ПОВЕРХНОСТНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЭНЕРГИИ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛАЗМЫ С ЗЕРКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Сулейманова С.Ш.

Московский государственный областной университет, Мытищи, Россия
sevda-s@yandex.ru

Аннотация. Вычислена величина поверхностного поглощения энергии электрического поля с зеркальными граничными условиями.

Ключевые слова: уравнение Власова-Больцмана, поверхностное поглощение энергии электрического поля.

В работах [1], [2] получено аналитическое решение задачи о поведении плазмы с произвольной степенью вырождения электронного газа в полупространстве во внешнем переменном продольном (перпендикулярном поверхности) электрическом поле. Такой случай реализуется, например, при рассмотрении полупроводниковой твердотельной плазмы. Используются кинетическое уравнение Власова-Больцмана с интегралом столкновений типа БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук) и уравнение Пуассона для электрического поля.

Поглощение энергии удалось разделить на объемное и поверхностное. Проведен анализ поверхностного поглощения. Показан нетривиальный характер зависимости поверхностного поглощения от отношения частоты объемных столкновений электронов и частоты колебаний внешнего электрического поля.

Общая постановка задачи приведена в работе [1]. При этом используется -модельное уравнение Власова-Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \nu\left(f_{eq} - f\right). \tag{1}$$

и уравнение Пуассона для электрического поля

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \rho = e\int (f - f_0)d\Omega_F\,, \quad d\Omega_F = \frac{(2s+1)d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{2}$$

Здесь $f -$ функция распределения электронов, $f_{eq} -$ локально-равновесная функция распределения Ферми-Дирака, $f_{eq}(\mathbf{r}, v, t) = \left\{1 + \exp\frac{\mathcal{E}-\mu(\mathbf{r},t)}{kT}\right\}^{-1}$, $f_0 = f_{FD}$ – невозмущенная функция распределения Ферми-Дирака, $f_0(v,\mu) = f_{FD}(v,\mu_0) = \left\{1 + \exp\frac{\mathcal{E}-\mu_0}{kT}\right\}^{-1}$, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ – импульс электрона, $\mathcal{E} = mv^2/2$ – кинетическая энергия электрона, $\mu = \mathrm{const}$ и $\mu(\mathbf{r}, t)$ – соответственно невозмущенный и возмущенный химический потенциал, e и m – заряд и эффективная масса электрона, ρ – плотность заряда, $\hbar$ - постоянная Планка, ν – эффективная частота рассеяния электронов, s – спин частиц, для электрона $s = 1/2$, k – постоянная Больцмана, T – температура плазмы, которая считается постоянной в данной задаче, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – электрическое поле внутри плазмы.

Предполагается, что граничные условия рассеяния электронов на поверхности зеркальные: $f\left(x = 0, v_x, v_y, v_z, t\right) = f\left(x = 0, -v_x, v_y, v_z, t\right)$, при $v_x > 0$, $e(0) = 1$, $e(+\infty) < +\infty$. Пусть внешнее электрическое поле вне плазмы перпендикулярно границе плазмы и меняется по закону $\mathbf{E}_{ext}(t) = E_0 e^{-i\omega t}(1,0,0)$.

Соответствующее самосогласованное электрическое поле внутри плазмы будем обозначать через $\mathbf{E}(x,t) = E(x)e^{-i\omega t}(1,0,0)$.

Будем считать внешнее электрическое поле достаточно малым, чтобы была возможность линеаризовать задачу. Проведем линеаризацию уравнений (1) и (2) относительно абсолютной функции распределения Ферми-Дирака f_0: $f_{eq}(x,P,t) = f_0(P,\alpha) + g(P,\alpha)\delta\alpha(x)e^{-i\omega t}$, где $f_0(P,\alpha) = f_{FD}(P,\alpha) = \left(1 + e^{P^2-\alpha}\right)^{-1}$, $g(P,\alpha) = e^{P^2-\alpha}/\left(1 + e^{P^2-\alpha}\right)^2$, $\mathbf{P} = \mathbf{p}/p_T = \mathbf{v}/v_T$. Здесь v_T – тепловая скорость электронов, $v_T = \sqrt{2kT/m}$ и $\alpha = \mu/kT$ - безразмерный химический потенциал. Изменение химического потенциала считаем достаточно малым, чтобы было возможно представление $\alpha(x,t) = \alpha + \delta\alpha(x)e^{-i\omega t}$. Линеаризуем функцию распределения электронов: $f(x,P,P_x,t) = f_0(P,\alpha) + g(P,\alpha)h(x,P_x)e^{-i\omega t}$, где $h(x,P_x)$ – новая неизвестная функция, $h(x,P_x)\sim E$.

