Максимумы и первые достижения. Двойственность. Теорема о равнораспределённости. Экспериментальная проверка результатов.

2.2. **Задача о разорении и диффузионные процессы: аналитический подход**. Классическая задача о разорении игрока. Математическое ожидание продолжительности игры. Время первого достижения. Производящие функции случайных величин в задаче о разорении. Связь с процессами диффузии.

2.3. **Случайные блуждания на плоскости и в пространстве**. Возможные постановки задачи. Элементарный подход. Мыльные плёнки и случайные блуждания. Генерирование треугольника Серпинского и других фрактальных объектов при случайных блужданиях.

Интерактивные формы: Учебный диспут «Детерминированный хаос и стохастический порядок».

3. **Марковские процессы**. Марковское свойство случайного процесса.

3.1. **Цепи Маркова.** Основные понятия. Однородные цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей, вероятности перехода за несколько шагов. Классификация состояний. Предельное распределение вероятностей. Эргодические цепи Маркова. Невозвратные состояния, поглощающие состояния, периодические цепи. Алгебраическая трактовка конечных цепей Маркова (случайные блуждания с отражающими экранами). Марковские цепи как модели процессов.

3.2. **Простейшие марковские процессы с непрерывным временем. Случай дискретного пространства состояний**. Основные понятия. Потоки событий. Ординарные стационарные потоки без последействия (простейшие потоки). Плотности вероятностей перехода. Вероятности перехода за несколько шагов. Дифференциальные уравнения Колмогорова для нахождения распределения вероятностей. Пуассоновский процесс. Процессы размножения и гибели. Основные понятия и результаты теории массового обслуживания (одноканальные и многоканальные системы массового обслуживания с отказами и с очередями).

3.3. **Понятие о марковских процессах с непрерывным временем и континуальным пространством состояний**. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Вероятности перехода.

Интерактивные формы: Работа в микрогруппах.

4. **Стохастические дифференциальные уравнения**

4.1. **Непрерывный винеровский процесс. Уравнение Ито. Диффузионные процессы**. Понятие шума. Моделирование шума. Лемма Ито.

4.2. **Дискретизация в процессе решения стохастического дифференциального уравнения**. Уравнения для средних. Каноническое разложение континуального стационарного процесса.

4.3. Некоторые стохастические модели. Логарифмическое блуждание. Процесс Орнштейна-Уленбека. Брауновский мост.

Интерактивные формы: Учебная конференция «Стохастический мир».

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Общий объем самостоятельной работы магистрантов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную (84 часа) самостоятельную работу в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется преимущественно в рамках участия в интерактивных занятиях различных форм, предусмотренных программой (см. выше раздел 5.2). Внеаудиторная самостоятельная работа организуется как решение задач по различным темам курса, самостоятельное изучение отдельных разделов программы, в том числе проблем, доступных по постановке учащимся старших классов. Кроме того, предполагается разработка магистрантами примерных программ проектно-исследовательских работ старшеклассников, посвящённых проблематике случайных процессов.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине «Стохастические динамические системы»

1. Материалы научных и научно-популярных статей и книг по тематике, связанной со случайными процессами с дискретным и непрерывным временем (контроль понимания математического текста).
2. Материалы презентаций и видеолекций, посвящённых проблемам современной стохастической математики, в том теории случайных процессов, доступным по постановке учащимся старших классов. Перечень вопросов по содержанию лекций.
3. Перечень вопросов к конкретному математическому тексту (статья, фрагмент монографии, фрагмент научно-популярной книги), составленный магистрантом, углублённо изучавшим этот текст.
4. Презентации по отдельным направлениям математических исследований (по материалам статей, монографий и др., изучавшимся магистрантами, с привлечением дополнительных источников информации – «пререквизитов»); разрабатываются магистрантами в рамках подготовки к зачёту по дисциплине. Рекомендуется (но не является обязательным) представление содержания материала также в виде ментальной карты.
5. Задачи по темам «Цепи Маркова», «Марковские процессы с непрерывным временем», «Одномерные случайные блуждания», «Элементы теории массового обслуживания», составленные магистрантами (предлагаются для решения другим микрогруппам, решения проверяются магистрантами микрогруппы, предложившей задачу, и обсуждаются затем фронтально).
6. Программы мини-исследований школьников или студентов бакалавриата по темам, связанным со случайными процессами (разрабатываются магистрантами).

