

Министерство просвещения Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ульяновский государственный педагогический университет  
имени И.Н. Ульянова»  
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И. Н. Ульянова»)

Факультет образовательных технологий и непрерывного образования

Утверждена  
Протокол заседания ученого совета  
ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»  
№ 4 от « 27 » декабря 2024 г.

Дополнительная профессиональная программа  
Программа повышения квалификации

**Математическая модель случайного эксперимента  
как инструмент формирования функциональной математической  
грамотности школьников**

Автор-составитель:  
Макеева Ольга Викторовна, доцент кафедры высшей математики  
ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», кандидат физико-математических наук

Ульяновск, 2024 г.

Программа рассмотрена на заседании кафедры дошкольного, начального образования и методик преподавания общеобразовательных дисциплин.  
Протокол №3 от 12.11.2024 г.

зав. кафедрой



Е.В. Спирина

## Оглавление

Раздел 1. Характеристика программы	4
1.1. Цель реализации программы	4
1.2. Планируемые результаты обучения	4
1.3. Категория обучающихся (слушателей)	6
1.4. Форма обучения	6
1.5. Срок освоения программы	6
Раздел 2. Содержание программы	7
2.1. Учебный план	7
2.2. Календарный учебный график	8
2.3. Учебная рабочая программа	8
Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы	11
3.1. Входной контроль	11
3.2. Текущий контроль	13
3.3. Итоговая аттестация	21
Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы	22
4.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы	22
4.2. Материально-техническое обеспечение программы	24
Раздел 5. Разработчики программы	

## Раздел 1. Характеристика программы

### 1.1. Цель реализации программы

Цель реализации программы – совершенствование профессиональных компетенций слушателей в области предметного математического содержания, методики и технологии обучения математике в рамках учебного предмета «Вероятность и статистика».

Результатами освоения программы должны стать, в том числе, положительные качественные изменения в содержании универсальных (УК) и общепрофессиональных (ОПК) компетенций слушателей (таблица 1).

Таблица 1.

#### Совершенствуемые компетенции

№ п/п	Компетенции Направление подготовки	Код компетенции
ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018, № 126)		
1.	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.	УК-1
2.	Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки.	УК-6
3.	Способен проектировать организацию совместной и индивидуальной учебной и воспитательной деятельности обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями.	ОПК-3
4.	Способен планировать и организовывать взаимодействия участников образовательных отношений.	ОПК-7

### 1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовые функции	Трудовые действия	Знать	Уметь
(выбираются и копируются из текста профессионального стандарта со ссылкой на документ)		(формулируются самостоятельно в связи с целью программы; опираются на профессиональный стандарт; должны быть максимально конкретны и проверяемы)	
Общепедагогическая функция. Обучение. (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	Формирование универсальных учебных действий	Знает содержательные возможности учебного предмета «Вероятность и статистика» в контексте формирования знаково-символических УУД: моделирование и преобразование модели	Умеет использовать содержательные возможности учебного предмета «Вероятность и статистика» в контексте формирования знаково-символических УУД: моделирование и преобразование модели
Общепедагогическая	Осуществление	Знает содержательные	Умеет реализовывать

функция. Обучение. (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	особенности приемов построения учебных математических моделей случайных явлений	основные принципы деятельностного подхода в процессе построения учебных математических моделей случайных явлений
Общепедагогическая функция. Обучение. (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	Систематический анализ эффективности учебных занятий и подходов к обучению	Знает пути достижения образовательных результатов по освоению приемов математического моделирования случайных явлений	Умеет применять основы методики преподавания для достижения образовательных результатов по освоению приемов математического моделирования случайных явлений
Общепедагогическая функция. Обучение. (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	Объективная оценка знаний обучающихся на основе тестирования и других методов контроля в соответствии с реальными учебными возможностями детей	Знает способы оценки результатов обучения приемам математического моделирования случайных явлений	Умеет применять основы методики преподавания для оценки результатов обучения приемам математического моделирования случайных явлений
Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования. (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	Формирование общекультурных компетенций и понимания места предмета в общей картине мира	Знает примеры современных педагогических технологий (технология интерактивного обучения, технология критериального оценивания) реализации компетентностного подхода в обучении	Умеет применять современные образовательные технологии (технология интерактивного обучения, технология критериального оценивания) реализации компетентностного подхода в обучении
Модуль «Предметное обучение. Математика» (Профстандарт: 01.001 «Педагог»)	Формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств	Знает приемы анализа, структуризации и трансформации математического текста в процессе построения учебных математических моделей случайных явлений	Умеет выполнять анализ, структуризацию и трансформацию математического текста в процессе построения учебных математических моделей случайных явлений

**1.3. Категория обучающихся (слушателей)**

Обучающиеся - учителя математики.

**1.4. Форма обучения**

Форма обучения – очная.

**1.5. Срок освоения программы**

Срок освоения программы - 36 часов.

