

Министерство Просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебно-методической  
работе С.Н. Титов

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ И  
СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

Программа учебной дисциплины вариативного модуля «Прикладное  
математическое моделирование»

основной профессиональной образовательной программы высшего  
образования – программы магистратуры по направлению подготовки  
44.04.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) образовательной программы  
Инженерно-педагогическое образование  
(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,  
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-  
математического и технологического образования, протокол от «15» мая  
2024 г. № 6

Ульяновск, 2024

## Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические модели в естественно-научных и социально-гуманитарных исследованиях» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1. Дисциплины (модули) вариативного модуля «Прикладное математическое моделирование» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы магистратуры по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках курса бакалавриата и дисциплин Динамические системы, Теория аргументации в исследовательской деятельности.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Элементы математической экономики, Прикладной функциональный анализ, Линейные операторы и их приложения, Производственная практика (преддипломная), и для прохождения государственной итоговой аттестации

### 1. Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине

**Целью** освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: формирование способности к преподаванию учебного предмета математика для разных направлений подготовки на разных уровнях образования.

**Задачей** освоения дисциплины является формирование представлений о роли математики в практической деятельности и прикладных областях, отработка понятийного аппарата математики, техники проведения математических расчетов, формирование и закрепление умения проводить строгие абстрактно-логические доказательства, решать практические задачи средствами математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

| Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине   | Образовательные результаты дисциплины<br>(этапы формирования дисциплины)                             |  |         |
|---|--|--|---------|
|   | Знает  | Умеет  | владеет |
| УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.<br>ИУК 1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для выработки стратегии действий по разрешению | ОР-1.<br>Приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.<br><br>ОР-2 | ОР-3<br>Грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий |         |

|   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| <p>проблемной ситуации.<br/>ИУК 1.3. Рассматривает различные варианты решения проблемной ситуации на основе системного подхода, оценивает их преимущества и риски.<br/>ИУК 1.4. Грамотно, логично, аргументированно формулирует собственные суждения и оценки. Предлагает стратегию действий.</p> | <p>о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.</p> |  |  |
|---|---|--|--|

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

| Номер семестра | Учебные занятия |      |             |                           |                           |                        | Форма промежуточной аттестации |
|----------------|-----------------|------|-------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|--------------------------------|
|                | Всего           |      | Лекции, час | Практические занятия, час | Лабораторные занятия, час | Самостоят. работа, час |                                |
|                | Трудоемк.       |      |             |                           |                           |                        |                                |
|                | Зач. ед.        | Часы |             |                           |                           |                        |                                |
| 3              | 3               | 108  | 4           | -                         | 20                        | 84                     | зачет                          |
| Итого:         | 3               | 108  | 4           | -                         | 20                        | 84                     |                                |

**3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3.1. Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

|                            |   |
|----------------------------|---|
| Наименование раздела и тем | Количество часов по формам организации обучения |
|----------------------------|---|

|  | Лекционные занятия | Практические занятия | Лабораторные занятия | Самостоятельная работа |
|--|--------------------|----------------------|----------------------|------------------------|
| <b>3 семестр</b>   |                    |                      |                      |                        |
| Оптимизационные математические модели в различных науках           |                    | -                    | 8                    | 24                     |
| Дифференциальные уравнения как модели процессов в различных науках | 2                  | -                    | 6                    | 30                     |
| Численные методы в анализе сложных математических моделей          | 2                  | -                    | 6                    | 30                     |
| <b>Всего по дисциплине:</b>  | <b>4</b>           | <b>-</b>             | <b>20</b>            | <b>84</b>              |

### 3.2. Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

#### Краткое содержание курса

#### 1. Оптимизационные математические модели в различных науках

Основные задачи теории принятия решений. Функции решения в методологии и организационной математике. Понятие математической модели и математического моделирования. Компьютерные и математические модели. Методы линейного программирования в составлении диет и пищевых рационов. Оптимизационные методы использования природных ресурсов. Оптимизационные модели в социально-экономической сфере. Задачи линейного программирования в природоохранных технологиях. Симплекс-метод. Двойственный симплекс-метод. Решение задач линейного программирования с помощью компьютерных программ. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов».