Перечень вопросов для (само)контроля понимания математического текста

1. К какому разделу математики относится работа? (Возможно, таких разделов несколько). Можете ли Вы назвать коды этих разделов (по классификации ГРНТИ)?
2. Выделите несколько ключевых слов, представляющих содержание работы. Дайте определения соответствующих понятий. (Если в статье уже выделены ключевые слова, проверьте, что Вы точно понимаете их смысл, приведите определения). Если работа написана на русском языке, переведите список ключевых слов на иностранный язык, который Вы изучаете. Если статья написана на иностранном языке, приведите список ключевых слов также и на русском языке.
3. Какие математические объекты (структуры, конструкции) изучаются в работе? Постарайтесь привести частные примеры таких конструкций, если они имеют абстрактный характер. Если в работе изучается частная конструкция (например, конкретное уравнение), постарайтесь найти прообраз этой конструкции, то есть восстановить одну из задач, при моделировании которых возникает эта конструкция. Если нужно, воспользуйтесь дополнительными источниками информации.
4. Сформулируйте основные задачи, которые решаются в рамках работы (или классы задач, которым посвящена работа). Известна ли Вам история этих проблем? Попытайтесь самостоятельно предложить какие-либо подходы к их решению.
5. Какие известные ранее результаты служат базой для данной работы? Приведите формулировки этих результатов. Проверьте, что Вы точно понимаете смысл формулировок. Если нужно, приведите дополнительные определения.
6. Выделите основные результаты, полученные (или приведённые) в самой работе. Укажите характер этих результатов, например: теорема, набор теорем, относящихся к известному классу объектов (свойства объектов данного класса, признаки объектов данного класса); алгоритм решения известной задачи, класса задач; …
7. Рассматриваются ли в работе переформулировки исходной задачи на языке другого раздела математики, математические объекты и конструкции принципиально иного типа, связанные с первоначальным объектом? Если да, чётко опишите связи и соответствия.
8. Выделите основные идеи, позволившие получить результаты работы. Подумайте, являются ли эти идеи принципиально новыми, либо они уже использовались в иных ситуациях (потребовалась их модификация), либо в аналогичных ситуациях (применены без модификации).
9. Подробно разберите все шаги рассуждений, приведённых в работе, и рассуждений, пропущенных в работе («легко видеть, что…»), если таковые имеются. Какие из этих шагов не тривиальны? Представьте рассуждение в развёрнутой форме.
10. Указаны ли в работе возможные направления дальнейших исследований, варианты приложений полученных результатов? Видите ли Вы такие возможности, если они не указаны? Можно ли перенести рассуждения, проведённые в работе, на аналогичные задачи, на более общий случай?

Структура контрольной работы по дисциплине
«*Стохастические динамические системы*»
(аудиторная контрольная работа)

1.1. В задаче на нахождение вероятности события (событий) явно опишите вероятностное пространство, найдите искомые вероятности, указывая, какими теоремами или схемами теории вероятностей Вы пользуетесь, ***либо*** в задаче на нахождение числовых характеристик случайной величины укажите её тип, постройте распределение вероятностей, проиллюстрируйте его графически, найдите искомые величины (математическое ожидание, дисперсию), ***либо*** в задаче на нахождение числовых характеристик равномерно распределённой двумерной случайной величины постройте её распределение и распределения каждого из компонентов случайного вектора, найдите математические ожидания и условные (при фиксированном значении одного из компонентов) математические ожидания.
1.2. Задано одномерное случайное блуждание. Проведите анализ процесса (возвратные и невозвратные состояния, ожидаемое время пребывания на данных отрезках, ожидаемое предельное поведение и т.д.) элементарными методами.
1.3. Постройте модель описанного процесса в виде цепи Маркова. Проанализируйте процесс.
1.4. Для заданной марковской цепи с непрерывным временем и дискретными состояниями найдите распределение вероятностей состояний в произвольный момент времени.