## Раздел 2. Содержание программы

### 2.1. Учебный план

Определяются перечень, трудоемкость, последовательность и распределение разделов (модулей), тем и иных видов учебной деятельности слушателей, виды учебных занятий, форм контроля и итоговой аттестации.

№ п/п	Наименование разделов (модулей) и тем	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ		Самостоятельная работа, час.	Формы контроля
			Лекция, час.	Интерактивное (практическое) занятие, час		
1	<b>Раздел 1. Основные задачи теории вероятностей</b>					
1.1.	Теория вероятностей и математическая статистика как область математического знания	2	2			Входная диагностика
1.2.	Теория вероятностей и математическая статистика как часть школьного учебного курса по математике	2	2			
2	<b>Раздел 2. Математическое моделирование случайных явлений</b>					
2.1	Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий по определению	8		2	6	Интерактивное задание в малых группах
2.2	Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей сложных событий с помощью теорем	8		2	6	Интерактивное задание в малых группах
2.3	Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий в сериях	4		2	2	Интерактивное задание в малых группах

	повторных независимых экспериментов с двумя исходами					
2.4	Математическая модель случайного эксперимента: составление закона распределения дискретной случайной величины	3		1	2	Лабораторная работа
2.5	Характеристики случайных величин, их вычисление с применением электронных таблиц Excel	3		1	2	Лабораторная работа
	Итоговая аттестация (зачёт)	6		4	2	Презентация авторского образовательного продукта
	<b>Итого</b>	<b>36</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	

## 2.2. Календарный учебный график

Наименование программы	Сроки обучения (по плану-графику)*
Математическая модель случайного эксперимента как инструмент формирования функциональной математической грамотности школьников	

\*В ходе обучения составляется расписание учебных занятий для каждой учебной группы, конкретизирующее Календарный учебный график.

## 2.3. Учебная рабочая программа

№ п/п Тема	Виды учебных занятий, учебных работ	Содержание
<b>Раздел 1. Основные задачи теории вероятностей</b>		
<b>Тема 1.1.</b> Теория вероятностей и математическая статистика как область математического знания	Входная диагностика	
	Лекция (2 часа)	Теория вероятностей и математическая статистика: исторический экскурс о становлении научного знания; основные задачи; ключевые направления; место в жизнедеятельности современного общества. Теория вероятностей и математическая статистика как объект популяризации математического знания.

<p><b>Тема 1.2.</b> Теория вероятностей и математическая статистика как часть школьного учебного курса по математике</p>	<p>Лекция (2 часа)</p>	<p>Теория вероятностей и математическая статистика в школьном курсе математики: возможные «парадигмы вхождения» в учебное пространство школьно математики. Анализ современного школьного учебника. Методические «находки».</p> <p>Идея математического моделирования и особенности ее реализации в рамках курса по теории вероятностей.</p>
<p><b>Раздел 2. Математическое моделирование случайных явлений</b></p>		
<p><b>Тема 2.1.</b> Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий по определению</p>	<p>Интерактивное (практическое) занятие (2 часа)</p>	<p>Испытание и событие. Множество элементарных исходов эксперимента (возможности его визуализации). Классификация событий. Классическое, геометрическое, статистическое определение вероятности.</p> <p>Математическая модель случайного эксперимента: основные компоненты, структура, особенности реализации, описание.</p> <p>Классическое определение вероятности случайного события: математическая модель случайного эксперимента. Примеры.</p> <p>Геометрическое определение вероятности случайного события: математическая модель случайного эксперимента. Примеры.</p>
	<p>Самостоятельная работа (6 часов)</p>	<p>Изучение обучающих материалов и выполнение заданий курса «Вероятности случайных событий в деталях» в электронной среде do.ulspu.ru.</p>
<p><b>Тема 2.2.</b> Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей сложных событий с помощью теорем</p>	<p>Интерактивное (практическое) занятие (2 часа)</p>	<p>Совместные и несовместные события. Независимые и зависимые события. Полная группа событий. Противоположные события. Понятие условной вероятности.</p> <p>Теоремы сложения вероятностей (для совместных и несовместных событий). Теоремы умножения вероятностей (для зависимых и независимых событий). Формула полной вероятности. Формулы Байеса.</p> <p>Выбор инструмента решения задачи на вычисление вероятности случайного события как результат описания случайного эксперимента: классическое определение vs теоремы о вероятностях сложных событий. Примеры.</p>
	<p>Самостоятельная работа (6 часов)</p>	<p>Изучение обучающих материалов и выполнение заданий курса «Вероятности случайных событий в деталях» в электронной среде do.ulspu.ru.</p>
<p><b>Тема 2.3.</b> Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий в сериях повторных независимых</p>	<p>Интерактивное (практическое) занятие (2 часа)</p>	<p>Схема независимых испытаний с двумя исходами (схема Бернулли). Формула Бернулли.</p> <p>«Развитие» математической модели случайного эксперимента для серии повторных независимых экспериментов с двумя исходами: особенности реализации и описания. Примеры.</p>
	<p>Самостоятельная работа (2 часа)</p>	<p>Разработка макета страницы Excel для описания и наглядного представления</p>

