Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической работе
_____ С.Н. Титов
«24» июня 2022 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля
по профилю «Математика»

основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Экономика

(очная форма обучения)

Составитель: Сибирева А.Р., к.ф-м.н.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «25» марта 2022 г. №5

Ульяновск, 2022

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 01D77C644FC1E54000000006381D0002
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 19.07.2021 до 19.07.2022

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.О Обязательная часть, Б1.О.07 Предметно-методического модуля по профилю «Математика» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Экономика», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: («Алгебра» и «Теория чисел», «Геометрия»), а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору студента (углубленное изучение отдельных тем и вопросов). Курс математического анализа является предшествующим для дисциплин: «Математический анализ в микро- и макроэкономике», «Комплексный анализ», «Функциональный анализ» «Теория вероятностей и математическая статистика», «Основы статистики»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии) и др.

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Педагогическая практика по математике, Научно-исследовательская работа.

Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

Цель дисциплины «Математический анализ» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

Задачи дисциплины связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математический анализ» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности

поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.			
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.	ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).		деятельности.	

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
1	4	144	24	-		40		53	экзамен 27
2	3	108	18	-	-	30	-	33	экзамен 27
3	4	144	24	-		40		53	экзамен 27
Итого	11	396	66	-		110		139	81

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
	1-й семестр (4 ЗЕ)				
1.	Ведение в анализ	12	-	20	26
2.	Дифференциальное исчисление функций одной	12	-	20	27

	действительной переменной				
Итого за 1-й семестр		**24**	**-**	**40**	**53**
2-й семестр (3 ЗЕ)					
3.	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной (исследование функций)	8		10	16
4.	Интегральное исчисление функций одной действительной переменной.	10		20	17
Итого за 3-й семестр		**18**	**-**	**30**	**33**
3-й семестр (4 ЗЕ)					
5.	Теория рядов	10	-	18	20
6.	Элементы дифференциального исчисления функций нескольких переменных. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	14	-	22	33
Итого за 4-й семестр		**24**	**-**	**40**	**53**
Всего		**66**	**-**	**110**	**139**

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Введение в анализ

Числовые множества. Действительные числа. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки. Функция. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной числовой последовательности. Число *е*. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Предел функции в точке и на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации).
Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.

Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной

Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Вычисление производных основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функции. Производная обратных функций. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Дифференциал и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала. Физический смысл производной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Многочлен и формула Тейлора. Правило Лопиталя. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности). Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума). Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства первообразных и неопределенных интегралов. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной). Основные методы интегрирования (интегрирование по частям). Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Несобственные интегралы (1 и 2 рода). Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора. Длина дуги плоской кривой. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем и площадь поверхности тела вращения. Приложения определенного интеграла в физике. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Теория рядов

Числовые ряды. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Знакопостоянные ряды. Общий признак сходимости положительных рядов. Признаки сравнения. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда Область сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

Периодические функции Гармонические колебания. Тригонометрические многочлены. Тригонометрические ряды. Ортогональные системы функций. Ортогональность тригонометрической системы функций на отрезке $[-\pi;\ \pi]$. Ряд Фурье функции, определенной на отрезке $[-\pi;\ \pi]$, достаточные условия его сходимости к своей функции (теорема Дирихле, без доказательства). Ряды Фурье четных и нечетных функций. Разложение функции, определенной на отрезке $[0;\ \pi]$, в ряд по синусам, в ряд по косинусам. Ряды Фурье на произвольном отрезке.

Элементы дифференциального исчисления функций нескольких переменных

Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области интегрирования, в случае области, элементарной относительно одной из осей координат. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования тройного интеграла. Свойства тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному в случае интегрирования по прямоугольному параллелепипеду (брусу), в случае области интегрирования, элементарной относительно одной из координатных плоскостей, одной из осей координат. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.

Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла по длине дуги, по координатам. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) вдоль плоской или пространстве ной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Вычисление работы силы при криволинейном перемещении тела.

Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоского контура интегрирования, соединяющего две данные точки плоскости. Первообразная полного дифференциала, интеграл от полного дифференциала как разность значений первообразной.

Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла по площади поверхности, по координатам. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности. Понятие о поверхностных интегралах первого и второго рода, их свойствах, их сведении к двойным интегралам.

