Министерство просвещения Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова» (ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор/по учебно-методической

работе 1,

С.Н. Титов

«25» жили 2021 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля

основной профессиональной образовательной программы высшего образования
– программы бакалавриата по направлению подготовки
для направления подготовки

для направления подготовки

<u>44.03.01 Педагогическое образование</u>

направленность (профиль) образовательной программы

Информатика

(заочная форма обучения)

Составители:

Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент кафедры высшей математики Фолиадова Е.В., к.ф.-м.н, доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физикоматематического и технологического образования, протокол от «21» июня 2021 г. № 7

Ульяновск, 2021

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальное и интегральное исчисления» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметнометодического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования — программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Информатика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих среднего профессионального образования. Изучение взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору (углубленное изучение отдельных тем и вопросов). Курс математического анализа предшествующим «Численные является для дисциплин: «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексной переменной», «Теория вероятностей и математическая статистика»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии).

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Производственная (педагогическая) Преподавательская, Учебная (технологическая) Предметный практикум решения задач по математике.

1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Дифференциальное и интегральное исчисления» — освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов.

Задачи дисциплины связаны формированием общекультурных c И профессиональных компетенций включают формирование логической И И алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Дифференциальное и интегральное исчисления» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и	Образовательные результаты дисциплины			
индикаторы ее	(этапь	і формирования дисцип	ілины)	
достижения в	знает	умеет	владеет	
дисциплине				
ПК-12 - Способен				
выделять				
структурные				
элементы, входящие				
в систему познания				
предметной области				
(в соответствии с				
профилем и уровнем				
обучения),				

анализировать их в			
-			
единстве			
содержания, формы			
и выполняемых			
функций.			
ПК-12.1. Знает	OP-1.	OP-2	
формулировки	Основные понятия		
определений,		Решать задачи по	
содержательное	дисциплины,	дисциплине,	
значение терминов и	определения,	проводить	
понятий предметной	содержательное	доказательства,	
области, правила и	значение терминов и	классифицировать и	
алгоритмы	их взаимосвязь,	систематизировать	
оперирования с	алгоритмы	основные изучаемые	
объектами	доказательств и	объекты, строить	
предметной области,	решения задач	логически верные	
понимает		рассуждения	
взаимосвязь между			
структурными			
элементами; имеет			
представление о			
функциях и			
практическом			
применении			
изучаемых объектов.			
ПК-12.2. Умеет			
выделять и			
анализировать			
структурные			
элементы, входящие			
в систему познания			
предметной области;			
определять			
логическую			
взаимосвязь между			
компонентами			
предметной области;			
строить логически			
верные и			
обоснованные			
рассуждения; решать			
задачи предметной			
области.			
ПК-12.3. Владеет			
профессиональной			
терминологией и			
основами			
профессиональной			
речевой культуры;			
методами			
доказательных			

рассуждений; методами анализа изучаемых объектов, методами систематизации и структурирования знаний в предметной области, основами моделирования в предметной области. ПК-14. Способен устанавливать содержательные, методологические и мировозгреннеские			
мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями ИПК-14.1. Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей ИПК-14.2. Умеет определять роль	OP-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях	OP-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине	
полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.			

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с

преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

обучающихся

98			Учебн	іые заняти	RI		й
Номер семестра		Всего Всего Наси ий, нас Наси Изсыние наси				Самостоятельная работа, час	Форма итоговой аттестации
H	Зачет. ед.	Часы	Лек зан:	Праз	Самос	Ф	
1	3	108	4	-	10	85	экзамен 9
2	3	108	4	-	10	85	экзамен 9
Итого:	14	216	8	-	20	170	18

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и

видов учебных занятий

	в ученных зиплиши				
		Количество часов по формам организации обучения			
№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
	1-й семестр (3 ЗЕ)	I		
1.	Введение в математический анализ. Множество действительных чисел. Предел последовательности. Предел и непрерывность функций	2		5	40
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Основные понятия и теоремы. Приложения производной к исследованию функций	2		5	45
Итог	го за 1-й семестр	4	-	10	85
	2 семестр (3 ЗЕ)				
3.	Интегральное исчисление функций одной переменной. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Приложения интегрального исчисления	2		6	25
4.	Элементы теории рядов. Числовые ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды.			2	20
5.	Элементы дифференциального исчисления	1		1	20

	функций нескольких переменных. Основные				
	понятия и теоремы. Экстремумы функций				
	нескольких переменных				
6.	Элементы интегрального исчисления функций нескольких переменных. Кратные интегралы	1		1	20
Ито	го за 2-й семестр	4	-	10	85
Bcei	70	8		20	170

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины 1-й семестр

Раздел 1. Введение в анализ.

Множество действительных чисел. Свойства совокупности вещественных чисел (упорядоченность, свойства операции сложения, свойства операции умножения, связь операций сложения и умножения, свойство Архимеда, свойство непрерывности). Аксиоматическое определение множества вещественных чисел. Числовые множества: N, Z, Q. Недостаточность множества рациональных чисел для решения измерительных задач. Определение вещественного числа как бесконечной десятичной дроби. Модуль действительного числа, его свойства. Расширенная область действительных чисел. Числовые промежутки. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества. Теорема о существовании конечных граней у ограниченного множества. Теорема о единственности верхней/нижней грани множества.

Интерактивная форма: Эвристическая беседа «Развитие понятия числа».

Предел числовой последовательности. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Способы задания последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Определение предела числовой последовательности. Теорема о единственности предела последовательности.

Действия с последовательностями (сложение, вычитание, умножение, деление, умножение на число). Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности. Взаимосвязь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Лемма о представлении последовательности в виде суммы её бесконечно малой последовательности. Свойства предела пределов последовательностей, c арифметическими операциями связанные над последовательностями. Неопределенные выражения. Теоремы о предельном переходе в равенстве и неравенстве, теорема о сжатой переменной. Свойства последовательностей (монотонность, ограниченность). Ограниченность как необходимое условие предела последовательности. Теоремы 0 пределе монотонных последовательностей. Лемма Бернулли. Число е. Подпоследовательность. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности и принцип Больцано-Вейерштрасса. Условие Коши для последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

Интерактивная форма: работа в парах «Вычисление пределов».