экспериментов с двумя исходами		математической модели случайного эксперимента для серии повторных независимых экспериментов с двумя исходами.
<b>Тема 2.4.</b> Математическая модель случайного эксперимента: составление закона распределения дискретной случайной величины	Лабораторная работа (1 час)	<p>Определение случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Биномиальное распределение дискретной случайной величины как «полное» описание схемы Бернулли.</p> <p>«Развитие» математической модели случайного эксперимента для описания случайных величин. Примеры распределений случайных величин и их математических моделей: геометрическое распределение, равномерное распределение, нормальное распределение.</p>
	Самостоятельная работа (2 часа)	Разработка макета страницы Excel для описания и наглядного представления математической модели случайного эксперимента, приводящего к дискретной случайной величине с биномиальным распределением.
<b>Тема 2.5.</b> Характеристики случайных величин, их вычисление с применением электронных таблиц Excel	Лабораторная работа (1 час)	<p>Числовые характеристики дискретных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Вероятностный смысл и формулы для вычисления.</p> <p>Применение электронных таблиц Excel для представления информации о случайных величинах и вычисления их характеристик. Использование встроенных функций Excel для вычисления характеристик случайных величин (нюансы).</p>
	Самостоятельная работа (2 часа)	Разработка макета страницы Excel для наглядного представления и вычисления числовых характеристик дискретной случайной величины.
Итоговая аттестация (зачёт)	Самостоятельная работа (2 часа)	Разработка содержания и подготовка презентации авторского дидактического материала по теме «Математическая модель случайного эксперимента».
	Интерактивное (практическое) занятие (4 часа)	Конференция-семинар «Математическая модель случайного эксперимента» в формате презентаций авторских дидактических материалов.

## Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

### 3.1. Входной контроль

**Форма:** опрос в форме теста (возможно использование электронных сред для сбора информации).

**Описание:** опрос включает 10 вопросов с выбором ответа. Он имеет целью сбор статистической информации о представлениях аудитории по вопросам математического моделирования вообще и математического моделирования случайного эксперимента в частности. Одновременно с этим опрос задает ориентиры дальнейшей работы и выполняет функцию погружения аудитории в проблемное поле содержания курса. Время прохождения опроса составляет 10-15 минут.

**Критерии оценивания:** анализируются особенности подготовки группы в целом. Информация может быть использована для выбора оптимальной стратегии проведения занятий. Обобщенные результаты опроса могут быть продемонстрированы слушателям и проанализированы совместно с преподавателем.

#### Содержание теста

Вопрос 1.

Приходилось ли Вам ранее составлять учебные математические модели?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 2.

Можете ли Вы достаточно быстро, без долгих размышлений привести три примера на построение математической модели?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 3.

Можете ли Вы достаточно быстро, без долгих размышлений описать структуру процесса математического моделирования?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 4.

Приходилось ли Вам ранее составлять математические модели случайных экспериментов?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 5.

Можете ли Вы достаточно быстро, без долгих размышлений выделить компоненты математической модели случайного эксперимента?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 6.

Как Вы считаете, влияют ли особенности математической модели случайного эксперимента на ответ задачи?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 7.

Как Вы считаете, влияют ли особенности математической модели случайного эксперимента на инструменты решения задачи (определения, теоремы)?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 8.

Как Вы считаете, можно ли вероятность одного и того же события вычислить используя разные инструменты (определения, теоремы)?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 9.

Как Вы считаете, влияет ли характер выбора нескольких объектов в случайном эксперименте (одновременно / последовательно) на инструменты решения задачи?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

Вопрос 10.

Как Вы считаете, можно ли вероятность трактовать как *меру*, то есть рассматривать вычисление вероятностей как *измерение*?

- А. Да
- Б. Нет
- В. Затрудняюсь ответить

## 3.2. Текущий контроль

### 2.1. Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий по определению

**Форма:** интерактивное задание в малых группах.

**Описание:** построение, описание и оформление математической модели случайного эксперимента по предложенному заданию с последующей презентацией работы участниками малой группы.

**Критерии оценивания:** преподавателем наблюдаются и анализируются активность и продуктивность участия слушателей в групповой работе по решению задач, в презентации готового решения и коллективном обсуждении работ малых групп. Результаты оценивания сообщаются слушателям в устной форме по ходу работы.

Работа оценивается по схеме – «зачтено» / «не зачтено». Оценке «зачтено» соответствует освоение слушателем схемы 1 для построения *математической модели* случайного эксперимента, что подтверждается умением приводить примеры реализации этой схемы, умением формулировать вопросы к аудитории обучающихся на языке схемы с целью формирования комментированного решения задачи. Оценке «не зачтено» соответствует ситуация, когда слушатель не демонстрирует готовности к построению математической модели случайного эксперимента, а проводит решение задачи хаотично, «по наитию».

