

Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической  
работе С.Н. Титов

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля  
основной профессиональной образовательной программы высшего  
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки  
44.03.01 Педагогическое образование  
направленность (профиль) образовательной программы  
Математика

(заочная форма обучения)

Составитель:  
Сибирева А.Р., к.ф.-м.н, доцент, доцент  
кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от 15 мая 2024 г. № 6.

Ульяновск, 2024

### Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам Блока 1. Дисциплины (модули), Б1.О Обязательная часть, Б1.О.07 Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «Математика», заочной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса «Алгебра и начала математического анализа» или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Изучение дисциплины взаимосвязано с рядом дисциплин учебного плана: «Алгебра», «Теория чисел», «Геометрия», а также иными математическими дисциплинами базовой и вариативной частей программы. Курс математического анализа является предшествующим для дисциплин: «Многомерный математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Теория вероятностей и математическая статистика»; для ряда разделов алгебры (например, теории многочленов) и геометрии (например, дифференциальной геометрии) и др. Курс математического анализа дополняется и поддерживается дисциплинами по выбору студента (углубленное изучение отдельных тем и вопросов).

Результаты изучения дисциплины являются основой для прохождения практик: Педагогическая практика по математике, Научно-исследовательская работа.

#### Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

**Цель дисциплины** «Математический анализ» – освоение бакалавром системы базовых понятий, идей и методов классического математического анализа, формирование навыков решения задач, умения оперировать математическим аппаратом, развитие абстрактно-логического мышления, подготовка к преподаванию школьных курсов математики.

**Задачи дисциплины** связаны с формированием общекультурных и профессиональных компетенций и включают формирование логической и алгоритмической культуры, системных знаний по базовым разделам современной математики, представлений о структуре математического знания в целом.

В результате освоения программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математический анализ» (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности

поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.			
<p>ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.</p> <p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p>	<p>ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания;</p> <p>ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики.</p>	<p>ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию.</p>	<p>ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий,</p> <p>ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике.</p>
<p>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.</p> <p>ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации</p>	<p>ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике;</p> <p>ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.</p>	<p>ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов;</p> <p>ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной</p>	<p>ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p>

развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).		деятельности.	
---	--	---------------	--

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Номер семестра	Учебные занятия								Форма итоговой аттестации
	Всего		Лекции, час	Лабораторные занятия, час	В т.ч. практическая	Практические занятия, час	В т.ч. практическая	Самостоятельная работа, час	
	Трудоемкость								
	Зачет. ед.	Часы							
3	4	144	4	-	-	12	-	119	экзамен 9
4	4	144	4	-	-	12	-	119	экзамен 9
5	3	108	4	-		10		85	экзамен 9
<b>Итого</b>	<b>11</b>	<b>396</b>	<b>12</b>	<b>-</b>		<b>34</b>		<b>323</b>	<b>27</b>

**3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

№ п/п	Наименование разделов и тем (с разбивкой на модули)	Количество часов по формам организации обучения			
		Лекционные занятия	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа
<b>3-й семестр (4 ЗЕ)</b>					
1.	Введение в математический анализ	2		6	60
2.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	2		6	59
<b>Итого за 3 семестр</b>		<b>4</b>	<b>-</b>	<b>12</b>	<b>119</b>
<b>4 семестр (4 ЗЕ)</b>					

1.	Интегральное исчисление функций одной переменной				
	Неопределенный интеграл	2		6	60
	Определенный интеграл	2		2	30
	Несобственный интеграл			0	9
	Приложения интегрального исчисления Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений			4	20
<b>Итого за 4-й семестр</b>		<b>4</b>	<b>-</b>	<b>12</b>	<b>119</b>
<b>5 семестр (3 ЗЕ)</b>					
1.	Ряды				
	Числовые ряды	2		5	45
	Функциональные ряды. Степенные ряды.	2		5	40
<b>Итого за 5-й семестр</b>		<b>4</b>	<b>-</b>	<b>10</b>	<b>85</b>

### **3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины**

#### **Введение в анализ**

Числовые множества. Действительные числа. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки. Функция. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых. Арифметические операции над пределами. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной числовой последовательности. Число  $e$ . Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса. Предел функции в точке и на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции. Основные теоремы о пределах функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации). Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.