Структура контрольной работы по дисциплине
«*Стохастические динамические системы*»
(домашняя контрольная работа)

1.5. Выберите из числа предложенных статей и разделов книг по стохастическим динамическим системам одну работу для подробного изучения. Разберите содержание работы. Подготовьте реферативную статью (не более 1000 слов) по изученной работе.
1.6. Составьте список вопросов по содержанию изученной работы – тех, которые возникли у Вас при её чтении. Вопросы могут относиться к определениям понятий, использованных в работе, к формулировкам утверждений и их модификациям, к деталям рассуждений, приведённых в работе, к возможностям применения результатов.
1.7. Представьте содержание изученной работы в виде презентации для ознакомления с предметом студентов магистратуры. В презентации необходимо привести все необходимые для понимания содержания работы определения и факты, постановки задач, формулировки основных результатов, схему доказательства хотя бы одного из них.
1.8. (по желанию) Представьте содержание изученной работы и связанных с ней понятий в форме ментальной карты.

Перечень учебно-методических изданий кафедры по вопросам организации самостоятельной работы обучающихся

Фолиадова Е.В. Элементы теории динамических систем в общем и профессиональном математическом образовании: Учебное пособие для магистрантов направления подготовки «Педагогическое образование» математического профиля. – Ульяновск: УлГПУ им. И.Н. Ульянова, в печати.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Цель проведения аттестации – диагностика сформированности запланированных образовательных результатов. Для проверки освоения программы дисциплины «Стохастические динамические системы» используются технологии формирующего оценивания (текущая аттестация) и суммативного оценивания (промежуточная аттестация в форме экзамена, завершающая изучение дисциплины).

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Компе-тенция	Этапы формирования компетенций	Показатели формирования компетенции – образовательные результаты (ОР)		
ОК-3	**способность к самостоятельному освоению и использованию новых методов исследования, к освоению новых сфер профессиональной деятельности**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-1: историю и особенности методов стохастической математики		
	Модельный (уметь)		ОР-2: самостоятельно осваивать теоретический материал и алгоритмы решения задач стохастической математики	
	Практический (владеть)			ОР-3: навыками использования компьютерных инструментов реализации стохастического эксперимента
ПК-3	**способность руководить исследовательской работой обучающихся**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-4: типичные задачи теории случайных процессов, возможности их представления на различных уровнях общего образования		
	Модельный (уметь)		ОР-5: выделять логику исследования проблемы, определять возможную целевую аудиторию для работы с ней	
	Практический (владеть)			ОР-6: строить содержательные программы исследовательской деятельности обучающихся по конкретным проблемам

ПК-5	**способность анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-7: теоретические основы современных методов теории случайных процессов		
	Модельный (уметь)		ОР-8: выделять и осваивать алгоритмы решения задач описания случайных процессов, их идентификации, управления случайными процессами	
	Практический (владеть)			ОР-9: навыками построения типовых стохастических моделей процессов различной природы
ПК-20	**готовность к использованию современных информационно-коммуникационных технологий и средств массовой информации для решения культурно-просветительских задач**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-10: принципиальные возможности компьютерных методов исследования стохастических моделей		
	Модельный (уметь)		ОР-11: адаптировать информацию о методах исследования стохастических моделей, используя результаты компьютерных исследований	
	Практический (владеть)			
ПКд-3	**готовность строить математические модели объектов и процессов из различных предметных областей; строить модели-интерпретации математических структур; применять модели при сценировании образовательных ситуаций**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-12: особенности и области применения стохастических моделей		
	Модельный (уметь)		ОР-13: строить модели эволюционирующих систем, подверженных случайным воздействиям	
	Практический (владеть)			ОР-14: навыками интерпретации абстрактных результатов теории случайных процессов на языке реальных систем, использования таких интерпретаций в самообучении и преподавании

ПКд-4	**способность к анализу данных, полученных из различных источников, визуализации данных, оценке их надёжности, поиску закономерностей, использованию для принятия решений; готовность содействовать освоению этих умений обучающимися**			
		знает	**умеет**	**владеет**
	Теоретический (знать)	ОР-15: постановку проблемы идентификации параметров динамических систем, основные подходы к её решению		
	Модельный (уметь)		ОР-16: решать задачу определения параметров системы по наблюдаемым данным в простейших случаях	
	Практический (владеть)			