#### Тема 2. Дифференциальные уравнения как модели процессов в различных науках

Понятие решения автономного дифференциального уравнения. Стационарное состояние и его устойчивость. Непрерывные и дискретные модели роста популяции. Модели экспоненциального и логистического роста. Модель с наименьшей критической численностью. Модели всасывания веществ, изменения концентрации гормона. Процесс радиоактивного распада. Схема гибели и размножения. Модели отбора. Применение в анализе систем массового обслуживания. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов».

#### Тема 3. Численные методы в анализе сложных математических моделей

Понятие фазовых переменных и фазового пространства. Фазовый портрет. Метод изоклин. Исследование устойчивости стационарных состояний. Модели Лотки и Вольтерра. Моделирование нервных процессов. Равновесный потенциал. Уравнение Нернста. Ионные токи и мембранный потенциал. Влияние параметров проницаемости и ионных концентраций на нервный импульс. Моделирование влияния медицинских препаратов и ритмического раздражения. Интерактивная форма: «Использование математических пакетов», групповое интерактивное задание.

#### 4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательную, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах:

- подготовки к устным докладам (подготовка рефератов);
- решение задач (домашних заданий) по изучаемым темам;
- выполнение групповых интерактивных заданий.

### **ОС-1. Самостоятельная работа**

Через 6 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через сутки?

### **ОС-2. Групповое интерактивное задание.**

Студенты разбиваются на микрогруппы по 3-4 человека в зависимости от количества студентов в группе, и получают задание разработать план-конспект просветительского или развлекательного мероприятия по тематике динамического программирования

Примерные темы:

1. Моделирование неограниченного роста.
2. Модели автокатализа
3. Ограниченный рост. Уравнение Ферхюльста
4. Автоволны и диссипативные структуры. Базовая модель "брюсселятор"
5. Реакция Белоусова-Жаботинского.

6. Базовая модель взаимодействия. Конкуренция. Отбор.
7. Типы трофических функций и их влияние на устойчивость системы «Хищник- жертва»
8. Биометрия
9. Математические модели водоемов как экосистем
10. Динамическое программирование в решении кадровых задач
11. Динамическое программирование в инвестировании
12. Динамическое программирование в задаче о замене оборудования

### ОС-3. Контрольная работа

Примерный вариант контрольной работы

1. Дана таблица измеряемых величин  $x$  и  $y$ . Написать уравнение регрессии (зависимости)  $y$  от  $x$

|   |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| Y | 2,1 | 3,9 | 6.2 | 8.1 | 9.6 |

2. Из трех видов сырья необходимо составить смесь наименьшей стоимости, в состав которой входит не менее 26 ед. химического вещества А, не менее 30 единиц вещества В, не менее 24 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества в 1 кг сырья, а также цена 1 кг сырья указаны в таблице

| Вещество              | Количество единиц вещества в 1 кг сырья вида $i$ |   |   |
|-----------------------|--|---|---|
|                       | 1  | 2 | 3 |
| А                     | 1  | 1 | - |
| В                     | 2  | - | 3 |
| С                     | 1  | 2 | 4 |
| Цена 1 кг сырья (руб) | 5  | 6 | 7 |

### ОС-4. Тест

Примерный вопрос:

Фирма выпускает два вида изделий. Для изготовления изделия первого вида требуется 16 кг железа, а также 9 кг алюминия, а для второго – 6 кг железа и 7 кг алюминия. Изделие первого вида приносит чистую прибыль в 5 тыс. руб., а второго – в 7 тыс. руб. Всего имеется 96 кг железа и 69 кг алюминия. Пусть  $x$  – количество изделий первого вида, выпускаемых фирмой, а  $y$  – количество изделий второго вида. Тогда при составлении оптимального плана выпуска следует найти:

- а) Максимум функции  $F = 5x + 7y$ ; б) Минимум функции  $F = 5x + 7y$ ;
- в) Максимум функции  $F = 96x + 69y$ ; г) Минимум функции  $F = 96x + 69y$ .

***Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:***

1 Глухова Н.В. Математические модели для магистров-биологов: учебное пособие. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – 90 с. (Электронное учебное пособие).