#### **Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной**

Определение производной функции одной действительной переменной. Дифференцируемость функции. Правила дифференцирования. Вычисление производных основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функций. Производная обратных функций. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций. Дифференциал и его применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала. Физический смысл производной. Основные теоремы дифференциального исчисления. Многочлен и формула Тейлора. Правило Лопиталю. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности). Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума). Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

#### **Интегральное исчисление функций одной действительной переменной. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений**

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства первообразных и неопределенных интегралов. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной). Основные методы интегрирования (интегрирование по частям). Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых видов иррациональностей. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах. Несобственные интегралы (1 и 2 рода). Геометрические приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора. Длина дуги плоской кривой. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем и площадь поверхности тела вращения. Приложения определенного интеграла в физике. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

### **Теория рядов**

Числовые ряды. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Знакопостоянные ряды. Общий признак сходимости положительных рядов. Признаки сравнения. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда Область сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Некоторые приложения степенных рядов.

#### **4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия,

требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам;
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

*Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:*

1. Волкова Н.А., Столярова И.В., Фолиадова Е.В. История математики: учебно-методические рекомендации. –Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова. 2017 – 39 с.
2. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Исследование функций: методические указания. – 2е изд. испр. –Ульяновск: УлГТУ, 2013. –32 с. – 2017 [Электронный].
3. Коноплева И.В., Сибирева А.Р. Пределы и непрерывность: Методические указания. - Ульяновск: УлГТУ, 2004. - 34 с. – 2017 [Электронный].
4. Математический анализ. Введение в анализ: учебно-методическое пособие для студентов направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика. Информатика», «Математика. Иностранный язык», «Физика. Математика» и 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика». Квалификация (степень) выпускника: бакалавр. Макеева О.В. – Ульяновск. УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2017. – 49 с.
5. Распутько Т. Б., Сибирева А.Р. Функции нескольких переменных: методические указания. –Ульяновск: УлГТУ, 2004. – 32 с. – 2017 [Электронный].
6. Распутько Т.Б., Сибирева А.Р. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. УлГТУ, Ульяновск, 2001. –36 с. – 2017 [Электронный].
7. Сибирева А.Р., Распутько Т.Б. Методы интегрирования. методические указания для самостоятельной работы студентов. Изд. 2-е. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 40 с. – 2017 [Электронный].
8. Сибирева А.Р., Ригер Т.В. Кратные интегралы. Методические указания к типовому расчету по высшей математике. –Ульяновск: УлГТУ, 1997. – 32 с. – 2017 [Электронный].
9. Сибирева А.Р., Савинов Н.В. Качественные задачи и контрпримеры на тему «Пределы». Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 32 с. –2017 [Электронный].

## **5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

№ п/п	СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ, используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции	Образовательные результаты дисциплины
	ОС-1. Контрольная работа ОС-2. Контрольная работа ОС-3. Кейс-задачи ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов  ОС-5. Контрольная работа. ОС-6. Контрольная работа. ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов  ОС-8. Контрольная работа ОС-9. Тест для проверки остаточных знаний	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике;
	<b>Оценочные средства для промежуточной аттестации зачет (экзамен)</b> 1,2,3 семестры - экзамен в форме устного собеседования ОС-10. Экзамен (3 семестр) ОС-11. Экзамен (4 семестр) ОС-12. Экзамен (5 семестр)	

		<p>ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.</p> <p>ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов;</p> <p>ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности</p> <p>ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.</p>
--	--	--

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

ОС-1. Контрольная работа «Пределы и непрерывность»

ОС-2. Контрольная работа «Производные»

ОС-3. Кейс-задачи «Исследование функций»

ОС-4. Примерный перечень тем докладов и рефератов

ОС-5. Контрольная работа «Методы интегрирования»

ОС-6 . Контрольная работа «Приложения определенного интеграла»

ОС-7. Примерный перечень тем докладов и рефератов

ОС -8. Контрольная работа «Ряды»

ОС-9 Тест для проверки остаточных знаний

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

**ОС-10.Экзамен.**

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Числовые множества.
2. Действительные числа.
3. Ограниченные числовые множества. Окрестность точки.
4. Функция. Способы задания функций.
5. Основные элементарные функции.
6. Числовые последовательности.

