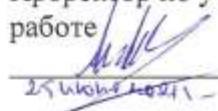


Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической работе  
  
С.Н. Титов  
29 июня 2021 г.

## АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Программа учебной дисциплины модуля  
«Специальные разделы предметной области»

основной профессиональной образовательной программы высшего  
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы  
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,  
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-  
математического и технологического образования, протокол от  
21.06.2021 №7

Ульяновск, 2021

## **Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Алgebraические методы решения геометрических задач» относится к дисциплинам по выбору 6 (ДВ.6) части формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) модуля «Специальные разделы предметной области» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Основы высшей алгебры, Линейная алгебра, Алгебра многочленов, Анализ функций одной переменной, Многомерный математический анализ, Теория функций комплексного переменного, Теория чисел и диофантовы уравнения, Прикладные вопросы алгебры в экономике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин: Избранные вопросы алгебры и геометрии, Математическая лингвистика и для прохождения государственной итоговой аттестации.

### **1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

**Целью** освоения дисциплины подготовка учителя к преподаванию предмета «математика» как в общеобразовательных классах, так и в классах с углубленным изучением математики, а также с одаренными детьми.

**Задачей** освоения дисциплины является закрепление умений решать задачи повышенного уровня сложности школьного курса математики, умения логически грамотно рассуждать, строить строгие математические доказательства, формирование представлений о междисциплинарных связях.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	Знает	умеет	владеет
ПК-12 - Способен выделять структурные элементы, входящие в систему познания предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения), анализировать их в единстве содержания, формы и выполняемых функций. ПК-12.1. Знает формулировки определений,			
	OP-1. Основные понятия дисциплины,	OP-2. Решать задачи по дисциплине,	

<p>содержательное значение терминов и понятий предметной области, правила и алгоритмы оперирования с объектами предметной области, понимает взаимосвязь между структурными элементами; имеет представление о функциях и практическом применении изучаемых объектов.</p> <p><b>ПК-12.2.</b> Умеет выделять и анализировать структурные элементы, входящие в систему познания предметной области; определять логическую взаимосвязь между компонентами предметной области; строить логически верные и обоснованные рассуждения; решать задачи предметной области.</p>	<p>определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач</p>	<p>проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения</p>	
<p><b>ПК-14.</b> Способен устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области (в соответствии с профилем и уровнем обучения) со смежными научными областями</p> <p><b>ИПК-14.1.</b> Знает роль и возможности применения аппарата предметной области в смежных</p>	<p>OP-3. возможности применения полученных сведений к решению задач школьного</p>	<p>OP-4. решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и</p>	

<p>научных областях, их методологическое и мировоззренческое значение; имеет представление о междисциплинарных связях, научных методах смежных областей</p> <p>ИПК-14.2. Умеет определять роль полученных знаний для смежных областей и для школьного курса, применять полученные знания в решении прикладных задач.</p>	<p>курса математики, а также в смежных научных областях</p>	<p>составлять прикладные задачи по дисциплине</p>	
--	---	---	--

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Номер семестра	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации						
	Всего		Лекции , час	Практические занятия, час	Лабораторные занятия, час	Самостоятель. работы, час							
	Трудоемкость												
	Зач. ед.	Часы											
9	2	72	12	20	-	40	Зачет						
Итого:	2	72	12	20	-	40	Зачет						

**3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

<p>Наименование раздела и тем</p>	<p>Количество часов по формам организации обучения</p>
-----------------------------------	--

	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа
<b>9 семестр</b>				
Алгебраическая теория векторных пространств в геометрии	2	8	-	10
Линейные операторы как средство описания геометрических преобразований	4	4	-	8
Комплексные и гиперкомплексные числа в геометрии	2	4	-	12
Разрешимость задач на построение с помощью циркуля и линейки	4	4	-	10
<b>Всего по дисциплине:</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>-</b>	<b>40</b>

### **3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины**

#### **1. Алгебраическая теория векторных пространств в геометрии**

Прямые и плоскости как подпространства, изучение их взаимного расположения с помощью базисов. Линейные многообразия. Евклидовы пространства и скалярные произведения. неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника. Ортогональность векторов и векторных пространств. Ортогонализация систем векторов, ортогональное дополнение. Ортогональные проекции и ортогональные составляющие. Интерактивная форма: деловая игра