3. Теория вероятностей с элементами математической статистики и анализа систем массового обслуживания. Часть 2. Математическая статистика. Элементы теории случайных процессов и теории массового обслуживания. Учебное пособие для студентов

специальности «Управление персоналом» / сост. Н.А. Волкова, Н.В. Глухова. – Ульяновск: УлГПУ, 2010. – 76 с.

4. Глухова Н.В., Череватенко О.И. Линейное программирование в управлении персоналом: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 080400.62. – Ульяновск, УлГПУ, 2013. – 70 с.

5. Глухова Н.В. Теория принятия решений: учебное пособие. / Глухова Н.В. – Ульяновск: ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», 2017. – 48 с.

## 5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

**Цель проведения аттестации** – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

**Промежуточная аттестация** осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

| №<br>п/п | <b>СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,</b><br>используемые для текущего оценивания<br>показателя формирования компетенции   | Образовательные<br>результаты дисциплины  |
|----------|--|---|
|          | <p align="center"><b>Оценочные средства для текущей аттестации</b></p> <p>ОС-1 Самостоятельная работа<br/>ОС-2 Групповое интерактивное задание<br/>ОС-3 контрольная работа<br/>ОС-4 Тест</p> | <p>ОР-1. Знает приемы и методы выработки стратегии действий по разрешению проблемной ситуации.</p> <p>ОР-2 Знает о существовании различных вариантов решения проблемной ситуации на основе системного подхода, методах оценки преимуществ и рисков как результатов принятого решения.</p> |
|          | <p align="center"><b>Оценочные средства для промежуточной аттестации</b></p> <p>ОС-5 Зачет в форме устного собеседования</p>   | <p>ОР-3 умеет грамотно, логично, аргументированно формулировать собственные суждения и оценки, вырабатывать стратегию действий.</p>   |

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

***Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

***Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине***

**Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Построение математических моделей. Определение целевой функции.
2. Прикладные задачи сводимые к задачам линейного программирования.
3. Целевая функция и система ограничений. Примеры составления. Приведение системы ограничений к виду равенств и неравенств.
4. Двойственные задачи и их применение к задачам на составление пищевых рационов и оптимальных смесей.
5. Задача оптимизации использования ресурсов.
6. Симплекс-метод решения задач линейного программирования
7. Решение задач линейного программирования с помощью стандартных пакетов программ
8. Задача о рациональном использовании экологических ресурсов.
9. Задача о смеси.
10. Задачи о диетах.
11. Модели, описываемые одним дифференциальными уравнениями. Численность бактерий.
12. Модели роста популяций. Экспоненциальный и логистический рост. Модель с наименьшей критической численностью.
13. Моделирование изменения концентраций веществ.
14. Модели, описываемые системами дифференциальных уравнений.
15. Модели взаимодействия популяций. Вольтеровские модели: модели конкуренции и хищник-жертва.
16. Модель нервного импульса. Уравнение Нернста. Активация и инактивация ионных токов.
17. Задача определения оптимального числа персонала в системе массового обслуживания с отказами. Пример и решение.
18. Системы массового обслуживания с отказами. Среднее число занятых каналов, вероятность отказа и простоя в данной системе.
19. Системы массового обслуживания с отказами. Абсолютная и относительная пропускная способности.
20. Системы массового обслуживания с ограниченной очередью. Расчет средней длины очереди.
21. Системы массового обслуживания с неограниченной очередью. Определение средней длины очереди
22. Замкнутые системы массового обслуживания.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.



## Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

### Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

|                  |                            | Посещение лекций | Посещение практических занятий | Работа на практических занятиях | Зачет             |
|------------------|----------------------------|------------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------|
| <b>3 семестр</b> | Разбалловка по видам работ | 1 x 2=2 балла    | 10 x 1= 10 баллов              | 224 балла                       | 64 баллов         |
|                  | Суммарный макс. балл       | 2 балла<br>Мах   | 12 баллов<br>тах               | 236 баллов<br>тах               | 300 баллов<br>тах |

### Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

| Оценка       | Баллы (3 ЗЕ) |
|--------------|--------------|
| «зачтено»    | 151-300      |
| «не зачтено» | 150 и менее  |

## 6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

### Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

## Планы практических занятий

### ЗАНЯТИЕ № 1. Задачи линейного программирования (ЗЛП)

Задача № 1.1. Составьте математические модели следующих ситуаций.