7. Предел последовательности.
8. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых.
9. Арифметические операции над пределами.
10. Пределный переход в неравенствах.
11. Предел монотонной числовой последовательности.
12. Число  $e$ .
13. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса.
14. Предел функции в точке (различные определения, примеры, иллюстрации).
15. Предел функции на бесконечности (различные определения, примеры, иллюстрации).
16. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых. Теорема о связи предела функции и бесконечно малой функции.
17. Основные теоремы о пределах функции.
18. Первый замечательный предел.
19. Второй замечательный предел.
20. Сравнение бесконечно малых функций.
21. Эквивалентные бесконечно малые функции.
22. Непрерывность функции в точке (примеры, иллюстрации).
23. Односторонние пределы. Точки разрыва функции. Их классификация.
24. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.
25. Определение производной функции одной действительной переменной. Физический смысл производной.
26. Дифференцируемость функции. Взаимосвязь непрерывности и дифференцируемости.
27. Правила дифференцирования.
28. Вычисление производных основных элементарных функций.
29. Дифференцирование сложных функций. Производная обратных функций.
30. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
31. Дифференциал и его применение.
32. Производные и дифференциалы высших порядков.
33. Касательная прямая. Геометрический смысл производной и дифференциала.
34. Основные теоремы дифференциального исчисления.
35. Многочлен и формула Тейлора.
36. Правило Лопиталя. Исследование функций с помощью производных (монотонность, признаки монотонности).
37. Исследование функций с помощью производных (экстремумы функции, необходимое условие экстремума и достаточное условие экстремума).
38. Достаточные условия экстремума в терминах производных высших порядков.
39. Исследование функций с помощью производных (выпуклость функции, точки перегиба). План построения графика функции.
40. Асимптоты.
41. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

### Примерные практические задания к экзамену

1. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 5^{-2x}}{\arcsin 4x}$ .
2. Найти производные 1-го и 2-го порядка от функции, заданной параметрически  $x = 3 \arccos t$ ,  $y = 2\sqrt{1 - t^2}$ .
3. Найти асимптоты и построить график функции

$$y = (x^2 + 1) / \sqrt{4x^2 - 3}.$$

### ОС-11. Экзамен

#### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Свойства первообразных и неопределенных интегралов.
3. Таблица интегралов.
4. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной).
5. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям).
6. Интегрирование простейших правильных рациональных функций. Общее правило интегрирования рациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Интегрирование некоторых видов иррациональностей.
9. Определенный интеграл (интеграл Римана). Его геометрический смысл.
10. Основные свойства определенного интеграла.
11. Классы интегрируемых функций.
12. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.
13. Интегрирование методом подстановки, методом интегрирования по частям.
14. Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.
15. Несобственные интегралы (1 и 2 рода).
16. Геометрические приложения определенного интеграла.
17. Площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора.
18. Длина дуги плоской кривой.
19. Вычисление объема тел по известным площадям параллельных сечений. Объем тела вращения.
20. Площадь поверхности тела вращения.
21. Приложения определенного интеграла в физике.
22. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений(ОДУ).
23. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
24. ОДУ первого порядка - с разделяющимися переменными.

#### Примерные практические задания к экзамену

1. Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{(x + \sqrt{x})^2 dx}{(x+1)\sqrt{x^3}}; 2) \int \frac{4^x}{\sin^2(3 \cdot 4^x + 2)} dx$$

2. Найти интеграл  $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$

### ОС-12. Экзамен

1. Числовые ряды.
2. Свойства числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Знакопостоянные ряды. Общий признак сходимости положительных рядов.
5. Признаки сравнения.
6. Ряды с неотрицательными членами. Признак Даламбера.
7. Ряды с неотрицательными членами. Радикальный признак Коши.
8. Ряды с неотрицательными членами. Интегральный признак Коши.
9. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

10. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.
11. Функциональные последовательности и ряды. Сумма функционального ряда  
Область сходимости.
12. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса.
13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Теорема Абеля.
15. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
16. Свойства степенных рядов.
17. Формула и ряд Тейлора. Теоремы о сходимости ряда Тейлора.
18. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
19. Некоторые приложения степенных рядов.

### Примерные практические задания к экзамену

1. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

2. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням  $x$

$$\frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2$$

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

### Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

*Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся*

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Экзамен, зачет
<b>3,4 семестр</b>	Разбалловка по видам работ	2 x 1=2 балла	6x 1=6 баллов	296 баллов	96 баллов
	Суммарный макс. балл	2 балла max	6 баллов max	304 балла max	400 баллов max
<b>5 семестр</b>	Разбалловка по видам работ	2x 1=2 балла	5 x 1=5 баллов	229 баллов	Экзамен 64 балла
	Суммарный макс. балл	2 балла max	5 баллов max	236 баллов max	300 баллов max

*Критерии оценивания работы обучающегося по итогам 3 семестров*

Оценка	Баллы (3 ЗЕ)
«отлично»	271-300
«хорошо»	211-270
«удовлетворительно»	151-210
«неудовлетворительно»	150 и менее
Оценка	Баллы (4 ЗЕ)
«отлично»	361-400
«хорошо»	281-360
«удовлетворительно»	201-280
«неудовлетворительно»	200 и менее

## **6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

### **Подготовка к практическим занятиям.**

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

## **Планы практических занятий**

### **3 СЕМЕСТР**

Занятие 1. План. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Предел числовой последовательности. Функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Решение задач на нахождение пределов, раскрытие неопределенностей  $\infty/\infty$  и  $0/0$ . Техника раскрытия неопределенностей.