Предел и непрерывность функции. Определение предела функции в точке на языке последовательностей. Односторонние пределы функции в точке на языке последовательностей. Определение предела функции в точке на языке « $\varepsilon - \delta$ ». Односторонние пределы функции в точке на языке « $\varepsilon - \delta$ ». Теорема об эквивалентности определений предела функции в точке на языке последовательностей и на языке « $\varepsilon - \delta$ ». Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке. Свойства пределов функций (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного). Правило замены переменной для пределов функций (предел сложной функции, предел обратной функции). Предел функции на бесконечности. Условие Коши для функции. Критерий Коши существования конечного предела функции.

Предел монотонных функций. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций (сумма, разность, произведение бесконечно малых функций; произведение бесконечно малой и ограниченной функций). Бесконечный предел функции в точке. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций.

Точки непрерывности и точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Односторонняя непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных в точке (непрерывность суммы, произведения, частного, композиции непрерывных функций). Непрерывность функции на промежутке. Свойства функций, непрерывных на промежутке. Теоремы Больцано — Коши (об обращении функции в нуль, о промежуточном значении функции непрерывной на отрезке). Теорема о существовании обратной функции для функции, непрерывной на промежутке. Теоремы Вейерштрасса (об ограниченности функции непрерывной на отрезке, о наибольшем и наименьшем значении функции непрерывной на отрезке, о элементарных функций.

Интерактивная форма: работа в парах «Исследование функций на непрерывность».

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Основные понятия и теоремы. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Вычисление производных основных элементарных функций (константа, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические). Производная обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Производная неявной функции. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически. Таблица производных элементарных функций.

Формула для приращения функции. Правила вычисления Производная сложной функции. Дифференцируемая функция, и ее дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Непрерывность как необходимое условие дифференцируемости функции. Геометрический дифференциала. Основные формулы и правила дифференцирования. Инвариантность дифференциала. Дифференциал как источник приближенных Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков.

Теорема Ферма. Теоремы о средних значениях: теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции с дополнительным членом в форме Пеано, в форме Лагранжа. Формула Маклорена для основных элементарных функций.

Приложения производной к вычислению пределов и исследованию функций. Правила Лопиталя. Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции. Критерий нестрогой монотонности функции. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Критерии выпуклости и вогнутости кривой. Точка перегиба графика функции. Необходимое условие, достаточные условия точки перегиба кривой. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке (на интервале, на неограниченном промежутке). Применение производной при решении экстремальных задач.

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения производной».

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Неопределенный интеграл. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Приемы нахождения интеграла (непосредственное интегрирование, линейность неопределенного интеграла, подведение под знак дифференциала, метод подстановки, интегрирование по частям).

Интегрирование простейших дробей. Интегрирование рациональных функций.

Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла (задача о площади криволинейной трапеции, задача о массе стержня, задача о пройденном пути). Определенный интеграл как предел интегральной суммы (суммы Римана). Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность относительно промежутка интегрирования, монотонность относительно подынтегральной функции и ее следствия; теорема о среднем). Интеграл по ориентируемому промежутку и его свойства. Определенный интеграл как функция предела. Вычисление определенных интегралов (основная интегрального исчисления, метод замены переменной, интегрирование по частям).

Интерактивная форма: работа в парах «Вычисление интегралов».

Несобственные интегралы. Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Геометрический смысл несобственного интеграла первого рода. Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственного интеграла второго рода. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Условно и абсолютно сходящиеся несобственные интегралы. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов.

Приложения интегрального исчисления. Вычисление площадей плоских фигур. Площадь фигуры в декартовых координатах. Случай параметрического задания кривой. Площадь сектора в полярных координатах. Длина дуги в декартовых координатах. Длина дуги в полярных координатах. Дифференциал дуги. Площадь поверхности вращения. Объем тела вращения. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских кривых. Статические моменты, моменты инерции, координаты центра тяжести плоских фигур. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.

Интерактивная форма: кейс-задания «Приложения определенного интеграла». **Раздел 4. Ряды.**

Числовые ряды. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический и геометрический ряды. Основные теоремы о сходимости рядов. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Достаточное условие расходимости числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости рядов с положительными членами (первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак). Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости функционального ряда. Сумма ряда. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенных рядов.

Непрерывность суммы степенного ряда. Действия над степенными рядами. Единственность разложения функции в степенной ряд.

Ряд Тейлора. Необходимое и достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов к приближенным вычислениям.

Интерактивная форма: работа в парах «Разложение функций в степенной ряд. Промежутки сходимости степенных рядов»

Раздел 5. Элементы дифференциального исчисления функций нескольких переменных.

Основный понятия и теоремы. Определение функции двух переменных. Область определения, множество значений, график, линии уровня. Функции трёх переменных, функции п переменных. Поверхности уровня. Предел последовательности точек плоскости. Ограниченные множества точек плоскости. Теорема Больцано - Вейерштрасса. Определение предела функции двух переменных на языке последовательностей и на языке окрестностей. Определение непрерывности функции двух переменных на языке последовательностей и на языке окрестностей. Действия с непрерывными функциями. Теорема Коши (о промежуточных значениях непрерывной функции). Теоремы Вейерштрасса (об ограниченности функции и о достижении функцией своего наибольшего и наименьшего значения).

Частные приращения и частные производные функции. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Полное приращение функции. Условие полного приращения функции через eë частные Дифференцируемая функция и ее полный дифференциал. Производные сложных функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал как источник приближенных формул. Частные производные высших порядков. Условие равенства смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Нарушение инвариантности дифференциалов высших порядков. Неявные функции дифференцирование. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.

Экстремумы функций нескольких переменных. Точки экстремума функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Условный экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в области. Касательная к плоской кривой. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Интерактивная форма: кейс-задание «Экстремумы функций нескольких переменных».

Раздел 6. Элементы интегрального исчисления функций нескольких переменных. Кратные интегралы.

Кратные интегралы. Двойной интеграл в прямоугольных координатах. Определение двойного интеграла как предела интегральной суммы. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл в прямоугольных координатах. Определение тройного интеграла как предела интегральной суммы. Вычисление тройного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объёма цилиндрического тела. Вычисление площади поверхности. Вычисление массы плоской пластины. Вычисление координат центра тяжести плоской пластины. Вычисление объёма тела. Вычисление массы тела. Вычисление координат центра тяжести тела.