а. Некий водоём заселяется каждой весной окунями и карасями. Средняя масса окуня составляет 0,8 кг, карася – 0,4 кг. Имеется два вида пищи, ежедневный запас которой поддерживается для первого типа на уровне 500 кг, а второго – 900 кг. Один окунь в среднем за день потребляет 100 г пищи первого типа и 300 г пищи второго типа, для карася соответствующие величины составляют 200 и 100 г. Как следует заселить водоём, чтобы максимизировать суммарную биомассу рыб?

б. При производстве удобрений смешивают в различных соотношениях три химических вещества, а удобрения продаются в упаковках по 10 кг. Три этих вещества стоят соответственно 20, 15 и 5 рублей за килограмм. В любой смеси должно присутствовать не менее 2 кг первого вещества, а содержание третьего вещества не должно превышать количества второго. Как следует составить смесь, чтобы стоимость упаковки удобрения была минимальной.

в. Средний дневной рацион хищника составляет 10 ед. пищи А, 12 ед. пищи В, 12 ед. пищи С. Эти потребности удовлетворяются двумя видами жертвы. Первый вид даёт 5 ед. пищи вида А, 2 ед. пищи В и 1 ед. пищи С. Для второго вида соответствующие величины составляют 1, 2, и 4 ед. На поимку жертвы первого вида требуется в среднем 3 ед. энергии, а второго – 2 ед. энергии. Поедание какого числа жертв обеспечит хищнику удовлетворение его потребностей с наименьшими затратами энергии?

г. Пища для собак готовится из говядины, конины и печени. 1 кг говядины стоит 150 рублей и содержит 0,2 кг белка и 0,5 кг углеводов. Конина стоит 100 рублей за кг и содержит 0,1 кг белка и 0,6 кг углеводов. Наконец, печень стоит 200 рублей за кг и содержит 0,4 кг углеводов и 0,3 кг белка. Составить оптимальный рацион для собаки, минимальные потребности которой в углеводах составляют 6 кг углеводов и 3,1 кг белка в месяц.

## **ЗАНЯТИЕ № 2. Решение задач симплекс-методом**

1. Найти максимум целевой функции  $F$  при заданной системе ограничений симплекс-методом. Указать значения переменных  $x_1, x_2, \dots$  ( $x_i \geq 0$ ) при которых достигается максимальное значение.

а)  $F = x_1 + x_2$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 \leq 1;$$

$$x_2 - x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_3 \leq 2.$$

б)  $F = 2x_1 - x_3 + x_4$

Система ограничений:

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 10$$

$$x_1 - x_3 + 2x_4 \leq 8.$$

2. Завод выпускает две модели автомобилей: одну – более дорогую, а вторую – более дешёвую. На заводе работает 1000 неквалифицированных рабочих и 900 квалифицированных, каждому из которых оплачивается 40 рабочих часов в неделю. Изготовление одной дорогой модели требует 30 часов неквалифицированного и 50 часов квалифицированного труда. Изготовление одной более дешёвой модели требует 40 часов неквалифицированного и 20 часов квалифицированного труда. Затраты на сырьё и комплектующие составляют 500 долларов на одну дешёвую модель и 1500 долларов на одну более дорогую. Суммарные затраты завода на сырьё и комплектующие не должны превышать 900 тыс. долларов в неделю. Рабочие, осуществляющие доставку автомобилей могут забирать не более 210 автомобилей в день и работают 5 дней в неделю. Одна модель (более дорогая) приносит заводу 1000 долларов чистой прибыли, а вторая – 500 долларов. Какой объём недельного выпуска моделей каждого типа можно порекомендовать заводу?