Занятие 2. План. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые. Таблица эквивалентности, следствия первого и второго замечательного пределов. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов. Техника раскрытия неопределенностей.

Занятие 3. Определение непрерывности функции. Непрерывность функции на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных в точке: непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.

Занятие 4. План Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Таблица производных. Техника нахождения табличных производных. Производная суммы, произведения, частного.

Занятие 5. Производная сложной и обратной функций. Техника нахождения производных.

Логарифмическое дифференцирование. Уравнения касательной и нормали. Дифференциал функции. Связь с производной. Геометрический смысл дифференциала. Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Случай функций, заданных параметрически. Дифференцирование неявно заданных функций.

Занятие 6. Условия возрастания и убывания функций. Необходимое условие экстремума. Достаточные признаки максимума и минимума. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.

Асимптоты. Схема исследования функций. Исследование функций и построение графиков. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывной на отрезке.

#### 4 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул.

Занятие 2. План. Простейшие приемы интегрирования: внесение под знак дифференциала. Техника интегрирования.

Занятие 3. План. Некоторые приемы интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование алгебраических иррациональностей: простейшие иррациональности. Интегрирование по частям.

Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование дробей первого, второго и третьего типа. Алгоритм интегрирования дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Интегрирование тригонометрических выражений. Интегрирование простейших тригонометрических выражений. Универсальная замена переменных. Тригонометрические подстановки.

Занятие 4. План. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур в декартовых и полярных координатах; в случае, если кривая задана параметрически.

Занятие 5. План. Приложения определенного интеграла к вычислению к вычислению объемов тел. Понятие кубируемого тела. Вычисление объема тела по известным площадям поперечных сечений. Вычисление объема тела вращения. Определение и вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие спрямляемой кривой. Дифференциал длины дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги кривой, заданной явно в декартовых координатах. Длина дуги кривой, заданной явно в полярных координатах.

Занятие 6. План. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. ОДУ первого порядка - с разделяющимися переменными

#### 5 СЕМЕСТР

Занятие 1. План. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости Д'Аламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда.

Занятие 2. План. Знакопеременяющиеся ряды. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Обобщение признаков сходимости Д'Аламбера и Коши на случай знакопеременных рядов.

Занятие 3. План. Функциональные ряды, область сходимости. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Круг сходимости, интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора.

Занятие 4. План. Разложение по степеням  $x$  некоторых элементарных функций. Действия со степенными рядами.

Занятие 5. План. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Вычисление пределов, решение уравнений, нахождение интегралов с помощью степенных рядов.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины**

### **Основная литература**

1. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие : в 3 т . Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; под ред. Л. Д. Кудрявцева. — 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 496 с. - ISBN 978-5-9221-0306-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1223515>
2. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - Москва :ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.: ISBN 978-5-9221-1585-8. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854332>

### **Дополнительная литература**

3. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. — 8-е изд., испр. и доп. — Москва : Физматлит, 2001. — Том 1. — 680 с. — ISBN 978-5-9221-0156-0. URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037>
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. — 8-е изд. — Москва : Физматлит, 2001. — Том 2. — 861 с. — ISBN 978-5-9221-0157-8. URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>
5. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринский. — Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). — Москва : Физматлит, 2002. — Том 3. — 727 с. — ISBN 5-9221-0155-2. URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

### **Интернет-ресурсы**

1. Мир математических уравнений. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. Softline. <http://exponenta.ru/>
3. Популярные лекции по математике. <http://ilib.mccme.ru/plm>
4. Школьникам, студентам, аспирантам. <http://ph4s.ru/>
5. Прикладная математика. <http://primat.org>
6. Учебно-методическая литература для студентов. <http://studfiles.ru/>
7. МГТУ ГА. <http://vm.mstuca.ru/posobia/posobia.htm>
8. Единое окно доступа к образовательным ресурсам. <http://window.edu.ru/>

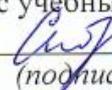
Лист согласования рабочей программы  
учебной дисциплины (практики)

**Направление подготовки:** 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

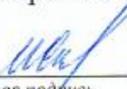
**Рабочая программа** Математический анализ

**Составители:** А.Р. Сибирева – Ульяновск: УлГПУ, 2024.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители  А.Р.Сибирева  
(подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" апреля 2024г., протокол № 8  
Заведующий кафедрой

 Столярова И.В. 23.04.24  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой  
Сотрудник библиотеки

 Марсакова Ю.Б. 04.04.24  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "15" мая 2024 г., протокол № 6  
И.о. декана факультета физико-математического и технологического образования

 Череватенко О.И.