#### **2. Линейные операторы как средство описания геометрических преобразований**

Линейные операторы поворота и проектирования. Ортогональные и унитарные операторы. Нахождение проекций на плоскости с помощью операторов. Понятие о ядре о образе оператора. Их смысл для оператора проектирования. Нахождение результатов поворота с помощью операторов

#### **3. Комплексные и гиперкомплексные числа в геометрии**

Применение комплексных чисел к геометрическим задачам. Оценка модуля разности комплексных чисел. Сумма квадратов длин двух сторон треугольника. Сумма квадратов расстояний от любой точки плоскости до вершин равностороннего треугольника. Отношение произведения трех сторон треугольника к их сумме. Система кватернионов. Матричное представление и тригонометрическое представление кватернионов. Применение кватернионов к описанию пространственных вращений. Интерактивная форма: работа в микрогруппах.

#### **4. Разрешимость задач на построение с помощью циркуля и линейки**

Задачи на построение с помощью циркуля и линейки. Понятие задачи на построение и ее решения. Общие аксиомы геометрических построений. Инструменты построений, их аксиомы. Алгебраический метод решения задач на построение. Основные алгебраические

построения: построение суммы, разности двух отрезков, их среднего геометрического, отрезка четвертого пропорционального трем. Методы построения корней квадратного уравнения. Критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Критерий разрешимости уравнения в квадратных радикалах. Примеры задач, не имеющих решения с помощью циркуля и линейки. Классические задачи древности. Интерактивные формы: деловая игра, работа в микрогруппах

#### **4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляющую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- подготовка к защите проекта;
- решение задач по дисциплине.

#### **ОС-1. Деловая игра. Фрагмент практического занятия, проводимого студентами**

Студенты разбиваются на микрогруппы по 2-3 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект практического занятия по заданной теме и провести его  
(максимально 12 баллов)

Примерные темы:

1. Пример геометрической задачи на плоскости из ЕГЭ, решаемой аналитическим методом
2. Пример решения стереометрической задачи ЕГЭ, решаемой аналитическим методом
3. Нахождение проекции вектора на плоскость.
4. Нахождение проекции объекта на прямую.

### **ОС-2. Самостоятельная работа**

Примерный Вариант.

1. Построить ортонормированные базисы пространств, натянутых на векторы:  $a_1(1, 2, 2, -1)$ ;  $a_2(1, 1, -5, 3)$ ;  $a_3(3, 2, 8, -7)$ . Найти ортогональное дополнение данного пространства до базиса пространства  $R_4$ .
2. Выяснить, является ли данный оператор линейным. Если это возможно, найти его матрицу, ядро, образ, ранг, дефект, собственные значения и множество собственных векторов; если возможно привести матрицу этого оператора к диагональному виду и указать соответствующий базис:
  - $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 + x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3)$
  - $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_1 - x_3, 2x_1x_2)$

---

### **ОС-3. Выступление с докладами**

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека и готовят доклад с презентацией е. Далее осуществляется выступление с защитой проекта:

Примерные темы докладов:

1. Комплексные числа и сумма квадратов длин двух сторон треугольника
2. Комплексные числа и сумма квадратов расстояний от любой точки плоскости до вершин равностороннего треугольника.
3. Отношение произведения трех сторон треугольника к их сумме.
4. О применении гиперкомплексных чисел в компьютерной графике и анимации.

### **ОС-4. Деловая игра. Фрагмент лекции, проводимой студентами**

Студенты разбиваются на микрогруппы по 2-3 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект лекции по заданной теме. Провести фрагмент лекции на 20 минут.

Примерные темы фрагментов лекций:

1. Задача об удвоении куба
2. Задача о трисекции угла
3. Задача о построении правильного 7-угольника.

### **ОС-5. Групповое интерактивное задание. Составление тестов в микрогруппах.**

Составление теста по одному из разделов алгебры

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека. При помощи системы Moodle (<http://do.ulspu.ru>), либо любой другой программы по выбору студентов составляются 8 тестовых заданий по одному из разделов курса

### **ОС-6. Контрольная работа**

**Примерный вариант:**

1. Найти ортогональную проекцию  $u$  и ортогональную составляющую  $z$  вектора  $x(1, -2, 3)$  на прямую, заданную системой уравнений

$$2x + y + z = 0$$

$$3x - 2y + 4z = 0$$

2. Построить прямоугольник, равновеликий данному квадрату ABCD с площадью  $q^2$  ( $q$  – данный отрезок), если периметр прямоугольника  $2p$ .
3. Построить угол  $\alpha$ , зная, что .
4. Первый вектор ортонормированного базиса  $(1, 0, 0)$  повернули сначала на  $45^\circ$  вокруг оси Oz, а затем полученный вектор повернули на  $90^\circ$  вокруг биссектрисы первого координатного угла. Какой вектор получился в результате?

*Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:*

1. Гришина С.А., Кувшинова А.Н., Куренева Т.Н., Череватенко О.И. Геометрия: учебно-методическое пособие. Часть 3. – Ульяновск: УлГПУ, 2017. – 112 с..
2. Куренева Т.Н. Методические указания и контрольная работа № 3 по теме «Методы изображений. Проективная геометрия». Для студентов – заочников 3 курса физико-математического факультета .- Ульяновск, 2004. (Библиотека УлГПУ).
3. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Алгебра. Часть 2. Линейная алгебра: учебное пособие. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2018. – 44 с.

## **5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **Организация и проведение аттестации студента**

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволяют выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	<b>Оценочные средства для текущей аттестации</b> ОС-1 Деловая игра. Фрагмент занятия ОС-2 Самостоятельная работа ОС-3 Выступление с докладами ОС-4 Деловая игра. Фрагмент лекции	ОР-1. Знает основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь,

	ОС-5. Составление тестов ОС-6. Контрольная работа	алгоритмы доказательств и решения задач ОР-2. Решает задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения ОР-3. знает возможности применения полученных сведений к решению задач школьного курса математики, а также в смежных научных областях ОР-4. умеет решать задачи школьного курса математики повышенной сложности, решать и составлять прикладные задачи по дисциплине
	<b>Оценочные средства для промежуточной аттестации</b> <b>зачет (экзамен)</b> ОС-7 Зачет в форме устного собеседования по вопросам	

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а также процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости  
обучающихся по дисциплине***

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

***Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости  
обучающихся по дисциплине***

**ОС-7 Зачет в форме устного собеседования по вопросам**

**Перечень вопросов к зачету**

Примерный перечень вопросов к зачету:

1. Векторные пространства и подпространства. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Линейные комбинации и линейные оболочки.
2. Базис и размерность векторного пространства. Координаты векторов в базисе. Размерность векторного пространства. Связь между размерностью пространств и подпространств. Дополнение базиса подпространства до базиса пространства.
3. Суммы и пересечения векторных пространств. Прямая сумма подпространств.
4. Изоморфизмы векторных пространств.
5. Линейные многообразия
6. Линейные и нелинейные операторы. Примеры. Матричная форма линейного оператора в конечномерном пространстве.
7. Собственные векторы и спектры линейных операторов.
8. Матрица перехода от одного базиса к другому. Матрицы линейных операторов в различных базисах.
9. Оператор поворота
10. Оператор ортогонального проектирования
11. Операторы-проекторы (идемпотенты).
12. Ядро и образ, ранг и дефект линейного оператора

13. Инвариантные подпространства линейного оператора.
14. Сужения линейных операторов на подпространства.
15. Евклидовы пространства, норма вектора, угол между векторами
16. Ортогонализация систем векторов, ортогональное дополнение
17. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора
18. Применение комплексных чисел в геометрии
19. Кватернионы. Их тригонометрическая форма
20. Задача об удвоении куба
21. Задача о трисекции угла
22. Задача о построении правильного 7-угольника.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

#### **Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине**

*Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся*

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
<b>9 семестр</b>	Разбалловка по видам работ	6 x 1=6 баллов	10 x 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

*Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра*

	<b>Баллы (2 ЗЕ)</b>
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

#### **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

#### **Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу,

ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

### **Планы практических занятий ЗАНЯТИЕ № 1. Прямые и плоскости как подпространства.**

#### **Задания для самостоятельного решения**

Точка М является серединой ребра АВ куба ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> с длиной 1 см, а точка N делит диагональ B<sub>1</sub>D в отношении 2 к 1.

а) Найти длину MN.

б) Прямая KN перпендикулярна к диагонали B<sub>1</sub>D. В каких точках она пересекает куб (указать на каких гранях или ребрах находятся эти точки и расстояние от них до ближайших вершин куба)?