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

№ п/п	Разделы (темы) дисциплины	Средства оценивания, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Показатели формирования компетенции (образовательные результаты)															
			ОР-1	ОР-2	ОР-3	ОР-4	ОР-5	ОР-6	ОР-7	ОР-8	ОР-9	ОР-10	ОР-11	ОР-12	ОР-13	ОР-14	ОР-15	ОР-16
			ОК-3			ПК-3			ПК-15			ПК-20		ПКд-3			ПКд-4	
1.	От случайных событий и случайных величин – к случайным процессам	ОС-1 Педагогическая мастерская	+	+		+				+	+	+	+	+		+		
2.	Случайные блуждания: элементарная теория и аналитические методы	ОС-2 Диспут «Детер-минированный хаос и случайный порядок»		+	+			+	+				+	+	+		+	
3.	Марковские процессы	ОС-3 Работа в микрогруппах			+				+			+	+	+	+		+	
4.	Стохастические дифференциальные уравнения	ОС-4 Учебная конференция «Стохастический мир»																
5.	Контрольное задание	ОС-5_1: Аудиторная контрольная работа																
		ОС-5_2: Домашняя контрольная работа	+	+	+							+	+			+	+	
	Промежуточная аттестация (зачёт)																	

Средствами текущего оценивания являются: выступление с докладом, участие в работе микрогруппы, в коллективном исследовании (педагогическая мастерская), разработка системы задач по теме. Контроль формирования компетенций ведется регулярно в течение всего семестра на практических занятиях.

Критерии оценивания для ОС-1: *Педагогическая мастерская*		
Критерий оценивания	Этап формирования компетенции	Максимальное количество баллов
Работа в позиции учащегося	Теоретический, модельный	6 баллов
Работа в позиции учителя	практический	7 баллов
Всего (одно практическое занятие)		13 баллов
Критерии оценивания для ОС-2: *Участие в диспуте «Детерминированный хаос и случайный порядок»*		
Критерий оценивания	Этап формирования компетенции	Максимальное количество баллов
Содержательность выступления	теоретический	7 баллов
Самостоятельность, выраженная личная позиция		6 баллов
Всего (одно практическое занятие)		13 баллов
Критерии оценивания для ОС-3: *Работа в микрогруппах*		
Критерий оценивания	Этап формирования компетенции	Максимальное количество баллов
Подготовка материалов, вопросов по содержанию статьи (самостоятельная работа до занятия)	теоретический	3 балла
Участие в поиске ответов на вопросы	модельный, практический	5 баллов
Представление решения другим группам		5 баллов
Всего (одно практическое занятие)		13 баллов
Критерии оценивания для ОС-4: *Учебная конференция «Стохастический мир»*		
Критерий оценивания	Этап формирования компетенции	Максимальное количество баллов
Задание 1: Реферирование математической статьи	Теоретический, модельный	3 балла
Задание		4 балла
Участие в формулировании выводов		3 балла
Участие в представлении и обсуждении результатов исследования		3 балла
Всего (одно практическое занятие)		13 баллов
Критерии оценивания для ОС-5_1: *Аудиторная контрольная работа*		
Задание №1 (комбинаторный граф))	Теоретический, модельный	5 баллов
Задание №2 (комбинаторный анализ случайного блуждания)		5 баллов
Задание №3 (дискретная марковская цепь)		5 баллов
Задание №4 (марковская цепь с непрерывным временем)		5 баллов
Всего		**20 баллов**
Критерии оценивания для ОС-5_2: *Домашняя контрольная работа*		
Критерий оценивания	Этап формирования компетенции	Максимальное количество баллов
Задаине 1 — Полнота представления содержания статьи	Теоретический, модельный	10 баллов
Задаине 1 — Ключевые слова, перевод		5 баллов
Задаине 1 — Итого: реферирование математической статьи		**15 баллов**

Задание 2	Список вопросов по содержанию статьи	Модельный	15 баллов
	Итого		**15 баллов**
Задание 3	Полнота и корректность представления материала (необходимые предварительные сведения)	Теоретический, модельный	5 баллов
	Выделение структуры рассуждений		5 баллов
	Доступность презентации для восприятия		5 баллов
	Итого: презентация по материалам математической статьи		**15 баллов**
Задание 4	Структурирование материала статьи либо разработка системы задач	Модельный, практический	15 баллов
	Итого: разработка ментальной карты по материалам статьи либо разработка системы задач		**15 баллов**
Всего			**60 баллов**

Промежуточная аттестация (зачёт) проводится в форме защиты программы исследовательской деятельности по одной из тем программы зачёта (для выбранной магистрантом целевой аудитории). Оценивается уровень владения материалом, умение выделять основное математическое содержание при освоении раздела, ставить вопросы и находить ответы на них, проектировать исследовательскую деятельность.