Формула Остроградского-Гаусса и формула Стокса. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора контура интегрирования, соединяющего две данные точки пространства.

Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля. Циркуляция векторного поля вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Формулы Стокса, Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля. Потенциальные и соленоидальные поля. Дифференциальные операции второго порядка, оператор Лапласа

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя.

Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:
- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

ОС-1. Контрольная работа

1. Исследуйте последовательность $x_n = \dfrac{2n}{n+1}$ на монотонность и ограниченность.
2. Пользуясь определениями пределов (по Коши) докажите:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n-1}{3n+1} = \dfrac{2}{3}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}(3-4x) = -1$.
3. Вычислите пределы последовательностей и функций или установить их расходимость:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)(2n+1)}{(2n+9)(4-n)}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+5n}-n)$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^{5n}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{\sqrt{n^2+9}}$;
   5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\ldots+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$; 6) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-3x+2}$; 7) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2 2x}{tgx\cdot\sin 4x}$; 8) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\log_5(x-1)}{e^{2x}-e^4}$
4. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ и $\{b_n\}$ - произвольная последовательность. Можно ли утверждать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = 0$? Приведите соответствующие примеры (контрпримеры).
5. Исследовать функцию на непрерывность.

ОС-2. Контрольная работа

1. Найдите производную функции $y=\sqrt{4x+5}$, пользуясь определением.

2. Найти производную y':

а) $y=(ctgx)^{\sin x}$; б) $x^2+4\ln(x^2+y^2)=\sqrt{y}$; в) $\begin{cases} x=e^{2t}\cdot(2t^2+t); \\ y=e^t\cdot(t^4+2t). \end{cases}$

3. Найти производную второго порядка $y''-?$ $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

4. Составить уравнения касательной прямой и нормали, проведенных к графику функции $y=3x-\ln x$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

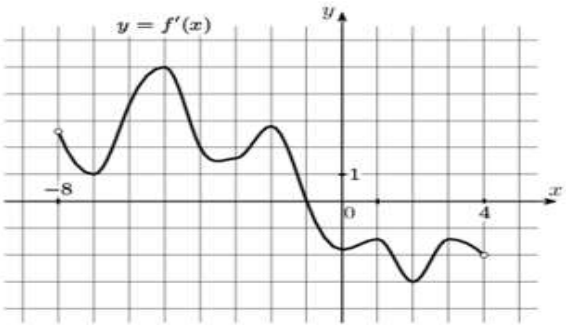
5. Прямая $y=-4x-11$ является касательной к графику функции $y=x^3+7x^2+7x-6$. Найдите абсциссу точки касания.

6. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{3x}\right)^{4x}$.

7. Найти точки экстремума и точки перегиба функции $y=x^4-6x^2-12$.

8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ – производная функции $y=f(x)$, определенной на интервале (–8; 4). В какой точке отрезка [–7; –3] функция $y=f(x)$ принимает наименьшее значение?



9. Построить возможный эскиз график функции $y=f(x)$, дифференцируемой во всех точках области определения, удовлетворяющий следующим данным:
1) $D(f): R\setminus\{-1;\ 2\}$; 2) асимптоты: $x=-1$, $x=2$, $y=x-1$; 3) точки пересечения с осями координат: (3; 0), (0; 2); 4) точка максимума x= - 2, точка минимума x= 0,5; 5) точек перегиба нет.

10. Разложить многочлен $y=x^3+2x^2-4x-2$ по степеням (x – 1).

ОС-3. Кейс-задачи

1.Построить графики функций с помощью производной первого порядка

$$y=2x^3-9x^2+12x-9.$$

2.Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданных отрезках.

$$y=x^2+\frac{16}{x}-16,\quad [1,\ 4].$$

3.Исследовать поведение функций в окрестностях заданных точек с помощью производных высших порядков.

$$y = x^2 - 4x - (x-2)\ln(x-1), \quad x_0 = 2.$$

4.Найти асимптоты и построить графики функций.

$$y = \left(x^2+1\right)\Big/\sqrt{4x^2-3}.$$

5.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \left(x^3+4\right)\Big/x^2.$$