### **ЗАНЯТИЕ № 2. Евклидовы пространства и скалярные произведения. Ортогональные дополнения**

#### **Задания для самостоятельного решения**

1. Найти ортонормированные базис плоскости, проходящей через начало координат и параллельной векторам

а) a<sub>1</sub> (1, 2, 2); a<sub>2</sub> (1, 1, -5);

б) a<sub>1</sub> (1, 1, -1); a<sub>2</sub> (5, 8, -2);

2. Найти плоскость, перпендикулярную к прямой с направляющим вектором а) a<sub>1</sub> (1, -2, 2); б) a<sub>2</sub> (2, -3, 2);

3. Найти прямую, перпендикулярную к плоскости  $x+y+z=0$ .

### **ЗАНЯТИЕ № 3. Ортогональные дополнения**

#### **Деловая игра (ОС-1)**

### **ЗАНЯТИЕ № 4. Ортогональные проекции и ортогональные составляющие**

#### **Задания для самостоятельного решения**

1. Найти ортогональную проекцию у и ортогональную составляющую z вектора x на плоскость, проходящую через точки A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>

а) x (4, -1, -3); A<sub>1</sub> (1, 1, 1); A<sub>2</sub> (0, 0, 0); A<sub>3</sub> (1, 0, 3);

б) x (5, 2, -2); A<sub>1</sub> (2, 1, 1); a<sub>2</sub> (1, 1, 3); A<sub>3</sub> (0, 1, 0).

2. Найти ортогональную проекцию у и ортогональную составляющую z вектора x (7, -4, -1) на прямую, заданную системой уравнений

$$2x + y + 3z = 0$$

$$3x + 2y + z = 0$$

### ***ЗАНЯТИЕ № 5. Операторы поворота***

#### ***Задания для самостоятельного решения***

1. Найти результат поворота вектора  $(1,2)$  на угол  $30^0$  против часовой стрелки.
2. Найти координаты вектора, полученного в результате поворота вектора  $(1, 2, 3)$  на угол  $45^0$  вокруг биссектрисы первой координатной четверти в плоскости  $xOy$ .

### ***ЗАНЯТИЕ № 6. Операторы проектирования***

#### ***Задания для самостоятельного решения***

1. Найти матрицу оператора проектирования на плоскость  $x + 2y + z = 0$
2. Найти проекцию вектора  $(1, 1, 1)$  на плоскость  $x + y + 2 = 0$

### ***ЗАНЯТИЕ № 7. Комплексные числа в геометрии. Выступление с докладами (ОС-3)***

### ***ЗАНЯТИЕ № 8. Кватернионы и их геометрические приложения***

#### ***Задания для самостоятельного решения***

1. Пусть первый поворот совершается на угол вокруг оси  $Ox$ , а второй – вокруг оси  $Oy$  на тот же угол. Найти результирующий угол и ось поворота.
2. Дан вектор  $(1, 3, 5)$ . Найти координаты вектора, который получится при повороте на угол вокруг вектора  $(-1, 0, 1)$ .

### ***ЗАНЯТИЕ №9. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки Деловая игра (ОС-4)***

### ***Занятие № 10. Контрольная работа (см. ОС-6)***

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины**

##### **Основная литература**

1. Понарин, Я. П. Аффинная и проективная геометрия / Я.П. Понарин. - Москва : МЦНМО, 2009. - 288 с. <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63272>
2. Абдрахманов, В.Г. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие : / В. Г. Абдрахманов. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 179 с. – Режим доступа: URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=607459>
3. Кучер, Н. А. Курс высшей математики : учебное пособие : / Н. А. Кучер, О. В. Малышенко, А. А. Жалнина. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – Часть 1. Основы алгебры. – 132 с. :– Режим доступа: – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600276>

##### **Дополнительная литература**

1. Иванова С. А. Линейная алгебра : учебное пособие / С. А. Иванова, В. А. Павский ; Кемеровский государственный университет. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2019. – 125 с. : ил., табл. – Режим доступа: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573547>

2. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с.  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=544419>

### **Интернет-ресурсы**

1. Электронная библиотека <http://lib.mexmat.ru/books/75829> (свободный доступ)
2. Электронная библиотека <http://www.razym.ru> (свободный доступ)
3. <http://a.slave.festival.1september.ru/articles/211927/> (Дата обращения: 15.04.2015).
4. <http://goldlara.narod.ru/numbers/numbers.htm> (Дата обращения: 17.03.2015).
5. [http://nsportal.ru/sites/default/files/2012/12/10/tvorcheskiy\\_proekt\\_po\\_matematike\\_na\\_temu.osx](http://nsportal.ru/sites/default/files/2012/12/10/tvorcheskiy_proekt_po_matematike_na_temu.osx) (Дата обращения: 01.04.2015).