### **ЗАНЯТИЕ № 3.**

#### **Переход к двойственным задачам**

1. Составьте ежедневный рацион кормления птицы так, чтобы обеспечить ее необходимым количеством питательных веществ А, В и С и так, чтобы это было наиболее дешевый рацион. Необходимые данные приведены в таблице.

| Питательные вещества        | содержание веществ в единице корма, ед. |         | массы | требуемое количество в смеси, ед. |
|-----------------------------|---|---------|-------|-----------------------------------|
|                             | корм I                                  | корм II |       |                                   |
| А                           | 1                                       | 4       |       | 1                                 |
| В                           | 1                                       | 2       |       | 4                                 |
| С                           | 1                                       | -       |       | 1                                 |
| цена единицы массы корма, р | 2                                       | 4       |       |                                   |

2. Из четырех видов сырья необходимо составить смесь наименьшей стоимости, в состав которой входит не менее 26 ед. химического вещества А, не менее 30 единиц вещества В, не менее 24 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества в 1 кг сырья, а также цена 1 кг сырья указаны в таблице

| Вещество              | Количество единиц вещества в 1 кг сырья вида i |    |    |    |
|-----------------------|--|----|----|----|
|                       | 1  | 2  | 3  | 4  |
| А                     | 1  | 1  | -  | 4  |
| В                     | 2  | -  | 3  | 5  |
| С                     | 1  | 2  | 4  | 6  |
| Цена 1 кг сырья (руб) | 50   | 60 | 70 | 40 |

### **ЗАНЯТИЕ № 4. Моделирование численности популяции с помощью одного дифференциального уравнения**

Задача № 1. Через 6 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через сутки?

Задача № 2. В начале эксперимента имелось 200 бактерий, а через 12 ч их стало 600. Во сколько раз увеличится количество бактерий спустя 24 ч после начала эксперимента?

Задача № 3. Через 3 ч после начала опыта численность водорослей в популяции возросла в 125 раз по сравнению с начальной. В какой момент времени их численность превышала начальную в 25 раз?

Задача № 4. В начале эксперимента имелось 100 клеток одноклеточной водоросли, а через 2 ч их стало 3600. Во сколько раз увеличится количество клеток спустя 3 ч после начала эксперимента?

Задача № 5. Через 5 часов после начала опыта численность бактерий в популяции возросла в 2 раза. Во сколько раз увеличится количество бактерий через 20 ч?

Задача № 6. В начале эксперимента имелось 100 бактерий, а через 6 ч их стало 500. Во сколько раз увеличится количество бактерий спустя 24 ч после начала эксперимента?

Задача № 7. Через 2 ч после начала опыта численность водорослей в популяции возросла в 16 раз по сравнению с начальной. В сколько раз вырастет их численность через 3 ч?

### **ЗАНЯТИЕ № 5. Модель хищник жертва.**

Постройте с помощью программы *Excel* графики численности жертв и хищников в модели «хищник – жертва»:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma xy - \lambda y$$

а) при  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0,3$ ,  $\gamma = 0,2$ ,  $\lambda = 10$ , начальном количестве жертв  $x_0 = 40$  и начальном количестве хищников  $y_0 = 50$ , шаг интегрирования  $h = 0,001$ , результат сравните с графиком при  $h = 0,002$ .

б) при  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0,3$ ,  $\gamma = 0,2$ ,  $\lambda = 30$ , начальном количестве жертв  $x_0 = 300$  и начальном количестве хищников  $y_0 = 100$ , шаг интегрирования  $h = 0,001$ . Какова численность жертв на втором пике их численности? Какова численность хищников в тот же момент времени? Какова численность хищников на втором их пике? Результат сравните с графиком при  $h = 0,003$ .

в) при  $\alpha = 40$ ,  $\beta = 2$ ,  $\gamma = 2$ ,  $\lambda = 100$ , начальном количестве жертв  $x_0 = 100$  и начальном количестве хищников  $y_0 = 50$ , шаг интегрирования  $h = 0,001$ . Какова численность жертв и хищников на вторых пиках их численности?

г) при  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\lambda = 100$ , начальном количестве жертв  $x_0 = 100$  и начальном количестве хищников  $y_0 = 50$ , шаг интегрирования  $h = 0,001$ .

д) сравните результаты вычислений при двукратном уменьшении всех параметров задачи (в) по отдельности (например, провести расчеты при  $\alpha = 20$  и сравнить их с результатами при  $\alpha = 40$ , остальные параметры оставить без изменений), сделайте выводы.