6.Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов

1. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби.
2. Действительные числа как сечения множества рациональных чисел.
3. Действительные числа как классы эквивалентных фундаментальных последовательностей.
4. Полнота пространства действительных чисел и ее следствия в математическом анализе.
5. Показательная функция и геометрическая прогрессия как модели реальных процессов.
6. Логарифмическая функция как модель реальных процессов.
7. Степенные зависимости и их свойства.
8. Тригонометрические функции как модели колебательных процессов.
9. История тригонометрических функций.
10. Асимптоты кривой и асимптотическое поведение функций.
11. Понятие эластичности функции и его приложения в экономике.
12. Применение формулы Тейлора к исследованию поведения функций.
13. Исследование кривых, заданных параметрически.
14. Исследование некоторых кривых, заданных неявно.
15. Циклоида и ее свойства.
16. Семейство циклоидальных кривых.
17. Астроида и ее свойства.
18. Кардиоида и овалы Кассини.
19. Лемнискаты. Лемниската Бернулли и ее свойства.
20. Экстремальные задачи геометрического содержания в школьном курсе математики.
21. Экстремальные задачи физического содержания в школьном курсе математики.
22. Экстремальные задачи практического содержания в школьном курсе математики.
23. Доказательство тождеств средствами дифференциального исчисления.
24. Некоторые классические неравенства и их доказательство средствами дифференциального исчисления.

ОС-5. Контрольная работа

1. Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{(x+\sqrt{x})^2 dx}{(x+1)\sqrt{x^3}}$; 2) $\int \frac{4^x}{\sin^2(3\cdot 4^x+2)}dx$; 3) $\int (5x^2-4)\sin 2x dx$; 4) $\int \frac{x+3}{x^2+8x+12}dx$;

5) $\int \sin^5 3x dx$; 6) $\int \frac{\arccos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

2. Приведите пример функции $y=f(x)$ такой, что интеграл $\int f(x)\cdot\frac{dx}{2\cos x-3}$ будет вычисляться метод замены переменной, и приведите его решение.

ОС-6 . Контрольная работа

1. Вычислить интегралы или установить их расходимость:
2. 1) $\int_1^2 (x^2+2)\cdot\ln x\,dx$; 2) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln^3 x}}$; 3) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(2x+1)^2}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2-6x+3,\quad y=-2x+3$. Сделать чертеж.
4. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривыми: $y=x^3,\quad y=\sqrt{x}$. Сделать чертеж.
5. Решить дифференциальные уравнения: 1) $\left(xy^2+y^2\right)dx+\left(x^2-x^2y\right)dy=0,$ 2) $xy'+y=y^2$
6. Найти частное решение уравнения $x\sqrt{1+y^2}=-yy'$ при данном начальном условии: $y(2)=0$.

ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов

1. Интегрирование дифференциального бинома.
2. Теоремы о среднем для интегралов Римана.
3. Инфинитезимальные методы в трудах древних греков.
4. История создания интегрального исчисления
5. Некоторые геометрические приложения интеграла Римана.
6. Некоторые физические приложения интеграла Римана.
7. Первообразная и интеграл в школьном курсе физики.
8. Некоторые задачи физики, приводящие к дифференциальным уравнениям
9. История возникновения теории числовых рядов.
10. Степенные ряды в трудах И.Ньютона.
11. История теории степенных рядов
12. Функции, заданные с помощью рядов, и их исследование.
13. Методы суммирования рядов.

ОС -8. Контрольная работа

1. Исследовать сходимость рядов (указать признаки сходимости):

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot n^2}{(n-1)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n+1}{(2n+1)^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}$.

2. Исследовать сходимость рядов и установить характер сходимости:

а) $\frac{2}{2^3+1}-\frac{3}{3^3+2}+\frac{4}{4^3+3}-\frac{5}{5^3+4}+\ldots$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}\cdot n^n}{8^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+3}}$

3. Найти область сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n\cdot(x+3)^{n+1}}{n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot x^n}{6^n+3}$.

4. Используя известные разложения элементарных функций разложить функцию *f(x)* в ряд Тейлора по степеням $(x - x_0)$: $f(x) = \ln(3 - x)$, $x_0 = -2$.