Интерактивная форма: задания в парах «Вычисление двойных и тройных интегралов».

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение домашних контрольных работ;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Самостоятельная работа.

1. Известно, что
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \frac{\pi}{2}$$
. Найти $\lim_{x \to x_0} \frac{2\sin f(x) + \cos f(x)}{2f(x) + 1}$.

1) $\frac{2}{\pi + 1}$; 2) 0; 3) 1; 4) ∞ ; 5) не существует.

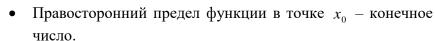
2. Найти $\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(2x + \sqrt{x}\right)^2 \left(1 - 5x^2\right)^3}{\left(3x^2 + 2x\right)^4}$.

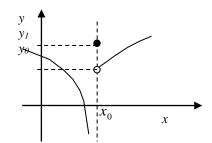
1)
$$-\frac{500}{81}$$
; 2) 0; 3) ∞ ; 4) $\frac{5}{4}$; 5) 1.

3. Найти $\lim_{x\to 0} \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt[5]{x^2}}{+x-\sqrt{2-x}}.$			
1) 0;	2) ∞;	3) 1;	4) $\frac{1}{2}$; 5) He cy	ществует.
4.Найти $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{4}{3}} \left(\frac{1}{x}\right)$	$\sqrt[3]{x^2+2}-\sqrt[3]{x^2-3}$).		_	
1) 0;	2) ∞;	3) $\frac{5}{3}$; 4) не существует;	5) 5.
5. Найти $\lim_{x\to 0} \frac{7^{3x}}{arc}$	$\frac{-5^{-2x}}{csin4x}.$			
1) ∞;	2) 0;	3) 2;	4) $\frac{1}{4} ln 8575$; 5) He of	существует.
6.Найти $\lim_{x\to 1} \frac{con}{\ln(3)}$	$\frac{s\frac{\pi x}{2}}{3-2x}.$			
1) 0;		3) ∞;	4) не существует;	5) 1.
7.Найти $\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{3}{13}\right)$	$\left(\frac{3x+1}{3x-1}\right)^{2x+3}.$			
1) $\frac{3}{13}$;	2) −∞;	3) 1;	4) 0;	$5) + \infty$.
8.Найти $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x}{5x}\right)$	$\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{-3x^2}$.			
1) $e^{-\frac{6}{5}}$;	2) 1;	3) 0;	4) ∞;	$5) 5^{-3};$
9.Определить п	орядок роста фун	кции $f(x) = \frac{3x^2}{}$	$\frac{\sqrt{x} + 2x + 1}{2\sqrt[3]{x} + 2}$ othocute	ельно $g(x) = x$ при
<u> </u>	2) ∞;	U	4) 0;	5) 1.
10. Найти $2a + b$	p , если $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2 - 2}{x - 1} \right)$	$\left(\frac{2x}{a} - ax + b\right) = 3$.		
1) 0;	2) 4;	3) 2;	4) 6;	5) -4.
11.Найдите $\lim_{x\to -\infty}$	$\int_{\infty} f(x) , \lim_{x \to +\infty} f(x) , \text{ ex}$	ели $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.		
	2) $0; +\infty;$	-	4) $+\infty$; 0;	$5) -\infty$; $+\infty$.

12.Верны ли приведенные ниже утверждения? (Ответ «да» – знак «+», ответ «нет» – знак «-»).

Левосторонний предел функции в точке x_0 – конечное





- x_0 –точка разрыва первого рода.
- x_0 –точка разрыва второго рода.
- Значение функции в точке x_0 совпадает со значением левостороннего или правостороннего предела.

Выбрать набор верных ответов.

$$1)-++--;$$
 $2)---+-;$ $3)+--+-;$ $4)-+-++;$ $5)-+-+-.$

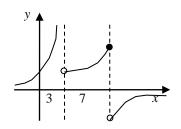
13. Найти левосторонний и правосторонний пределы функции в точке x_0 .

$$f(x) = arctg \frac{1}{x-3}, \qquad x_0 = 3.$$

$$f(x) = arctg \frac{1}{x-3}, x_0 = 3.$$

$$1) -\infty; +\infty; 2) 0; +\infty; 3) 0; \pi; 4) -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; 5) +\infty; -\infty.$$

14. Найти 5a-4b, где a- точка разрыва первого рода, bточка разрыва второго рода функции, заданной графически.



15.Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \le 1; \\ 2 - x & \text{при } 1 < x < 2; \\ 1 & \text{при } x \ge 2. \end{cases}$$

16. Определить функцию y = f(x) в точке x_0 , чтобы она стала в этой точке непрерывной.

$$f(x_0) = ?$$
 $f(x) = \frac{e^{5x} - 1}{x}$, $x_0 = 0$.

17. Найти скачок функции $f(x) = \frac{x-2}{|x-2|}x^2$ в точке разрыва.

18. Найдите точку или точки разрыва. Если точка разрыва первого рода, то её абсциссу умножить на 1; если второго рода, то на 2; если точек разрыва несколько – полученные, как описано выше, числа сложить.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x < 3; \\ \frac{1}{x - 6} & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

19.Схематически изобразить график функции, удовлетворяющий условиям: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$,

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty, \ \lim_{x \to 2-0} f(x) = -\infty, \ \lim_{x \to 2+0} f(x) = 4.$$

20. Доказать непрерывность функции $f(x) = x^2$ в каждой точке x_0 области определения.

ОС-2. Примерный перечень тем рефератов.

1. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.

- 2. Действительные числа как сечения множества рациональных чисел.
- 3. Действительные числа как классы эквивалентных фундаментальных последовательностей.
- 4. Полнота пространства действительных чисел и ее следствия в математическом анализе.
- 5. Компактность отрезков пространства действительных чисел и ее следствия в математическом анализе.
- 6. Аксиома Архимеда и ее следствия в математическом анализе.
- 7. Неархимедовы расширения поля рациональных чисел. Множество гипердействительных чисел и его свойства.
- 8. Определения пределов последовательностей и функций в нестандартном анализе.
- 9. Определения непрерывности и равномерной непрерывности функций в нестандартном анализе.
- 10. Определения производной и дифференциала в нестандартном анализе.
- 11. Показательная функция и геометрическая прогрессия как модели реальных процессов.
- 12. Логарифмическая функция как модель реальных процессов.
- 13. Степенные зависимости и их свойства.
- 14. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов.
- 15. История тригонометрических функций.
- Асимптоты кривой и асимптотическое поведение функций. 16.
- 17. Применение асимптотических разложений к решению уравнений.
- 18. Понятие эластичности функции и его приложения в экономике.
- 19. Применение формулы Тейлора к исследованию поведения функций.
- 20. Основы теории катастроф: случай функций одной переменной.