**Задание.** Решите предложенную задачу, применяя *определение* вероятности случайного события. В качестве руководства по построению математической модели случайного эксперимента используйте схему 1.

Схема 1.

Структура математической модели случайного эксперимента,  
сводящегося к схеме случаев

1. Эксперимент.
2. Множество  $\Omega$  – множество исходов эксперимента.
3. Мера  $N$  множества  $\Omega$ .
4. Событие  $A$ .
5. Множество  $\Omega_A$  – подмножество исходов множества  $\Omega$ , благоприятствующих событию  $A$ .
6. Мера  $N(A)$  множества  $\Omega_A$ .
7. Инструмент решения.
8. Применение инструмента решения.
9. Ответ.
10. Визуализация решения.

Задачи для малых групп.

1. Имеется колода из 52 игральные карты. Из колоды наудачу вынимают одну карту. Какова вероятность, что будет вынута козырная карта или король?
2. Имеется колода из 52 игральные карты. Из колоды наудачу вынимают три карты. Какова вероятность, что будет вынута а) ровно одна дама; б) хотя бы одна дама?

3. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но, не дойдя до отметки 1.
4. Минное заграждение состоит из мин, расположенных в одну линию на расстоянии 50 метров друг от друга. Найдите вероятность того, что корабль шириной 20 метров форсируя минное поле перпендикулярно линии заграждения, пройдет это заграждение, не подорвавшись на mine.
5. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, находящимися друг от друга на расстоянии  $2a$  наудачу брошена монета радиуса  $r < a$ . Найдите вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.
6. На плоскость с нанесенной сеткой квадратов со стороной  $a$  наудачу брошена монета радиуса  $r < \frac{a}{2}$ . Найдите вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадрата. Предполагается, что вероятность попадания точки в плоскую фигуру пропорциональна площади фигуры и не зависит от её положения.

Ответы:

1.  $\frac{4}{13}$
2.  $\frac{1128}{5525} \gg 0,2$  или 20%
3. 0,6
4. 0,25
5.  $\frac{a-r}{a}$
6.  $\frac{(a-2r)^2}{a^2}$

## 2.2. Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей сложных событий с помощью теорем

**Форма:** интерактивное задание в малых группах.

**Описание:** построение, описание и оформление математической модели случайного эксперимента по предложенному заданию с последующей презентацией работы участниками малой группы.

**Критерии оценивания:** преподавателем наблюдаются и анализируются активность и продуктивность участия слушателей в групповой работе по решению задач, в презентации готового решения и коллективном обсуждении работ малых групп. Результаты оценивания сообщаются слушателям в устной форме по ходу работы.

Работа оценивается по схеме – «зачтено» / «не зачтено». Оценке «зачтено» соответствует освоение слушателем схемы 1 для построения *математической модели* случайного эксперимента, что подтверждается умением приводить примеры реализации этой схемы, умением формулировать вопросы к аудитории обучающихся на языке схемы с целью формирования комментированного

решения задачи; умением на основе таблицы 2 выделять структуру и формулировать *критерии оценивания деятельности обучающихся*. Оценке «не зачтено» соответствует ситуация, когда слушатель не демонстрирует готовности к построению математической модели случайного эксперимента; не демонстрирует готовности выделять компоненты и формулировать критерии оценивания деятельности обучающихся по решению учебной модельной задачи случайного эксперимента.

**Задание.** Решите предложенную задачу, применяя *теоремы* о вероятностях сложных событий. В качестве руководства по построению математической модели случайного эксперимента и выделения элементов учебной деятельности используйте таблицу 2.

Таблица 2.

Структура деятельности обучающегося по построению математической модели случайного эксперимента, сводящегося к схеме случаев и её обобщениям

№ п/п	Деятельность	Расшифровка деятельности
1.	Описать случайный эксперимент	
2.	Описать элементарное случайное событие (исход эксперимента)	
3.	Описать сложное случайное событие	
4.	Представить сложное случайное событие как результат операций над элементарными случайными событиями	Записать формулу Описать тип «отношений» между элементарными случайными событиями, входящими в сложное событие (совместность, зависимость)
5.	Выбрать инструмент	Записать название
6.		Записать на языке математики (в виде формулы)
7.	Решить задачу	Найти значения компонентов формулы
8.		Прокомментировать значения компонентов формулы
9.		Применить формулу
10.	Записать ответ	

Задачи для малых групп.