ОС-9. Контрольная работа

1. Вычислить

$$\iint\limits_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right)dxdy;$$

$$D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}.$$

2. Вычислить

$$\iiint\limits_V x\ dx\ dy\ dz;$$

$$V:\ y = 10x,\ y = 0,\ x = 1,$$

$$z = xy,\ z = 0.$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$y^2 - 2y + x^2 = 0,$$

$$y^2 - 4y + x^2 = 0,$$

$$y = x/\sqrt{3},\ y = \sqrt{3}x.$$

4. Пластинка **D** задана ограничивающими ее плоскостями, m - поверхностная плотность. Найти массу пластинки

$$D:\ x = 1,\ y = 0,\ y^2 = 4x \quad (y \ge 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

5. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$y = 16\sqrt{2x},\ \ y = \sqrt{2x},$$

$$z = 0,\ \ x + z = 2.$$

6.Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$$

$$9z/2 = x^2 + y^2.$$

7.Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

$$z = 2 - 12\left(x^2 + y^2\right),$$

$$z = 24x + 2.$$

8.Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49,$$

$$-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \le z \le \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}},$$

$$-x \le y \le 0.$$

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с. –2017 [Электронный].

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	**СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,** используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Контрольная работа ОС-2. Контрольная работа ОС-3. Кейс-задачи ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов ОС-5. Контрольная работа. ОС-6. Контрольная работа. ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов ОС-8. Контрольная работа ОС-9. Контрольная работа	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для
	Оценочные средства для промежуточной аттестации **зачет (экзамен)** 1,2,3 семестры - экзамен в форме устного собеседования ОС-10. Экзамен (1 семестр) ОС-11.Экзамен (2 семестр) ОС-12.Экзамен (3 семестр)	

		достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

ОС-10.Экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Числовые множества.
2. Действительные числа.
3. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки.
4. Функция. Способы задания функций.
5. Основные элементарные функции.
6. Числовые последовательности.
7. Предел последовательности.
8. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых.
9. Арифметические операции над пределами.
10. Предельный переход в неравенствах.
11. Предел монотонной числовой последовательности.
12. Число *e*.
13. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса.
14. Предел функции в точке (различные определения, примеры, иллюстрации).
15. Предел функции на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации).
16. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции.
17. Основные теоремы о пределах функции.
18. Первый замечательный предел.
19. Второй замечательный предел.
20. Сравнение бесконечно малых функций.
21. Эквивалентные бесконечно малые функции.
22. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации).
23. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация.
24. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.
25. Определение производной функции одной действительной переменной. Физический смысл производной.
26. Дифференцируемость функции. Взаимосвязь непрерывности и дифференцируемости.
27. Правила дифференцирования.
28. Вычисление производных основных элементарных функций.
29. Дифференцирование сложных функции. Производная обратных функций.

30. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
31. Дифференциал и его применение.
32. Производные и дифференциалы высших порядков.
33. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала.
34. Основные теоремы дифференциального исчисления.
35. Многочлен и формула Тейлора.
36. Правило Лопиталя. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности).
37. Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума).
38. Достаточные условия экстремума в терминах производных высших порядков.
39. Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции.
40. Асимптоты.
41. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Примерные практические задания к экзамену

1. Найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{3x}-5^{-2x}}{arcsin4x}$.

2. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически $x = 3\arccos\ t,\quad y = 2\sqrt{1-t^2}$.

3. Найти асимптоты и построить график функции $y = \left(x^2+1\right)/\sqrt{4x^2-3}$.

ОС-11. Экзамен

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Свойства первообразных и неопределенных интегралов.
3. Таблица интегралов.
4. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной).
5. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям).
6. Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
9. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Классы интегрируемых функций.
12. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.
13. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям.
14. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
15. Несобственные интегралы (1 и 2 рода).
16. Геометрические приложения определенного интеграла.
17. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора.
18. Длина дуги плоской кривой.
19. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
20. Площадь поверхности тела вращения.
21. Приложения определенного интеграла в физике.