ОС-3. Контрольная работа.

1)
$$\frac{0.1}{4\sqrt[9]{x^7}} - \frac{x^6}{0/2}$$
; 2) $(\frac{2}{\sqrt[5]{x}} + 1)(x+6)$; 3) $\frac{2}{\sqrt[3]{(3x^2-7)^4}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt[3]{\cos^2 x}}$; 5) $\sqrt{\ln(2x+1)}$; 6) $10^{arcsinx}$; 7) $\frac{1}{tn^2x}$; 8) $(1+lgx)^x$.

- 9. Вычислить значение дифференциала функции f(x) при изменении переменной от x_0 до $x. f(x) = th4x + 3x, x_0 = 0, x = 0.5.$
- 10. Найти общее выражение для производной порядка n от функции $\frac{1}{r^3}$.
- 11. Применить формулу Лейбница для вычисления производной $((1-7x)\sin x)^5$.
- 12. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически $x = 3 \arccos t$, $y = 2\sqrt{1-t^2}$.
- 13. Вычислить предел, используя правило Лопиталя

a)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{6}} \frac{\ln \cos 3x}{(6x-\pi)^2}$$
; b) $\lim_{x \to \pi} \frac{\sin 5x}{tg3x}$; c) $\lim_{x \to \infty} (4+x^2)^{\frac{1}{x^2}}$.
14. $\ln(xy) + x^2 + 3y = 0$, $y_x - ?$

15. Вычислить приближенно arctg1, 002.

ОС-4. Кейс-залачи

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$$
, [1, 4].

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x - 2) \ln(x - 1), \quad x_0 = 2.$$

4. Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = (x^2 + 1) / \sqrt{4x^2 - 3}$$
.

5. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \left(x^3 + 4\right)/x^2.$$

6. Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-5. Контрольная работа.

Задача 1. Найти неопределенные интегралы функций.

$$(8x+10)^{2} \qquad \qquad \sqrt[4]{(3+\frac{x}{13})^{5}} \qquad \qquad -\frac{14}{(7x-6)^{4}}$$

Задача 2. Найти интегралы.

$$\int tg^{4}x \frac{1}{\cos^{2}x} dx \qquad \int \frac{14x+3}{(7x^{2}+3x+2)^{3}} dx \qquad \int_{0}^{\pi/6} \cos^{5}x \sin x \, dx$$

Задача 3. Найти интегралы.

ла 3. Найти интегралы.
$$\int \cos(3x+2)dx \qquad \int_{1}^{2} \frac{dx}{\sin^{2}(\frac{\pi}{3}x)} \qquad \int (-2x+7)\sin(-x^{2}+7x+5)dx$$

Задача 4. Найти интегралы.

$$\int_{0}^{1} 5^{-2x+1} dx \qquad \int_{0}^{1} (3x^{2} + 5)7^{x^{3} + 5x + 6} dx \qquad \int e^{\sin x} \cos x dx$$

Задача 5. Найти интегралы.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4+49x^2}} \qquad \int \frac{dx}{15+2x^2} \qquad \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^6}} \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$$
 Задача 6. Найти интегралы.

аа 6. Найти интегралы.
$$\int (6x+2)\cos 2x dx \qquad \int_{1}^{2} (x^{3}+3x-2)\ln 2x dx \qquad \int x^{2} 2^{5x} dx$$

Задача 7. Найти неопределенные интегралы от заданных функций.

$$\frac{5x^2 + 3x - 5}{x^2(x+1)} \qquad \frac{7x^2 - 4x + 45}{(x-2)(x^2+9)} \qquad \frac{x^3 - 13x^2 + 36x + 1}{x^2 - 13x + 36}$$

Задача 8. В А) и С) найти неопределенные интегралы от заданных функций, в В) – определенный интеграл на промежутке [a;b].

$$\sin^{10} x \cdot \cos^5 x$$
 $\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}$, $a = 0$, $b = \frac{\pi}{12}$

Задача 9. Найти интегралы.

$$\int_{0}^{3} \frac{x dx}{\sqrt{1+x}} \qquad \int \frac{dx}{x + \sqrt[4]{x^3}}$$

Задача 10. Найти интегралы.

$$\int_{0}^{1} \frac{dx}{(\sqrt{4-x^{2}})^{3}}$$

$$\int \frac{dx}{(\sqrt{2+x^2})^5}$$

$$\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 2} dx}{x^3}$$

Задача 11. Найти интегралы.

$$\int \frac{dx}{3 + 2\cos x}$$

$$\int_{0}^{arctg^{2}} \frac{dx}{4\cos^{2}x + \sin^{2}x} \qquad \int \frac{e^{2x}dx}{e^{x} + 1}$$

$$\int \frac{e^{2x} dx}{e^x + 1}$$

ОС-6. Примерный перечень тем рефератов.

- Исследование кривых, заданных параметрически. 1.
- 2. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
- 3. Циклоида и ее свойства.
- 4. Семейство циклоидальных кривых.
- 5. Астроида и ее свойства.
- 6. Кардиоида и овалы Кассини.
- 7. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
- Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики. 8.
- 9. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
- 10. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
- 11. Доказательство тождеств средствами дифференциального исчисления.
- 12. Некоторые классические неравенства и их доказательство средствами дифференциального исчисления.
- 13. Неравенство Йенсена и его следствия.
- 14. Интегрирование дифференциального бинома.
- Эллиптические кривые и эллиптические интегралы. 15.
- Теоремы о среднем для интегралов Римана. 16.
- 17. Интеграционные методы в трудах Архимеда.
- 18. Геометрические приложения интеграла Римана.
- 19. Физические приложения интеграла Римана.
- 20. Первообразная и интеграл в школьном курсе физики

ОС-7. Контрольная работа

Задача 1. Найти интегралы.