1. Имеется колода из 52 игральных карт. Из колоды наудачу вынимают одну карту. Какова вероятность, что будет вынута козырная карта или король?
2. Имеется колода из 52 игральных карт. Из колоды наудачу вынимают три карты. Какова вероятность, что будет вынута а) ровно одна дама; б) хотя бы одна дама?
3. В цепь соединены два независимых элемента. Вероятность выхода из строя первого элемента – 5%, второго – 4%. Какова вероятность отсутствия тока в цепи, если элементы соединены а) последовательно; б) параллельно?
4. В торговом зале два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня кофе в автомате закончится, равна 0,3. Вероятность того, что

- кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что кофе останется в обоих автоматах.
5. В специализированную больницу поступают в среднем 50% с заболеванием К, 30% - с заболеванием L, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; для болезней L и М эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.
  6. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

Ответы:

1.  $\frac{4}{13}$
2.  $\frac{1128}{5525} \gg 0,2$  или 20%
3. а) 0,088; б) 0,0019
4. 0,28
5.  $\frac{5}{11}$
6. Вероятности равны  $\frac{24}{43}$  и  $\frac{19}{43}$

### 2.3. Математическая модель случайного эксперимента: вычисление вероятностей случайных событий в сериях повторных независимых экспериментов с двумя исходами

**Форма:** интерактивное задание в малых группах.

**Описание:** построение, описание и оформление математической модели случайного эксперимента по предложенному заданию с последующей презентацией работы участниками малой группы.

**Критерии оценивания:** преподавателем наблюдаются и анализируются активность и продуктивность участия слушателей в групповой работе по решению задач, в презентации готового решения и коллективном обсуждении работ малых групп. Результаты оценивания сообщаются слушателям в устной форме по ходу работы.

Работа оценивается по схеме – «зачтено» / «не зачтено». Оценке «зачтено» соответствует правильное решение задачи с применением приема *математического моделирования*; выделение *структуры* соответствующей *деятельности* обучающегося и *критериев* её *оценивания*. Оценке «не зачтено» соответствует ситуация, когда слушатель не демонстрирует готовности к построению математической модели случайного эксперимента; не

демонстрирует готовности на основе таблицы 2 выделять компоненты и формулировать критерии оценивания деятельности обучающихся по решению учебной модельной задачи случайного эксперимента.

**Задание.** Решите задачу. Предложите схему построения математической модели случайного эксперимента для решения задачи. Предложите структуру и критерии оценивания деятельности обучающегося по построению математической модели случайного эксперимента.

Задачи для малых групп.

1. Вероятность того, что за время  $t$  малое предприятие станет банкротом равна 0,2. Найдите вероятность того, что из шести малых предприятий за время  $t$  сохранятся два предприятия.
2. Вероятность того, что за время  $t$  малое предприятие станет банкротом равна 0,2. Найдите вероятность того, что из шести малых предприятий за время  $t$  сохранятся более двух предприятий.
3. Известно, что в среднем 60% всего числа изготавливаемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется 6 аппаратов первого сорта, если партия содержит 10 аппаратов?
4. Известно, что в среднем 60% всего числа изготавливаемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется 120 аппаратов первого сорта, если партия содержит 200 аппаратов?
5. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найдите вероятность того, что среди 100 новорождённых окажется 50 мальчиков.
6. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найдите вероятность того, что среди 100 новорождённых окажется не более 50 мальчиков.

Ответы:

1. 0,015
2. 0,999
3. 0,251
4. 0,0576
5. 0,0782
6. 0,3381

#### **2.4. Математическая модель случайного эксперимента: составление закона распределения дискретной случайной величины**

**Форма:** лабораторная работа.

**Описание:** индивидуальная работа с применением таблицы Excel на составление закона распределения биномиальной случайной величины с заданными параметрами (с применением встроенной функции БИНОМРАСП()); построение многоугольника распределения и графика функции распределения случайной величины (с обсуждением ограниченности возможностей Excel).

**Критерии оценивания:** преподаватель наблюдает и корректирует выполнение слушателями предложенных заданий; «горизонтальное» взаимодействие слушателей приветствуется.

Работа оценивается по схеме – «зачтено» / «не зачтено». Оценке «зачтено» соответствует выполнение пяти заданий: 1, 2, 5б(2), 7, 8(2), что подтверждается наличием соответствующей страницы Excel (рисунки 1-4) и готовностью прокомментировать процесс решения и его результаты. Возможны недочеты оформления и / или отсутствие одного из двух графиков. Оценке «не зачтено» соответствует ситуация, когда слушатель не готов продемонстрировать результаты выполнения задания в виде документа Excel или выполнил не более трёх заданий.