Примерные практические задания к экзамену

1.Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{(x+\sqrt{x})^2 dx}{(x+1)\sqrt{x^3}}$; 2) $\int \frac{4^x}{\sin^2(3\cdot 4^x+2)} dx$

2. Найти интеграл $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$

ОС-12. Экзамен

1. Числовые ряды.
2. Свойства числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Знакопостоянные ряды. Общий признак сходимости положительных рядов.
5. Признаки сравнения.
6. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера.
7. Ряды с неотрицательными членами. Радикальный признак Коши.
1. Ряды с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши.
2. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
3. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.
4. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда Область сходимости.
5. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса.
6. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
7. Степенные ряды. Теорема Абеля.
8. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
9. Свойства степенных рядов.
10. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора.
11. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
12. Некоторые приложения степенных рядов.
13. Тригонометрические ряды. Ортогональные системы функций. Тригонометрическая система как ортогональная система в пространстве функций, интегрируемых с квадратом. Разложение по ортогональной системе функций.
14. Ряд Фурье функции вещественной переменной на отрезке [-π; π]. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Достаточные условия сходимости ряда Фурье к своей функции (теорема Дирихле).
15. Разложение в ряды Фурье функций, заданных на *(-l,l).*
16. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
17. Разложение функции в ряд по синусам и в ряд по косинусам на отрезке [0; π].
18. Ряд Фурье на произвольном отрезке.
19. Функции нескольких переменных: область определения, линии (поверхности) уровня, способы графического представления функций двух, трех переменных.
20. Предел функции нескольких переменных: определение в терминах окрестностей и в терминах последовательностей. Непрерывность функции нескольких переменных.
21. Частные производные функции нескольких переменных, дифференциал функций нескольких переменных.
22. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
23. Двойной интеграл как предел интегральных сумм. Достаточные условия существования двойного интеграла.

24. Свойства двойного интеграла.
25. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной области интегрирования, в случае области, элементарной относительно одной из осей координат.
26. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
27. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
28. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла.
29. Тройной интеграл как предел интегральных сумм.
30. Достаточные условия существования тройного интеграла.
31. Свойства тройного интеграла.
32. Сведение тройного интеграла к повторному в случае интегрирования по прямоугольному параллелепипеду (брусу), в случае области интегрирования, элементарной относительно одной из координатных плоскостей, одной из осей координат.
33. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и в сферических координатах.
34. Геометрические и физические приложения тройного интеграла.
35. Задачи, приводящие к понятию криволинейного интеграла по длине дуги. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) вдоль плоской или пространстве ной кривой как предел интегральных сумм.
36. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Сведение криволинейного интеграла первого рода к интегралу Римана.
37. Приложения криволинейного интеграла 1 рода.
38. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) вдоль плоской или пространственной кривой как предел интегральных сумм. Основные свойства криволинейного интеграла второго рода. Сведение криволинейного интеграла второго рода к интегралу Римана. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
39. Приложения криволинейных интегралов 2 рода. Вычисление работы силы при криволинейном перемещении тела.
40. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
41. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора плоского контура интегрирования, соединяющего две данные точки плоскости. Первообразная полного дифференциала, интеграл от полного дифференциала как разность значений первообразной.
42. Задачи, приводящие к понятию поверхностного интеграла по площади поверхности. Квадрируемые поверхности, площадь поверхности.
43. Понятие о поверхностных интегралах первого и второго рода, их свойствах, их сведении к двойным интегралам.
44. Формула Остроградского-Гаусса. Условия независимости поверхностного интеграла второго рода от выбора поверхности, натянутой на данный контур.
45. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от выбора контура интегрирования, соединяющего две данные точки пространства.
46. Скалярные и векторные поля. Градиент скалярного поля, дивергенция и ротор векторного поля.
47. Циркуляция векторного поля вдоль кривой.
48. Поток векторного поля через поверхность.
49. Формулы Стокса, Остроградского-Гаусса в обозначениях векторной теории поля.
50. Потенциальные и соленоидальные поля.

Примерные практические задания к экзамену

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x

$$\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$$

Критерии оценивания знаний на экзамене

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу (каждый оценивается на 20 баллов), на 4 балла оценивается краткий ответ на дополнительный вопрос не входящий в билет (вопрос имеет однозначный ответ, выражаемый одним-двумя словами).