$$\int_{0}^{3} \frac{x dx}{\sqrt{1+x}} \qquad \int_{0}^{\pi/6} \cos^5 x \sin x \, dx$$

$$\int_{0}^{1} (3x^{2} + 5)7^{x^{3} + 5x + 6} dx$$

Задача 2. Найти интегралы.

$$\int_{0}^{1} \frac{dx}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^3}$$

$$\int_{1}^{2} \frac{dx}{\sin^{2}(\pi/3x)}$$

$$\int_{1}^{2} \frac{dx}{\sin^{2}(\pi/2x)} \qquad \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^{2}-2}dx}{x^{3}}$$

Задача 3. Найти интегралы.

$$\int_{1}^{2} (x^3 + 3x - 2) \ln 2x dx$$

$$\int_{1}^{2} (x^{3} + 3x - 2) \ln 2x dx \qquad \int_{0}^{arctg^{2}} \frac{dx}{4 \cos^{2} x + \sin^{2} x}$$

Задача 4. Найти площадь фигуры: а) в декартовых координатах: частей эллипса $x^2 + 4y^2 = 8$, отсеченного гиперболой $x^2 - 3y^2 = 1$;

- б) ограниченной параметрически заданной кривой: x = a(t sint), y = a(1 cost) и осью Ох:
- в) ограниченной кривой в полярных координатах: $\rho = cos \varphi$.

Задача 5. Найти длину дуги: a) в декартовых координатах: $y = \ln(\cos x)$ между соседними точками пересечения с осью Ox;

- б) кривой, заданной параметрически: $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 \frac{t^4}{4}$, между точками пересечения с осями координат;
- в) кривой в полярных координатах: $\rho = a e^{m \varphi}$ от точки (ρ_0, φ_0) до точки (ρ, φ) . логарифмической спирали

Задача 6. Найти объем: а) тела вращения: вокруг оси Оу фигуры, ограниченной параболами

$$y = x^2$$
 и $8x = y^2$.

- б) тела (через площадь поперечных сечений): клина, отсеченного от кругового цилиндра радиуса а плоскостью, проходящей через диаметр основания и наклоненной к основанию под углом φ
- Задача 7. Найти статический момент кривой y = cosx от точки $x = -\frac{\pi}{2}$ до точки $x = \frac{\pi}{2}$ относительно оси Ox.

ОС-8. Самостоятельная работа.

1. Найти область сходимости функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(tg_{n}^{\frac{1}{2}}\right)^{n}}{(x+1)^{n}}.$$

2. Доказать равномерную сходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin x}{n!}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin x}{n!}.$$

3. Найти радиус сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2n+1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2n+1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2}$$

- 4. Разложить по степеням x функцию: $\frac{1-ch3x}{...2}$
- 5. Вычислить с точностью до 0,001 интеграл: $\int_0^{0.1} e^{-2x^2} dx$

ОС-9. Самостоятельная работа.

Задача 1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции.

A B C D

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 4}$$
 $\ln x + \ln(-y)$ $\sqrt{(x-5)(x+2)}$ arcsin $\frac{x^2 + y^2}{4}$

Задача 2. Найти частные производные первого порядка от функций.
 A B C D
$$3x^4y^2-2x+4y-6 \qquad 2x^4\cos 5y \qquad tg(3xy^2+x^2) \qquad (x+4y)\cdot \ln(x+3y)$$
 Задача 3.

A) Найти
$$du$$
 B) Найти $grad z$ C) Найти d^2z $(2x-y+3z)^5$ $e^{xyz} + 2x-3y+4z$ $xy^2z^3 + \frac{1}{x}$

Задача 4. А) Найти $\frac{dz}{dt}$ (в тех задачах, где это указано, не $\frac{dz}{dt}$, а $\frac{dz}{dx}$). В) Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$.

A)
$$z(x; y) = \sqrt{x^2 + y^2}; \ x = \sin 3t; \ y = t^3 + 5$$

$$z(x; y) = x \cdot arctgy; \ x = \frac{u}{v}; \ y = 3u - 2v$$

Задача 5. а) Найдите $\frac{dy}{dx}$ в A; б) Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ в B; в) Найдите в С $z_{x}', z_{y}', z_{xx}'', z_{yy}'', z_{xy}'',$ используя непосредственное дифференцирование обеих частей уравнения.

A B C

$$x^2 + y^2 + x \cdot \sin y = 0$$
 $\ln(2x+3y+7z) + xy^2z^3 = 2$ $x^2 + y^3 + 5z + z^4 = 0$

ОС-10. Контрольная работа.

1. Найти точки экстремума функций.

a)
$$z(x; y) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - x + 2y + 5$$
 δ) $z = \frac{x^3}{3} - x^2 - 15x + \frac{y^2}{2} - 9y$

- 6) $z(x; y) = 2x^3 + 2y^3 24x^2 + 27y^2$
- 2. Найти полный дифференциал функции:

a)
$$f(x,y) = \arcsin\left(x/\sqrt{x^2 + y^2}\right)$$
, $f(x,y) = xy\ln(xy)$.

- 3. Составьте уравнение касательной плоскости к поверхности $f(x) = e^{x+y}$ в точке (1,-1,1).
- 4. Разложите данную функцию $f(x) = \sqrt{1-x-y}$ по формуле Тейлора с центром в точке M(0,0).
- 5. Найти dz $d^2z(3, -2)$ функции z = f(x), заданной неявно: $z^3 xz + y = 0$, если f(3, -2) = 2.
- 6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области D, ограниченной указанными линиями. $z = x^2 + y^2 xy x y$; D: x = 0, y = 0, y = 3 x

ОС-11. Примерный перечень тем рефератов.

- 1. n-кратные интегралы и их свойства.
- 2. Криволинейные интегралы функций n переменных.
- 3. Дифференциальные формы, их дифференцирование и интегрирование.
- 4. Различные подходы к определению площади поверхности.
- 5. Ориентируемые и неориентируемые многообразия.
- 6. Геометрические приложения кратных интегралов.
- 7. Геометрические приложения криволинейных интегралов.
- 8. Физические приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.
- 9. Скалярные и векторные поля в физике и в математике.
- 10. Теория размерности Хаусдорфа.
- 11. Интегралы и производные дробного порядка.

ОС-12. Контрольная работа.