**Задание.**

1. Создайте документ Excel. Продумайте его название.
2. Составьте и оформите в виде таблицы закон распределения случайной величины, имеющей биномиальное распределение, с заданными параметрами  $n=10$  и  $p=0,5$ . Для вычисления вероятностей используйте встроенную функцию БИНОМРАСП() и функцию автозаполнения. Продумайте заголовок и шапку (описание строк) таблицы.
3. Выполните задание 2 для  $n=10$  и  $p=0,2; 0,3; 0,4; 0,8$ .
4. Выполните задание 2 для  $n=15, 20, 25, 30$ .
5. Для каждого из построенных законов распределения (задания 2, 3) постройте многоугольник распределения: а) в разных системах координат; б) в одной системе координат. Продумайте и выполните описание заголовка изображения и осей системы координат.
6. Для каждого из построенных законов распределения (задания 2, 4) постройте многоугольник распределения: а) в разных системах координат; б) в одной системе координат.
7. Продумайте и выполните дополнение к закону распределения случайной величины, необходимое для составления её функции распределения.
8. Для каждого из построенных законов распределения (задания 2, 3) постройте график функции распределения в одной и той же системе координат.
9. Для каждого из построенных законов распределения (задания 2, 4) постройте график функции распределения в одной и той же системе координат.
10. Примите участие в коллективном обсуждении вопроса о правильности выполнения заданий 8-9.
11. Выделите (выпишите) набор инструментов Excel, которые были использованы при выполнении работы.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Закон распределения биномиальной случайной величины $X=B(n,p)$ - числа успехов в серии $n=10$ испытаний с вероятностью успеха в отдельном испытании $p=0,5$													
2	Число успехов	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
3	Вероятность	$p(k)=P(X=k)$	0,00098	0,00977	0,04395	0,11719	0,20508	0,24609	0,20508	0,11719	0,04395	0,00977	0,00098	1

Рисунок 1 – Фрагмент страницы Excel (закон распределения случайной величины)

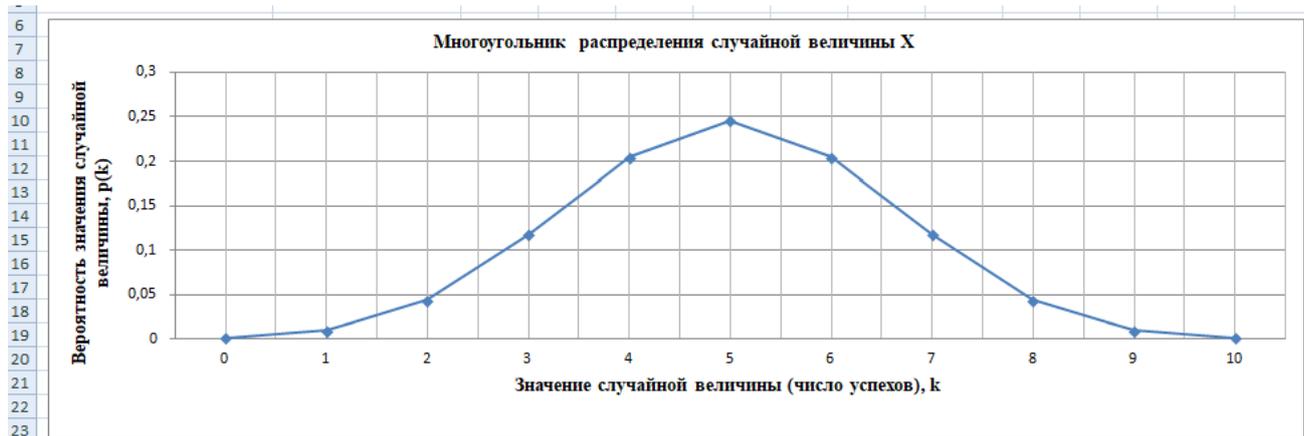


Рисунок 2 – Фрагмент страницы Excel  
(многоугольник распределения случайной величины)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	Закон распределения биномиальной случайной величины $X=B(n,p)$ - числа успехов в серии $n=10$ испытаний с вероятностью успеха в отдельном испытании $p=0,5$												
2	Число успехов	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	Вероятность	$p(k)=P(X=k)$	0,00098	0,00977	0,04395	0,11719	0,20508	0,24609	0,20508	0,11719	0,04395	0,00977	0,00098
4	Накопленная вероятность	$F(k)=P(X<k)+P(X=k)$	0,00098	0,01074	0,05469	0,17188	0,37695	0,62305	0,82813	0,94531	0,98926	0,99902	1

Рисунок 3 – Фрагмент страницы Excel  
(дополнение к закону распределения случайной величины)



Рисунок 4 – Фрагмент страницы Excel  
(«график» функции распределения случайной величины)

## 2.5. Характеристики случайных величин их вычисление с применением электронных таблиц Excel

**Форма:** лабораторная работа.

**Описание:** индивидуальная работа с применением таблицы Excel на вычисление числовых характеристик биномиальной случайной величины по формулам, использующим закон распределения величины, и по формулам, использующим параметры распределения величины. Содержательно работа является продолжением лабораторной работы темы 2.4.

**Критерии оценивания:** преподаватель наблюдает и корректирует выполнение слушателями предложенных заданий; «горизонтальное» взаимодействие слушателей приветствуется.