7.3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень вопросов для контроля понимания математического текста см. в разделе 6.

Программа зачёта по дисциплине
«*Стохастические динамические системы*»

1. Комбинаторный и алгебраический подходы в анализе одномерных случайных блужданий.
2. Примеры случайных блужданий на плоскости.
3. Задача о разорении как модель процессов различной природы.
4. Задача о разорении и диффузионные процессы.
5. Стохастический эксперимент в задачах о случайных блужданиях.
6. Винеровский случайный процесс.
7. Процессы размножения и гибели.
8. Задача о разборчивой невесте.
9. Марковские цепи как модель процессов различной природы.
10. Марковские процессы с непрерывным временем и дифференциальные уравнения.
11. Одноканальная и многоканальные системы массового обслуживания с отказами.
12. Одноканальная и многоканальные системы массового обслуживания с очередью.
13. Стохастические дифференциальные уравнения.
14. Логарифмическое блуждание.
15. Процесс Орнштейна-Уленбека.
16. Брауновский мост.

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции.

Краткая характеристика процедур реализации текущего и промежуточного контроля для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1.	ОС-1 Педагогическая мастерская	В групповом исследовании решается задача и конструируется фрагмент занятия, предполагающего освоение методов решения соответствующих задач	Описание задания
2.	ОС-2 Участие в диспуте *Участие в диспуте «Детерминированный хаос и случайный порядок»*	В ходе интерактивного занятия организуется коллективный просмотр видеолекции. Обсуждение возникающих вопросов проводится в процессе простмотра	Примерный перечень вопросов для обсуждения
3.	ОС-3 Работа в микрогруппах	В ходе занятия оценивается умение применять знания по абстрактным разделам математики к решению конкретных проблем, уточняя при этом постановку задачи, формируя план исследования и реализуя его	Примерная тематика заданий (уточняется в зависимости от направлений самостоятельных исследований магистрантов)
4.	ОС-4. Учебная конференция «Стохастический мир»	Магистранты во внеаудиторное время осуществляют поиск материала по приложениям математики в предписанной предметной области	Примерная тематика выступлений
5.	ОС-5_1 Аудиторная контрольная работа	Контрольная работа содержит типовые задания, выполняется на занятии, возможно завершение решения задач во внеаудиторное время	Примерное содержание заданий
6.	ОС-5_2 Домашняя контрольная работа	Контрольная работа выполняется магистрантами во внеаудиторное время	Примерное содержание заданий
7.	Зачёт	Проводится согласно графику учебного процесса устно, в форме защиты программ исследовательской деятельности	Программа зачётаа

ФОРМИРОВАНИЕ БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ ОЦЕНКИ РАБОТЫ МАГИСТРАНТА

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов
1.	Посещение лекционных занятий	2
2.	Посещение практических занятий	20
3.	Работа на занятиях:	130
4.	Контрольные работы	80
6.	Зачёт	68
Итого:	3 зачетные единицы	300

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ на лекциях и практических занятиях

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов (за одно занятие)
1.	Посещение лекции	**1**
2.	Посещение практического занятия	**2**
3.	Работа на практическом занятии:	**13**
4.	Контрольная работа 1: **всего** задание 1 задание 2 задание 3 задание 4	**20** 5 5 5 5
5.	Контрольная работа 2: **всего** задание 1 задание 2 задание 3 задание 4	**60** 15 15 15 15

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ на зачёте

№ п/п	Вид деятельности	Максимальное количество баллов
Защита программы исследовательской деятельности школьника или студента		
1.	Краткое изложение рассматриваемого круга вопросов	15
2.	Выделение дидактической ценности предлагаемых для изучения проблем	10
3.	Проектирование возможных стратегий исследования	15
4.	Ответы на уточняющие или дополнительные вопросы	10
Всего		**50**
Участие в обсуждении программ		**18**
Итого		**68**