- 1. Вычислите: $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dxdy$, D = x = 1, $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$.
- 2. Вычислите: $\iiint_V x dx dy dz$, V: y = 10x, y = 0, x = 1, z = xy, z = 0.
- 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями: $y^2-2y+x^2=0$, $y^2-4y+x^2=0$, $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$, $y=\sqrt{3}x$.
- 4. Найдите массу пластинки, заданной линиями, μ поверхностная плотность: $D: x = 1, y = 0, \quad y^2 = 4x \ (y \ge 0); \quad \mu = 7x^2 + y.$
- 5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями: $y = 16\sqrt{2x}, \quad y = \sqrt{2x}, \quad z = 0, \quad x + z = 2.$
- 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями: $z = \sqrt{9-x^2-y^2}$, $\frac{9z}{2} = x^2 + y^2$
- 7. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

$$z = 2 - 12(x^2 + y^2), \qquad z = 24x + 2$$

8. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49, \quad -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \le z \le \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \quad -x \le y \le 0.$$

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

- 1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебнометодические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 39 с.
- 2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. 2017 [Электронный].
- 3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. Ульяновск: УлГТУ, 2004. 34 с. 2017 [Электронный].
- 4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. 49 с.
- 5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. 32 с. 2017 [Электронный].
- 6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. 2017 [Электронный].
- 7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 40 с. 2017 [Электронный].
- 8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. Ульяновск: УлГТУ, 1997. 32 с. 2017 [Электронный].
- 9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. Ульяновск: УлГТУ, 2001. 32 с.–2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации — проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,	Образовательные
п/п	используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	результаты дисциплины
	ОС-1. Самостоятельная работа.	ОР-1. Знает основные понятия
	ОС-2. Примерный перечень тем рефератов.	дисциплины, определения,
	ОС-3. Контрольная работа.	содержательное значение
	ОС-4. Кейс-задачи	терминов и их взаимосвязь,
	ОС-5. Контрольная работа.	алгоритмы доказательств и
	ОС-6. Примерный перечень тем рефератов.	решения задач.
	ОС-7. Контрольная работа	ОР-2. Решает задачи по
	ОС-8. Самостоятельная работа.	дисциплине, умеет проводить
	ОС-9. Самостоятельная работа.	доказательства, классифицировать
	ОС-10. Контрольная работа.	и систематизировать основные
	ОС-11. Примерный перечень тем рефератов.	изучаемые объекты, строить
	ОС-12. Контрольная работа.	логически верные рассуждения.
		ОР-3. Знает возможности
	Оценочные средства для промежуточной	применения полученных сведений
	аттестации	к решению задач школьного курса
	зачет (экзамен)	математики, а также в смежных
	1,2 семестры экзамен в форме устного	научных областях
	собеседования	ОР-4. умеет решать задачи
		школьного курса математики
		повышенной сложности, решать и
		составлять прикладные задачи по
		дисциплине

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

1 семестр

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Введение в анализ»

- 1. Аксиоматическое определение множества вещественных чисел.
- 2. Числовые множества №, **Z**. Множество рациональных чисел. Плотность множества рациональных чисел. Недостаточность множества рациональных чисел для решения измерительных задач.
- 3. Определение вещественного числа как бесконечной десятичной дроби.
- 4. Расширенная числовая прямая. Числовые промежутки. Окрестность точки.
- 5. Модуль действительного числа. Свойства модуля действительного числа.
- 6. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани множества.
- 7. Теорема о существовании конечных граней у ограниченного множества. Теорема о единственности верхней/нижней грани множества.
- 8. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Способы задания последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
- 9. Определение предела числовой последовательности. Левосторонняя и правосторонняя сходимость последовательности.
- 10. Теорема о единственности предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
- 11. Теоремы о предельном переходе в равенстве и неравенстве, теорема о сжатой переменной.
- 12. Свойства последовательностей (монотонность, ограниченность). Теорема об ограниченности последовательности, имеющей предел.
- 13. Теоремы о пределе монотонных последовательностей.
- 14. Лемма Бернулли. Число е.
- 15. Подпоследовательность. Теорема о пределе подпоследовательности.
- 16. Принцип Больцано Вейерштрасса.
- 17. Условие Коши для последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
- 18. Действия с последовательностями (сложение, вычитание, умножение, деление, умножение на число). Бесконечно малые последовательности и их свойства.
- 19. Бесконечно большие последовательности. Взаимосвязь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
- 20. Лемма о представлении последовательности в виде суммы её предела и бесконечно малой последовательности. Свойства пределов последовательностей, связанные с арифметическими операциями над последовательностями.
- 21. Определение предела функции в точке на языке последовательностей. Односторонние пределы функции в точке на языке последовательностей.
- 22. Определение предела функции в точке на языке « $\varepsilon \delta$ ». Односторонние пределы функции в точке на языке « $\varepsilon \delta$ ». Теорема об эквивалентности определений предела функции в точке на языке последовательностей и на языке « $\varepsilon \delta$ ».
- 23. Необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке.
- 24. Свойства пределов функций (переход к пределу в неравенствах; предел постоянной; предел суммы, произведения, частного).
- 25. Правило замены переменной для пределов функций (предел сложной функции, предел обратной функции). Предел функции на бесконечности.
- 26. Условие Коши для функции. Критерий Коши существования конечного предела функции.
- 27. Предел монотонных функций.
- 28. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций (сумма, разность, произведение бесконечно малых функций; произведение бесконечно малой и ограниченной функций).
- 29. Бесконечный предел функции в точке. Бесконечно большие функции.
- 30. Сравнение бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно больших функций.
- 31. Первый замечательный предел $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.
- 32. Следствия из первого замечательного предела: $\lim_{x\to 0} \frac{tgx}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$, $\lim_{x\to 0} \frac{arctgx}{x} = 1$.
- 33. Второй замечательный предел $\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$.