### **ЗАНЯТИЕ № 6. Модель нервного импульса**

Задача № 1. Вычислите равновесный потенциал для ионов калия, если концентрация ионов калия во внутреннем растворе равна 120 ммоль/л, а с наружной стороны мембраны составляет а) 20 ммоль/л, б) 40 ммоль/л, в) 120 ммоль/л. Температура 30 °С.

Задача № 2. Вычислите равновесный потенциал для ионов натрия, если концентрация ионов натрия во внутреннем растворе равна 18 ммоль, а с наружной стороны мембраны составляет а) 114 ммоль/л, б) 57 ммоль, в) 36 ммоль. Температура 36 °С.

Задача № 3. Установлено, что в наружном растворе, содержащем 40 ммоль/л калия, калиевый равновесный потенциал составил 40 мВ. Определите примерную концентрацию ионов калия во внутреннем растворе, если измерения проводились при температуре 27° С.

Задача № 4. На сколько изменится натриевый равновесный потенциал при замене раствора, омывающего клетку и содержащего 114 ммоль/л натрия, на раствор, содержащий 57 ммоль/л натрия при температуре 17 °С ?

### **ЗАНЯТИЕ № 7. Выступление с докладами (ОС-4)**

#### **ЗАНЯТИЕ № 8. СМО с отказами**

Рассматривается схема гибели и размножения. Обсуждаются применения в биологии, социальной работе и т.д.

На пункт связи с двумя каналами поступает поток звонков (в среднем 2 звонка в минуту), средняя продолжительность разговора – 3 минуты. Если оба канала заняты, заявка получает отказ.

а) составьте схему переходов и систему уравнений Колмогорова-Эрланга;

б) найдите  $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  для системы, работающей в установившемся режиме, а также вероятность отказа, абсолютную и относительную пропускную способность системы и среднее число занятых каналов. Как изменятся характеристики системы, если количество каналов увеличится до 3?

2. В систему массового обслуживания с 3 каналами поступает поток заявок (в среднем 2 заявки в минуту), средняя скорость работы одного канала – 2 заявки в минуту. Если все каналы заняты, то заявка получает отказ. Найти финальные вероятности для данной системы, работающей в установившемся режиме, а также вероятность отказа,

абсолютную и относительную пропускную способность системы и среднее число занятых каналов.

3. На коммутатор с тремя каналами поступает поток звонков (в среднем 3 звонка в минуту), средняя продолжительность разговора – 2 минуты. Если все каналы заняты в момент поступления звонка, то он не обслуживается. Коммутатор работает 14 часов в день (с 8 утра до 10 вечера). Содержание данного коммутатора обходится в 100 рублей в день за каждый канал. Каждый обслуженный звонок приносит прибыль – 2 рубля (без учёта содержания коммутатора). Определите среднюю дневную прибыль от данного коммутатора. Посоветовали бы Вы увеличить или уменьшить количество каналов?

#### ***ЗАНЯТИЕ № 9. СМО с очередью.***

1. В магазин с двумя продавцами заходит в среднем 10 покупателей в час, средняя скорость обслуживания для одного продавца – 10 покупателей в час. Определите вероятностные характеристики системы, если ожидать своей очереди в данном магазине будут одновременно не более 2 покупателей.
2. В пункт социальной помощи населению по телефону обращаются в среднем 2 человека в минуту, средняя продолжительность разговора – 3 минуты. Какое количество телефонных номеров следует установить в пункте, чтобы не менее 90 % позвонивших могли дозвониться с первого раза.

#### ***Задания для самостоятельного решения***

1. В магазин с двумя кассами заходит в среднем 1 покупатель за 3 минуты, среднее время обслуживания одного покупателя составляет  $\frac{1}{2}$  минуты. Определить вероятность простоя, среднюю длину очереди, среднее время, проводимое покупателем в очереди.
2. В магазин с тремя кассами заходит в среднем 1 покупатель за 2 минуты, средняя скорость обслуживания 1.5 заказа в минуту. Определить вероятность простоя, среднюю длину очереди, среднее время, проводимое покупателем в очереди.
3. Мимо бензозаправочной станции с тремя колонками проезжает за одну минуту в среднем 3 автомобиля, которым необходима заправка. Средняя скорость обслуживания – 2 заправки в минуту. Определить финальные вероятности системы, если они существуют, среднюю длину очереди и среднее время, проводимое клиентами в очереди.