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

По итогам освоения дисциплины «Стохастические динамические системы», которая изучается в 3 семестре и трудоёмкость которой составляет 3 ЗЕ, обучающийся набирает определённое количество баллов, которое соответствует результату «зачтено» или «не зачтено» согласно следующей таблице:

Итоговое количество баллов	Итоговая отметка
0-90	не зачтено
91-300	зачтено

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература

1. Булинский, А. В. Теория случайных процессов. - Москва : Издательство физико-математической литературы, 2005. - 400 с. URL: http://znanium.com/go.php?id=544606.
2. Кацман, Ю. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учебник / Ю. Кацман. - Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2013. - 131 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442107
3. Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах / М.Я. Кельберт; Ю.М. Сухов. - . Т. 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. Москва : МЦНМО, 2010. - 560 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63156.
4. Маталыцкий, М. А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы. - Минск : Издательство "Вышэйшая школа", 2012. - 720 с. URL: http://znanium.com/go.php?id=508401
5. Ширяев, А. Н. Вероятность [Текст] : [в 2 кн.]. [Кн.] 2 : Суммы и последовательности случайных величин - стационарные, мартингалы, марковские цепи. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Издательство МЦНМО, 2004. –927 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63257.

Дополнительная литература

1. Ананьевский, С. М. Теория вероятностей с примерами и задачами : учебное пособие / С.М. Ананьевский; В.Б. Невзоров. - Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2013. - 237 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457925
2. Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения [Текст] . - Москва : Наука, 1991. - 383 с. (Библиотека УлГПУ)
3. Ивановский, Р. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad [Текст] : учеб. пособие для техн. вузов. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 528 с. (Библиотека УлГПУ)
4. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В.А. Колемаев; В.Н. Калинина. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 352 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721
5. Ширяев, А. Н. Задачи по теории вероятностей : учебное пособие / А.Н. Ширяев. - Москва : МЦНМО, 2006. – 416 с. -.URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62138

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

- Сайт Московского центра непрерывного математического образования. Режим доступа: https://www.mccme.ru .
- Математические этюды [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.etudes.ru .
- «Математическая составляющая» [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://book.etudes.ru .
- Общероссийский математический портал [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.mathnet.ru .

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

№	Название ЭБС	№, дата договора	Срок использования	Количество пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор № 2304 от 19.05.2017	с 31.05.2017 по 31.05.2018	6 000
2	ЭБС Университетская библиотека онлайн»	Договор № 1010 от 26.07.2016 Договор № 1966 от 13.11.2017	с 22.08.2016 по 21.11.2017 с 22.11.2017 по 21.11.2018	6 000 8 000
3	ЭБС elibrary	Договор № 223 от 09.03.2017	С 09.03.2017 до 09.03.2018	100%

10. Методические указания по освоению дисциплины

В рамках курса подготовки магистров «*Стохастические динамические системы*» предполагается первоначальное знакомство с некоторыми направлениями развития современной «стохастической» математики, без требований исчерпывающей полноты такого знакомства. На лекциях предполагается краткое изложение логики развития теории вероятностей в её взаимосвязях с другими разделами математики, выделение сквозных идей дисциплины, демонстрация ее связей с приложениями. При этом акцент должен быть сделан именно на методологических особенностях и важнейших методах получения результатов в теории случайных процессов – как общих с теорией детерминированных динамических систем, так и специфических. Могут быть указаны несколько проблем, ключевых для становления теории случайных процессов либо актуальных для приложений, самостоятельное рассмотрение которых предлагается студентам. Проблемы желательно подбирать так, чтобы их решение демонстрировало пользу переформулировки исходной задачи и типичные элементы дальнейшего исследования. С другой стороны, эти проблемы должны быть связаны с интересами конкретного магистранта. Самостоятельное изучение предложенных проблем студентами предполагает чтение не только учебной, но и аутентичной математической литературы – прежде всего научно-популярных книг, адресованных школьникам и студентам младших курсов вузов, но также и оригинальных статей, обзоров по указанной тематике, монографий. Отчет по какой-либо из изученных работ (конспект-презентация с необходимыми пояснениями и подробным разбором доказательств) является одним из контрольных заданий по дисциплине. Затем обсуждение этих проблем с акцентом на ключевых идеях и методах их решения может быть проведено на практическом (семинарском) занятии в форме коллективного исследования; итогом такого исследования должно быть выделение некоторых общих приемов работы с проблемой из области теории стохастических динамических систем (педагогическая мастерская).