За ответ на каждый из теоретических вопросов

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Ответ на вопрос практически отсутствует. Изложены отдельные знания из разных тем, приведены некоторые неточные определения или примеры, не относящиеся к вопросу билета.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Даны некоторые общие сведения по теоретическому вопросу, но в них отсутствует ясность, студент владеет некоторой терминологией, но затрудняется проиллюстрировать излагаемые сведения на примерах.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью ответил по существу вопроса, но по теоретическому вопросу не привел доказательств, либо полностью раскрыл вопрос на примерах, но не сумел представить вопрос в обобщенной теоретической форме.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Могут быть допущены 1-2 недочета или неточности, исправленные самостоятельно в процессе ответа. Приведены доказательства. Ответ имеет четкую структуру, изложение последовательно, речь грамотна.

За решение задачи

От 0 до 5 баллов ставится, если:

Решение задачи отсутствует, но возможно демонстрируется владение отдельными терминами, использованными в условии.

От 6 до 10 баллов ставится, если:

Задача не решена, но есть некоторые подходы к решению. В процессе решения допускаются ошибки, которые студент не может исправить с помощью преподавателя.

От 11 до 15 баллов ставится, если:

Практически полностью решил задачу (возможно после нескольких наводящих вопросов преподавателя, либо после исправления.

От 16 до 20 баллов ставится, если:

Задача полностью решена (возможны небольшие вычислительные ошибки, которые студент корректирует самостоятельно после указания на них преподавателем).

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
2 семестр	Разбалловка по видам работ	9 х 1=9 баллов	15 х 1=15 баллов	212 баллов	Экзамен 64 балла
	Суммарный макс. балл	9 баллов max	24 балла max	236 баллов max	300 баллов max
1,3 семестр	Разбалловка по видам работ	12 х 1=12 баллов	20 х 1=20 баллов	272 балла	64 балла
	Суммарный макс. балл	12 баллов max	32 баллов max	336 баллов max	400 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 1,2,3 семестров

Оценка	**Баллы (3 ЗЕ)**
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150и менее
Оценка	**Баллы (4 ЗЕ)**
«отлично»	361-400
«хорошо»	281-360
«удовлетворительно»	201-280
«неудовлетворительно»	200 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

1 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Решение задач с использованием определения предела числовой последовательности.

Занятие 2. План. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечный предел функции. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей ∞ / ∞ и 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 3. План. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей 0/0. Техника раскрытия неопределённостей.

Занятие 4. План. Первый замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого замечательного предела. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределённостей. Замена переменных при нахождении пределов функций.

Занятие 5. План. Второй замечательный предел. Таблица эквивалентности, следствия второго замечательного предела

Занятие 6. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 7. Контрольная работа.

Занятие 8. План Производная функции, ее геометрический и физический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

Занятие 9. План. Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Занятие 10. План. Логарифмическое дифференцирование. Уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Занятие 11. План. Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность формы дифференциалов порядка выше первого. Формула Лейбница. Производные функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 12. План. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Техника нахождения пределов с использованием правила Лопиталя.

Занятие 13. Контрольная работа.

Занятие 14. План. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума в терминах первой производной.

Занятие 15. План. Достаточные признаки максимума и минимума в терминах производных высших порядков. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.

Занятие 16. План. Асимптоты кривых. Схематическое построение графиков на основе асимптот.

Занятие 17. Схема исследования функций. Проведение исследования функций и построение графиков.

Занятие 18. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной не отрезке. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на открытом промежутке.

Занятие 19. План. Решение текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение математических моделей текстовых задач.

Занятие 20. План. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Представление функций e^x, sin Занятие 15. x, cosx, $(1+x)^x$, ln(1+x) по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора.

2 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 2. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 3. План. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Занятие 4. План. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Занятие 5. План. Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных.

Занятие 6. План. Интегрирование алгебраических иррациональностей: интегралы вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$, тригонометрические подстановки, подстановки Эйлера; дифференциальный бином.

Занятие 7. Контрольная работа.

Занятие 8. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Занятие 9. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых координатах.

Занятие 10. План. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Занятие 11. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения.

Занятие 12. План. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах. Площадь поверхности тел вращения.

Занятие 13. Применение интегрального исчисления в физике, в экономике.