Работа оценивается по схеме – «зачтено» / «не зачтено». Оценке «зачтено» соответствует выполнение всех заданий, что подтверждается наличием соответствующей страницы Excel (рисунки 5-6) и готовностью прокомментировать процесс решения и его результаты. Возможны недочеты оформления. Оценке «не зачтено» соответствует ситуация, когда слушатель не готов продемонстрировать результаты выполнения задания в виде документа Excel (рисунки 5-6).

**Задание.**

1. Откройте документ Excel с результатами лабораторной работы темы 2.4. Создайте копию страницы, содержащий закон распределения случайной величины. Продумайте названия страниц документа.
2. На основе закона распределения случайной величины найдите:
  - а) среднее взвешенное значений случайной величины с учётом их вероятностей (начальный момент 1-го порядка);
  - б) среднее взвешенное квадратов значений случайной величины с учётом их вероятностей (начальный момент 2-го порядка);
  - в) среднее взвешенное отклонений значений случайной величины от её среднего взвешенного с учётом вероятностей значений (центральный момент 1-го порядка);
  - г) среднее взвешенное квадратов отклонений значений случайной величины от её среднего взвешенного с учётом вероятностей значений (центральный момент 2-го порядка).

Продумайте шапку

3. Оформите в виде таблицы нахождение числовых характеристик случайной величины на основе данных о ее параметрах. Продумайте описание строк таблицы.
4. Установите связь между значениями моментов случайной величины и её числовыми характеристиками.
5. Изучите положение числовых характеристик случайной величины на изображении её многоугольника распределения (см. работу темы 2.4.).
6. Выделите (выпишите) набор инструментов Excel, которые были использованы при выполнении работы.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	Закон распределения биномиальной случайной величины $X=B(n,p)$ - числа успехов в серии $n=10$ испытаний с вероятностью успеха в отдельном испытании $p=0,5$														
2	Число успехов	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма	
3	Вероятность	$p(k)=P(X=k)$	0,0010	0,0098	0,0439	0,1172	0,2051	0,2461	0,2051	0,1172	0,0439	0,0098	0,0010		
4	Произведения	$k \cdot p(k)$	0,0000	0,0098	0,0879	0,3516	0,8203	1,2305	1,2305	0,8203	0,3516	0,0879	0,0098		5
5		$k^2 \cdot p(k)$	0,0000	0,0098	0,1758	1,0547	3,2813	6,1523	7,3828	5,7422	2,8125	0,7910	0,0977		27,5
6		$(k-M(X)) \cdot p(k)$	-0,0049	-0,0391	-0,1318	-0,2344	-0,2051	0,0000	0,2051	0,2344	0,1318	0,0391	0,0049		0
7		$(k-M(X))^2 \cdot p(k)$	0,0244	0,1563	0,3955	0,4688	0,2051	0,0000	0,2051	0,4687	0,3955	0,1563	0,0244		2,5

Рисунок 5 – Фрагмент страницы Excel (вычисление начальных и центральных моментов случайной величины)

9	Параметры распределения	Число испытаний	n	10
10		Вероятность успеха в отдельном испытании	p	0,5
11	Числовые характеристики распределения	Математическое ожидание	$M(X)=np$	5
12		Дисперсия	$D(X)=np(1-p)$	2,5
13		Среднее квадратичное отклонение	$\sigma(X)=(np(1-p))^{0,5}$	1,58

Рисунок 6 – Фрагмент страницы Excel  
(вычисление числовых характеристик случайной величины)

### 3.3. Итоговая аттестация

**Форма:** презентация авторского образовательного продукта.

**Описание:** итоговая аттестация проводится очно как взаимодействие преподавателя и обучающихся (слушателей) в формате учебной конференции-семинара «Математическая модель случайного эксперимента».

**Критерии оценивания:** преподавателем оценивается качество разработанного дидактического материала (при желании оценивание может быть проведено в баллах согласно таблице 3). Кроме того, наблюдается и анализируется продуктивность участия слушателей в коллективном обсуждении выступлений участников конференции. Результаты оценивания сообщаются слушателям в устной форме по ходу работы.

**Задание к итоговой аттестации.**

Предложите альтернативные решения некоторой задачи на вычисление вероятности случайного события. Опишите математические модели случайного эксперимента для каждого способа решения. В процессе презентации работы акцентируйте внимание на отличительных особенностях моделей.

Таблица 3.