В результате получаем систему, содержащую новые неизвестные функции и обезмеренные переменные, подробное решение приведено в \cite{Sul3} . Решение основывается на методе разделения переменных, сводится к получению дисперсионной функции и поиску собственных функций, по которым можно разложить получившееся аналитическое решение. Спектр решений поставленной задачи определяет дисперсионная функция

$$\Lambda(z) = 1 - \frac{1}{w_0} - \frac{z^2 - \eta_1^2}{w_0\eta_1^2}\lambda_0(z,\alpha), \quad \lambda_0(z,\alpha) = 1 + z\int_{-\infty}^{\infty}\frac{k(\mu,\alpha)d\mu}{\mu - z}.$$

Константы w_0, η_1^2 и функция $k(\eta,\alpha)$ имеют вид

$$f_0(\eta,\alpha) = (1 + \exp(\eta^2 - \alpha))^{-1}, \;\; k(\eta,\alpha) = \frac{f_0(\eta,\alpha)}{2s_0(\alpha)}, \;\; s_0(\alpha) = \int_0^{+\infty} f_0(t,\alpha)\,dt,$$

$$s_2(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^2 f_0(t,\alpha)\,dt, \qquad w_0 = 1 - i\frac{\omega}{\nu}, \;\; \eta_1^2 = w_0\frac{\nu^2}{\omega_p^2}\frac{s_2(\alpha)}{s_0(\alpha)}.$$

В результате решения индуцированное элекромагнитное поле представляется в виде суммы трех слагаемых, соответствующих разложению по спектру дисперсионной функции. Структура возникающего в плазме электрического поля в общем случае может быть представлена в виде $e(x) = e_v(x) + e_s(x)$,

$$e_v(x) = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_\infty}, \;\; e_s(x) = \frac{2\Lambda_1\eta_0\exp(-w_0x/\eta_0)}{\Lambda'(\eta_0,\alpha)(\eta_1^2 - \eta_0^2)} + \frac{\Lambda_1}{w_0\eta_1^2 s_0(\alpha)}\int_0^{\infty}\frac{\eta^2 f_0(\eta,\alpha)exp(-w_0x/\eta_0)}{\Lambda^+(\eta,\alpha)\Lambda^-(\eta,\alpha)}.$$

Подробное описание электрического поля приводится в работе [2].

Исследуется отклик электронов в слое металла на внешнее переменное электрическое поле. Вычисляется величина поглощения энергии электрического поля в цилиндрической области основанием S и толщиной a, примыкающей к границе проводника. Перпендикулярно к ее поверхности приложено внешнее переменное электрическое поле $E_0\exp(-i\omega t)$.

Поглощение в цилиндрической области с основанием S и толщиной a выражается известной формулой [3]:

$$Q = \frac{S}{2}\mathrm{Re}\int_0^a j(x)E^*(x)\,dx.$$

Здесь «звездочка» означает комплексное сопряжение, а $j(x)$ – плотность тока.

Ввиду одномерности задачи уравнение для электрического поля имеет вид $dE/dx = 4\pi q$, где q – плотность заряда. Все величины имеют зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$, т.е.

$E = E(x)\exp(-i\omega t)$ и т.д. Уравнение неразрывности для системы заряд-ток запишется ввиду одномерности следующим образом: $\frac{dj(x)}{dx} - i\omega q(x) = 0$.

С помощью некоторых вычислений получаем, что

$$Q_s = \frac{\omega S E_0^2}{8\pi\nu}\sqrt{\frac{2kT}{m}}\frac{\varepsilon\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt[4]{\Omega^2+\varepsilon^2}}\sqrt{\frac{s_2(\alpha)}{s_0(\alpha)}}sin\frac{\theta}{2},$$

где $\theta = \mathrm{arctg}\,\frac{\Omega}{\varepsilon}$.

Величина Q_s соответствует поверхностному поглощению. Для достаточно широкого плазменного слоя (превышающего по ширине длину свободного пробега) Q_s не зависит от толщины слоя.

Список литературы

1. Сулейманова С.Ш., Юшканов А.А. Электрическое поле вблизи поверхности плазмы с произвольной степенью вырождения как отклик на внешнее переменное электрическое поле // ТМФ. 2020. Т. 204. - № 1. – С. 76-94.
2. Сулейманова С.Ш., Юшканов А.А. Диссипация энергии переменного электрического поля в полупространстве электронной плазмы с зеркальными граничными условиями // Физика плазмы. 2018. - Т. 44. - № 10. - С. 820-831.
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика // М.: Наука, 1979.