Занятие 14. План. Несобственные интегралы первого рода (интегралы с бесконечными пределами). Несобственные интегралы второго рода (интегралы от неограниченных функций). Геометрический смысл несобственных интегралов первого и второго рода. Обобщенная формула Ньютона-Лейбница.

Занятие 15. План. Сходящиеся и расходящиеся несобственные интегралы. Некоторые признаки сходимости.

3 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Простейшие операции с рядами: умножение на число, сложение. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши.

Занятие 2. План. Ряды с положительными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Теоремы сравнения.

Занятие 3. План. Знакочередующиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов.

Занятие 4. План. Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Теоремы о непрерывности суммы, о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами.

Занятие 5. План. Разложение функций в ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням x некоторых элементарных функций.

Занятие 6. План. Разложение функций по степеням x. Операции над степенными рядами. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.

Занятие 7. План. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Вычисление пределов, решение уравнений, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

Занятие 8. Ряд Фурье функции вещественной переменной на отрезке $(-l,l)$. Достаточные условия сходимости ряда Фурье к своей функции (теорема Дирихле).

Занятие 9. План. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Разложение функции в ряд по синусам и в ряд по косинусам на отрезке $[0; l]$. Ряд Фурье на произвольном отрезке.

Занятие 10. План. Функции нескольких переменных. Область определения. График. Линии и поверхности уровня. Предел функции в точке. Непрерывность.

Занятие 11. План. Частные производные. Дифференцирование функции нескольких переменных. Полный дифференциал, связь с частными производными. Градиент, производная по направлению.

Занятие 12. План. Двойные интегралы, их свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Задачи на нахождение двойных интегралов в декартовых координатах.

Занятие 13. План. Задачи на нахождение тройных интегралов в декартовых координатах. Приложения кратных интегралов.

Занятие 14. Замена переменных в кратном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах.

Занятие 15. План. Геометрические приложения кратных интегралов. Физические приложения кратных интегралов.

Занятие 16. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов первого рода. Определения криволинейных интегралов. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов первого рода. Приложения криволинейных интегралов первого рода.

Занятие 17. План. Задачи, приводящие к понятиям криволинейных интегралов второго рода. Основные свойства и вычисление криволинейных интегралов второго рода. Работа при движении материальной точки вдоль кривой. Формула Грина. Приложения криволинейных интегралов второго рода к нахождению площадей. Условия независимости криволинейных интегралов второго рода от пути интегрирования и их использование.

Занятие 18. План. Площадь поверхности, ее вычисление. Определение поверхностного интеграла первого рода, основные свойства и вычисление. Приложения поверхностных интегралов первого рода.

Занятие 19. План. Векторные поля. Векторные линии и векторные поверхности. Поток векторного поля. Теорема Остроградского. Дивергенция, инвариантное определение, физический смысл и вычисление. Соленоидальные поля. Основные свойства.

Занятие 20. План. Линейный интеграл поля. Циркуляция. Теорема Стокса. Ротор, инвариантное определение и физический смысл. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Потенциальные поля, условия потенциальности. Вычисление линейного интеграла в случае потенциального поля.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2015. – 444 с. – ISBN 978-5-9221-1585-8. – URL: https://znanium.com/catalog/document?id=293958
2. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа : учебник. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ: Учебник / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424 с. – ISBN 5-9221-0185-4. URL: https://znanium.com/catalog/document?id=303181

Дополнительная литература

1. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 1. – 680 с. – ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037
2. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – 8-е изд. – Москва : Физматлит, 2001. – Том 2. – 861 с. – ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038
3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. – Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). – Москва : Физматлит, 2002. – Том 3. – 727 с. – ISBN 5-9221-0155-2. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Интернет-ресурсы

1. Мир математических уравнений. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
2. Softline. http://exponenta.ru/
3. Популярные лекции по математике. http://ilib.mccme.ru/plm
4. Школьникам, студентам, аспирантам. http://ph4s.ru/
5. Прикладная математика. http://primat.org
6. Учебно-методическая литература для студентов. http://studfiles.ru/
7. Сайт издательства «Венец» УЛГТУ. http://venec.ulstu.ru/lib/

8. МГТУ ГА. http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm
9. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. http://window.edu.ru/