34. Следствия из второго замечательного предела:
$$\lim_{x\to 0} \frac{\log_a (1+x)}{x} = \log_a e$$
, $\lim_{x\to 0} \frac{a^x-1}{x} = \ln a$,

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^a - 1}{x} = a.$$

- 35. Эквивалентность бесконечно малых функций. Необходимое и достаточное условие эквивалентности бесконечно малых функций. Принцип замены бесконечно малых функций.
- 36. Неопределенные выражения $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \infty^{0}, 0^{0}).$
- 37. Определения функции, непрерывной в точке. Односторонняя непрерывность функции.
- 38. Точка разрыва функции. Классификация точек разрыва.
- 39. Свойства функций непрерывных в точке (непрерывность суммы, произведения, частного, композиции непрерывных функций).
- 40. Непрерывность функции на промежутке.
- 41. Достаточное условие непрерывности монотонной функции.
- 42. Теорема Больцано-Коши об обращении в нуль функции непрерывной на отрезке.
- 43. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении функции непрерывной на отрезке.
- 44. Теорема о существовании обратной функции для функции непрерывной на промежутке.
- 45. Теорема Вейерштрасса об ограниченности функции непрерывной на отрезке.
- 46. Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значении функции непрерывной на отрезке.
- 47. Непрерывность элементарных функций.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

- 48. Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной.
- 49. Производная обратной функции. Производная неявной функции.
- 50. Логарифмическая производная. Производная функции, заданной параметрически.
- 51. Таблица производных элементарных функций. Правила вычисления производных.
- 52. Формула для приращения функции. Производная сложной функции.
- 53. Дифференцируемая функция. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.
- 54. Непрерывность как необходимое условие дифференцируемости функции.
- 55. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
- 56. Основные формулы и правила дифференцирования.
- 57. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциал как источник приближенных формул.
- 58. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
- 59. Дифференциалы высших порядков.
- 60. Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

- 61. Теорема Ферма.
- 62. Терема Роля.
- 63. Теорема Лагранжа.
- 64. Теорема Коши.
- 65. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции с дополнительным членом форме Лагранжа.
- 66. Формула Маклорена для элементарных функций $(e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^m, \ln(1+x), \arctan x)$ arctgx).
- 67. Правило Лопиталя.
- 68. Условие постоянства функции. Достаточное условие строгой монотонности функции.
- 69. Необходимое и достаточное условия нестрогой монотонности функции.
- 70. Точка экстремума и экстремум функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.

- 71. Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости и вогнутости кривой.
- 72. Точка перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба кривой.
- 73. Асимптоты кривой. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
- 74. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции, заданной на интервале

2 семестр

Примерный перечень вопросов к экзамену

Раздел «Интегральное исчисление функций одной переменной»

- 1. Понятия первообразной и обобщенной первообразной функции на промежутке. Общий вид первообразных данной функции на промежутке. Понятие неопределенного интеграла.
- 2. Таблица простейших неопределенных интегралов.
- 3. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования).
- 4. Общий алгоритм интегрирования рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго рода.
- 5. Рекуррентная формула для вычисления интегралов вида $\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}$. Интегрирование простейших дробей третьего и четвертого рода.
- 6. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
- 7. Интегрирование квадратичных иррациональностей: подстановки Эйлера, тригонометрические и гиперболические подстановки.
- 8. Интегрирование функций, рационально зависящих от $\sin x$, $\cos x$. Интегрирование функций, рационально зависящих от экспоненты. Интегрирование функций, рационально зависящих от $\sinh x$, $\cosh x$.
- 9. Определенный интеграл (интеграл Римана) как предел интегральных сумм. Функции, интегрируемые по Риману на отрезке. Необходимое условие интегрируемости.
- 10. Определенный интеграл (интеграл Римана) как разделяющее число верхних и нижних сумм Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
- 11. Достаточные условия интегрируемости.
- 12. Свойства интеграла Римана (линейность, монотонность, аддитивность относительно промежутка интегрирования). Свойства, связанные с оценкой интеграла Римана. Теорема о среднем.
- 13. Интеграл Римана по произвольному промежутку и его свойства.
- 14. Интеграл с переменным верхним пределом как первообразная подынтегральной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
- 15. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
- 16. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку.
- 17. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
- 18. Теоремы сравнения для несобственных интегралов.
- 19. Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь криволинейной трапеции. Площадь фигуры, элементарной относительно одной из осей.
- 20. Площадь криволинейного сектора.
- 21. Спрямляемые кривые. Длина плоской кривой, заданной параметрически. Случай кривой, заданной явно в декартовых или полярных координатах.
- 22. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.
- 23. Статические моменты и центр масс кривой.
- 24. Статические моменты и центр масс однородной криволинейной трапеции.
- 25. Работа переменной силы.

Раздел «Ряды»

- 75. Числовой ряд.
- 76. Частичная сумма и остаток ряда.
- 77. Сумма ряда.
- 78. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
- 79. Гармонический и геометрический ряды.
- 80. Теоремы о сходимости рядов (эквивалентность сходимости числового ряда и его остатка, необходимое условие сходимости числового ряда).
- 81. Критерий Коши сходимости числового ряда.
- 82. Необходимое условие сходимости числового ряда. Достаточное условие расходимости числового ряда.
- 83. Свойства сходящихся рядов.
- 84. Признаки сходимости рядов с положительными членами (первый признак сравнения, второй признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак).
- 85. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
- 86. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
- 87. Функциональный ряд.
- 88. Область сходимости функционального ряда.
- 89. Сумма функционального ряда.
- 90. Поточечная и равномерная сходимость функционального ряда.
- 91. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
- 92. Признак Вейерштрасса равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда.
- 93. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда.
- 94. Почленное интегрирование равномерно сходящегося ряда.
- 95. Почленное дифференцирование равномерно сходящегося ряда.
- 96. Степенной ряд. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
- 97. Равномерная сходимость степенных рядов.
- 98. Свойства степенных рядов. Единственность разложения функции в степенной ряд.
- 99. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточные условия сходимости ряда Тейлора к своей функции.
- 100. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
- 101. Применение рядов к приближенным вычислениям.
- 102. Периодические функции и их свойства. Гармонические колебания.
- 103. Ряд Фурье периодической функции с периодом 2π . Теорема Дирихле.
- 104. Ряд Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье для функции с произвольным периодом.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

Раздел «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

- 105. Определение функции двух переменных. Область определения и множество значений функции двух переменных. График функции двух переменных. Линии уровня.
- 106. Определение функции п переменных. Область определения и множество значений функции п переменных. График функции п переменных. Поверхности уровня.
- 107. Предел функции по множеству. Повторные пределы. Бесконечные пределы. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции.
- 108. Частные приращения и частные производные функции.
- 109. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции в точке. Достаточные условия дифференцируемости функции в точке.
- 110. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.