На практических занятиях по каждому разделу программы предполагается активная работа студентов с теоретическим материалом, как известным им из математических курсов бакалавриата (цель в этом случае – систематизация материала и поиск перспективных методических приёмов его изложения школьникам или студентам), так и новым. Как

преподавателю, так и студентам во время их сообщений рекомендуется применять проблемный стиль изложения материала, ставить вопросы перед аудиторией, в том числе для последующего обдумывания, предусматривать время для ответа на вопросы слушателей. Еще одной сверхзадачей всего цикла занятий по дисциплине «*Стохастические динамические системы*» является демонстрация фрагментов методики, направленной на формирование культуры осмысленного учения и начальных исследовательских навыков в области математики.

Контрольное задание по дисциплине «*Стохастические динамические системы*» состоит из двух частей, одна из которых выполняется во внеаудиторное время. Формой рубежного контроля по дисциплине является зачет, который предлагается проводить в форме открытой защиты магистрантом примерной программы исследовательской деятельности школьника (студента бакалавриата) по одной из задач теории стохастических динамических систем. Оценивается уровень владения материалом, готовность оценивать дидактическую и познавательную ценность конкретных фрагментов теории и задач, навыки проектирования исследовательской деятельности.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

При организации образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- анализ образовательных медиа-ресурсов;
- совместная работа над коллективными документами в облачном хранилище;
- применение инструментов создания презентаций.

Лицензионные программы

- Архиватор 7-Zip, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия.
- Операционная система Windows 7, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия.
- Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия.
- Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.
- Браузер Google Chrome, открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано;
- Динамическая геометрическая среда GeoGebra (3D), открытое программное обеспечение, бесплатная лицензия, пролонгировано.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
Аудитория № 105, главный корпус. Аудитория для лекционных занятий	Посадочные места - 100 Мультимедийный комплекс для аудитории в составе: Компьютер, проектор, акустическая система, интерактивный проектор. Ин. №BA0000005238. Комплект аудиторной мебели – 1 шт. Стол преподавателя – 1 шт. Витрина – 3 шт. Трибуна – 1 шт. Тумба стекляная – 1 шт. Сплит-система – 1 шт. Жалюзи – 3 шт. Доска магнитно-маркерная – 1 шт. Доска учебная одностворчатая – 1 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 7 Pro, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор 0368100013813000025-0003977-01 от 17.06.2013 г., действующая лицензия. * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано.
Аудитория № 417, главный корпус. Аудитория для лекционных занятий	Посадочные места – 50 Преподавательский стол – 1 шт. Столы ученические двуместные – 14шт. Столы ученические трехместные – 8 шт. Тумба под компьютер – 1шт. Встроенные шкафы – 2 шт. Стулья – 50 шт. Мультимедийный класс в составе: интерактивная система SMART Boaro SB 685. Ноутбук HP Pavilion g6-2364. Ин. номер BA0000005863. Доска – 1 шт. Жалюзи – 3 шт.	* Архиватор 7-Zip, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Антивирус ESET Endpoint Antivirus for Windows, лицензия EAV-0120085134, контракт №260916-ЛД от 12.12.2016 г., действующая лицензия. * Операционная система Windows 8 Pro, договор №0368100013813000032-0003977-01 от 09.07.2013 г., действующая лицензия. * Офисный пакет программ Office Standard 2013 RUS OLP NL Acdmc, договор №0368100013813000032-0003977-01 от 09.07.2013 г., действующая лицензия * Программа для просмотра файлов формата DjVu WinDjView, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Программа для просмотра файлов формата PDF Adobe Reader XI, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано. * Браузер Google Chrome, открытое ПО, бесплатная лицензия, пролонгировано.