#### ***ЗАНЯТИЕ № 10. Контрольная работа.***

7. **Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины**

##### **Основная литература**

1. Соколов Г.А. Линейные целочисленные задачи оптимизации : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2020. — 132 с. (<https://znanium.com/read?id=359429>)
2. Малугин В. А. Количественный анализ в экономике и менеджменте: Учебник / Малугин В.А., Фадеева Л.Н. - М.:НИЦ ИНФРА-М, НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 615 с. (<https://znanium.com/read?id=167401>)
3. Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. Методы оптимальных решений. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 384 с. (<https://znanium.com/catalog/product/944821>)
4. Вентцель (И. Грекова), Е.С. Введение в исследование операций : [16+] / Е.С. Вентцель (И. Грекова). – Москва : Издательство Советское радио, 1964. – 392 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=473745>

##### **Дополнительная литература**

1. Рыков В.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) : учебное пособие / В.В. Рыков, Д.В. Козырев. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 223 с. (Режим доступа. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/129032>)
2. Измаилов А. Ф., Солодков В. М. Численные методы оптимизации М: Физматлит, 2008. – 320 с. ([http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=69317](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=69317) )
3. Колемаев В.А. Математические методы и модели исследования операций: учебник. - М: Юнити-Дана, 2015. – 592 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=114719](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=114719))
4. Белько И.В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: учебное пособие / И.В. Белько, И.М. Морозова, Е.А. Криштапович. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 299 с. : ил. — (Высшее образование: Бакалавриат). - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1862599> (<https://znanium.com/read?id=395044>)
5. Горбовцов Г.Я. Исследование операций в экономике: учебное пособие М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2006. – 117 с. (Электронный ресурс: «Университетская библиотека онлайн» [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=90615](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=90615))

#### *Интернет-ресурсы*

- Электронная библиотека <http://lib.mexmat.ru/books/75829> (свободный доступ):  
Розен В.В. Математические модели принятия решений в экономике. – М.: Высшая школа, 2002. – 288 с. <http://lib.mexmat.ru/books/13825>
- Афанасьев М.Ю., Багриновский К.А., Матюшок В.М. Прикладные задачи исследования операций: Учебное пособие. – М.: Инфра-М, 2006. – 352 с. – (Учебники РУДН). ISBN 5-16-002397-6 (Допущено Учебно-методическим объединением по классическому университетскому образованию в качестве учебного пособия по дисциплине национально-регионального компонента для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 080100 «Экономика»)  
<http://lib.mexmat.ru/books/75829>
- Электронная библиотека <http://www.razym.ru> (свободный доступ)  
Таха Х.А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2001. – 912 с. <http://www.razym.ru/naukaobraz/disciplini/matem/106249-taha-hemdi-a-vvedenie-v-issledovanie-operaciy.html>
- Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: Дело. – 2004. – 440 с. <http://www.razym.ru/65168-matematicheskie-metody-i-modeli-v-upravlenii.html>
- On-line калькуляторы


Лист согласования рабочей программы  
учебной дисциплины (практики)

---

**Направление подготовки:** 44.04.01 Инженерно-педагогическое образование  
**Рабочая программа** Математические модели в естественно-научных и социально-гуманитарных исследованиях

**Составители:** Глухова Н.В.– Ульяновск: УлГПУ, 2024.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Инженерно-педагогическое образование утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители  Глухова Н.В.  
(подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" апреля 2024г., протокол № 8

Заведующий кафедрой


 Столярова И.В. 23.04.24  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой  
Сотрудник библиотеки

 Марсакова Ю.Б. 10.04.24  
личная подпись      расшифровка подписи      дата

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "15" мая 2024 г., протокол № 6

Декан факультета физико-математического и технологического образования

 Череватенко О.И. 15.05.24