- 111. Производная по направлению. Градиент функции.
- 112. Полное приращение функции. Условие выражения полного приращения функции через её частные производные.
- 113. Дифференцируемая функция и ее полный дифференциал.
- 114. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал как источник приближенных формул.
- 115. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 116. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.
- 117. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
- 118. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных в терминах второго дифференциала.
- 119. Наибольшие и наименьшие значения функции нескольких переменных в области.

Раздел «Элементы интегрального исчисления функций нескольких переменных: кратные интегралы»

- 120. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл по прямоугольнику как предел интегральных сумм. Необходимое условие существования двойного интеграла.
- 121. Свойства двойного интеграла. Двойной интеграл по произвольному ограниченному множеству. Площадь ограниченного множества как двойной интеграл.
- 122. Сведение двойного интеграла к повторному (случай прямоугольной области, случай области, элементарной относительно одной из осей).
- 123. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
- 124. Задача о массе неоднородного тела. Тройной интеграл как предел интегральных сумм.
- 125. Свойства тройного интеграла. Тройной интеграл по произвольному ограниченному телу. Объем ограниченного тела как тройной интеграл. Сведение тройного интеграла к повторному (случаи параллелепипеда, области, элементарной относительно одной из осей, области, элементарной относительно одной из координатных плоскостей).
- 126. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Примерные практические задания к экзамену

- 1. Найти точки экстремума функций. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} x + 2y + 5$
- 2. Вычислить

$$\iint\limits_{D} \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right) dxdy;$$

$$D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

3. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$$

$$9z/2 = x^2 + y^2.$$

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
1,2	Разбалловка по видам работ	2 x 2=4 баллов	5 x 1=5 баллов	167 баллов	Экзамен 120 балла
семестры	Суммарный макс. балл	4 балла тах	9 балла max	180 баллов max	300 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1,2 семестров

Оценка	Б аллы (3 3 E)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее

1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции — одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 CEMECTP

Занятие1. План. Множества. Операции над множествами. Множества натуральных, рациональных, иррациональных, вещественных чисел. Принадлежность элементов множеству. Операции над множествами чисел.

Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Определение числовой последовательности как функции натурального аргумента. Различные способы задания последовательностей. Свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Стабилизация десятичных знаков у членов последовательности, имеющей предел. Решение задач с использованием определения предела числовой последовательности. Подпоследовательности.

Занятие 2. План. Предел функции в точке и на бесконечности. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей ∞/∞ и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого и второго

замечательного пределов. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределённостей. Замена переменных при нахождении пределов функций.

Занятие 3 Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных в точке: непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек

Занятие 4. План Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

разрыва. Асимптоты.

Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Логарифмическое дифференцирование. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Связь с производной. Уравнения касательной и нормали. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Формула Лейбница. Случай функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 5. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума с первой и высшими производными. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Исследование функций и построение графиков.

Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на открытом промежутке. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение математических моделей задач.

2 CEMECTP

Занятие 1. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 2. План. Некоторые приемы интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных. Тригонометрические подстановки.

Занятие 3. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах.

Занятие 4. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения.

Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Оценка остатка ряда с помощью интегрального признака.

Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов.

Функциональные ряды, область сходимости

Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора.

Разложение по степеням х некоторых элементарных функций.

Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Вычисление пределов, решение уравнений, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 5. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня.

Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Частные производные высших порядков. Теорема о независимости результата дифференцирования от порядка дифференцирования. Касательная и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных. Приложения дифференциала.

Производные сложных функций. Неявные функции. Теорема существования и дифференцирования неявных функций. Вычисление производных неявных функций.

Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.

Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции непрерывной в замкнутой, ограниченной области.

Двойные, тройные интегралы, их свойства. Сведение кратного интеграла к повторному. Задачи на нахождение двойных и тройных интегралов в декартовых координатах.

Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

- 1. Бохан К. А. и др. Курс математического анализа: [в 2 т.] : учеб. пособие для студентовзаочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Т. 1. М.: Интеграл, 2004. – 434с. (Библиотека УлГПУ)
- 2. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие СПб. : Профессия, 2005. 432 с. (Библиотека УлГПУ)
- 3. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. В 2 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды М.: Физматлит, 2009. 400c. https://biblioclub.ru/index.php?page=book red&id=82814
- 4. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : Т. 1 7-е изд. М. : Физматлит, 2002. 415 с. (Библиотека УлГПУ)

Дополнительная литература

- 1. Архипов Г. И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу: [учеб. для ун-тов и пед. вузов]. 2-е изд., перераб. М. : Высшая школа, 2000. 694 с. (Библиотека УлГПУ)
- 2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие для вузов. М. : АСТ : Астрель, 2003. 558 с. М. : АСТ : Астрель, 2004. 558 с. (Библиотека УлГПУ)
- 3. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I. М.: Физматлит, 2009. –647 с. ttps://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=76686
- 4. Марон И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной : учеб. пособие для вузов / 3-е изд., стер. СПб. и др. : Лань, 2008. 398 с. (Библиотека УлГПУ)
- 5. Мордкович А. Г.; Солодовников А.С. Математический анализ. М. :Вербум-М, 2000. 415 с. (Библиотека УлГПУ)
- 6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. І. 8-е изд. М.: Физматлит: Лаборатория знаний, 2003. 679 с. (Библиотека УлГПУ)
- 7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. 8-е изд. М. :Физматлит : Лаборатория знаний, 2003. 863 с. (Библиотека УлГПУ)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

- 1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
- 2. Softline. http://exponenta.ru/
- 3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
- 4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
- 5. Прикладная математика. http://primat.org
- 6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
- 7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/
- 8. MITY IA. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
- 9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/

Электронные библиотечные системы (ЭБС), с которыми сотрудничает «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»

No	Название ЭБС	№, дата	Срок	Количество
		договора	использования	пользователей
1	«ЭБС ZNANIUM.COM»	Договор	с 31.05.2017 по	
		№ 2304 от	31.05.2018	6 000
		19.05.2017		
2	ЭБС	Договор № 1010	с 22.08.2016 по	
	«Университетская	от 26.07.2016	21.11.2017	6 000
	библиотека онлайн»			