Критерии оценивания образовательного продукта

№ п/п	Показатель	Баллы
1.	Правильность решения	Обязательное условие к оцениванию работы
2.	Структурирование материала	0-5
3.	Выделение элементов математической модели	0-10
4.	Полнота решения	0-15
5.	Наглядность изложения	0-10
6.	Логичность изложения	0-10
7.	Доступность изложения	0-15
8.	Соблюдение норм языка (грамматика, орфография, пунктуация)	0-10
9.	Дизайн продукта	0-10
10.	Речевое сопровождение	0-15
Итого		100

## Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы

### 4.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

#### Нормативные документы

1. Приказ Минтруда и соцзащиты РФ от 18.10.2013г. №544 «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель учитель)» [Интернет-ресурс] – Режим доступа: <https://base.garant.ru/70535556/>
2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» [Интернет-ресурс] – Режим доступа: <https://rg.ru/documents/2021/07/06/minpros-prikaz287-site-dok.html>
3. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации № 413 от 17 мая 2012 г. «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» [Интернет-ресурс] – Режим доступа: <https://docs.edu.gov.ru/document/bf0ceabdc94110049a583890956abbfa/>
4. Методические рекомендации по использованию информационно-образовательной среды «Российская электронная школа» в общеобразовательных организациях в условиях дистанционного обучения [Интернет-ресурс] – Режим доступа: <https://docs.edu.gov.ru/document/05f90dd8bdb927dec610bc68d93fe194>
5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 568 от 18.07.2022 "О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования" (Зарегистрирован 17.08.2022 № 69675)
7. Приказ Министерства просвещения РФ от 02.08.2022 № 653 «Об утверждении федерального перечня электронных образовательных ресурсов, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ НОО, ООО, СОО» (Зарегистрирован 29.08.2022 № 69822)

#### Основная литература

1. Высоцкий И. Р., Яценко И. В. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Учебник базового уровня. В 2-х частях. Часть 1 / под редакцией И. В. Яценко: [Электронная версия]. – М.: Просвещение, 2023. – 176 с.
2. Высоцкий И. Р., Яценко И. В. Математика. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Учебник базового уровня. В 2-х частях. Часть 2 / под редакцией И. В. Яценко: [Электронная версия]. – М.: Просвещение, 2023. – 112 с.
3. Крачковский С. М. Школьная математика в разных ракурсах. Методико-математические очерки. – М.: МЦНМО, 2022. – 272 с.
4. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям /

- Н. Ш. Кремер. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012. – 551 с. – (Серия «Золотой фонд российских учебников»).
5. Лагутин М. Б. Наглядная математическая статистика: Учебное пособие / М. Б. Лагутин. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 472 с.
  6. Математика. Примерная рабочая программа основного общего образования. Базовый уровень (для 5-9 классов образовательных организаций). – М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2021. – 105 с.
  7. Математика. Примерная рабочая программа основного общего образования. Углубленный уровень (для 7-9 классов образовательных организаций). – М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2022. – 90 с.
  8. Математика. Примерная рабочая программа среднего общего образования. Базовый уровень (для 10-11 классов образовательных организаций). – М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2022. – 64 с.
  9. Математика. Примерная рабочая программа среднего общего образования. Углубленный уровень (для 10-11 классов образовательных организаций). – М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2022. – 75 с.
  10. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс в 2 ч. Часть 2. Задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / [А.Г. Мордкович и др.] ; под ред. А.Г. Мордковича. – 4-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2016. – 264 с.
  11. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс в 2 ч. Часть 1. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 4-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2016. – 311 с.
  12. Самойленко С. Б. Вероятности и неприятности. Математика повседневной жизни / Сергей Борисович Самойленко. – Москва : Манн, Иванов и Фербер, 2022. – 256 с. – (Наука для всех).
  13. Шихова Н. А. Задачи по теории вероятностей. – М.: ИЛЕКСА, 2016. – 94 с.

### Электронные ресурсы

1. Вероятности случайных событий в деталях [Учебный курс УлГПУ]. URL: <https://do.ulspu.ru/course/view.php?id=3561>
2. Лаборатория методики вероятности и статистики МЦНМО [Сайт]. URL: <https://ptlab.mccme.ru/node/137>
3. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика базового уровня [Сайт]. URL: <https://mathb-ege.sdangia.ru/>
4. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика профильного уровня [Сайт]. URL: <https://math-ege.sdangia.ru/?redir=1>

### **Программные продукты**

1. Microsoft Office Word
2. Microsoft Office Excel
3. Microsoft Office Power Point

### **4.2. Материально-техническое обеспечение программы**

Занятия со слушателями проводятся очно в специализированных компьютерных кабинетах «УлГПУ им. И. Н. Ульянова» по адресам: пл. Ленина, д. 4; ул. 12 сентября, д. 81, оборудованных мультимедийными проекторами, интерактивными досками и соответствующим программным обеспечением, а также возможен дистанционный формат.

Слушатели курсов имеют возможность использовать ресурсы библиотечного фонда и медиацентра, получать консультации сотрудников учебно-методического кабинета «УлГПУ им. И. Н. Ульянова», им предоставляется открытый доступ в Интернет по беспроводной сети WiFi.

### **5. Разработчики программы**

Макеева Ольга Викторовна, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», кандидат физико-математических наук.