Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ульяновский государственный педагогический университет
имени И.Н. Ульянова»
(ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова»)

Факультет физико-математического и технологического образования
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 02AF187D00A4B197B2418596110F4A276D
Владелец: Титов Сергей Николаевич
Действителен: с 05.07.2024 до 28.04.2038

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методической
работе С.Н. Титов

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Программа учебной дисциплины Предметно-методического модуля по
профилю «Математика»

основной профессиональной образовательной программы высшего
образования – программы бакалавриата по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),

направленность (профиль) образовательной программы
Математика. Иностранный язык

(очная форма обучения)

Составитель: Глухова Н.В.,
доцент кафедры высшей математики

Рассмотрено и одобрено на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования, протокол от «15» мая 2024 г. № 6

Ульяновск, 2024

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Числовые системы» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля по профилю «Математика» учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы «Математика. Иностранный язык», очной формы обучения.

Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках дисциплин Алгебра и теория чисел, Математический анализ, Математическая логика, Дискретная математика, Учебная практика по математике.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик: Научно-исследовательская работа, Подготовки к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

1. **Перечень планируемых результатов обучения (образовательных результатов) по дисциплине**

Целью освоения дисциплины является подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности: систематизация знаний студентов о различных числовых системах и их свойствах, начиная с натуральных чисел и заканчивая алгебрами кватернионов.

Задачей освоения дисциплины является закрепление умений проводить строгие абстрактно-логические доказательства (в частности доказательства методом математической индукции, которому отводится существенная роль в данном курсе), а также умений решать задачи повышенной сложности школьного курса математики.

В результате освоения программы обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения (в таблице представлено соотнесение образовательных результатов обучения по дисциплине с индикаторами достижения компетенций):

Компетенция и индикаторы ее достижения в дисциплине	Образовательные результаты дисциплины (этапы формирования дисциплины)		
	знает	умеет	Владеет
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации	ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач	ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в	ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания; ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические	ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в	ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения

предметной области при решении профессиональных задач. ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.	единицы содержания школьного курса математики.	соответствии с современными требованиями к образованию.	различных методов, приемов и технологий в обучении математике.
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов. ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Знает особенности интеграции учебных предметов для организации разных способов учебной деятельности.	ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности.	ОР-13. Владеет навыками организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с

преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Номер семестра	Всего		Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации
	Трудоемк.		Лекции, час.	Практические занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Лабораторные занятия, час.	в т. ч. практическая подготовка, час.	Самостоят. работа, час.	
	Зач. ед.	Часы							
8	2	72	12	20	-	-	-	40	зачет
Итого:	2	72	12	20	-	-	-	40	

3. **Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

3.1.Указание тем (разделов) и отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование раздела и тем	Количество часов по формам организации обучения			
	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятель-ная работа
8 семестр				
Аксиоматическая теория натуральных чисел	4	8	-	10
Аксиоматические теории целых и рациональных чисел	4	6	-	10
Аксиоматическая теория действительных чисел	2	4	-	10
Комплексные числа и кватернионы	2	2	-	10
Всего по дисциплине:	12	20	-	40

3.2.Краткое описание содержания тем (разделов) дисциплины

Краткое содержание курса

1. Аксиоматическая теория натуральных чисел

Формулировка аксиоматической теории натуральных чисел. Свойства сложения и умножения натуральных чисел. Определение и свойства неравенств на **N**. Теорема о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел. Бесконечность множества натуральных чисел. Натуральные кратные и степени, их свойства. Аксиоматика Пеано. Независимость аксиом Пеано.

2. Аксиоматические теории целых и рациональных чисел

Упорядоченные множества и системы. Аксиоматическая теория целых чисел, первичные термины и аксиомы. Свойства целых чисел. Теорема о порядке на **Z**. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел. Аксиоматическая теория рациональных чисел, первичные термины и аксиомы. Свойства рациональных чисел. Теорема о порядке поля рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.

Аксиоматическая теория действительных чисел

Аксиоматическая теория действительных чисел первичные термины и аксиомы. Свойства действительных чисел. Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.

Комплексные числа и кватернионы

Аксиоматическая теория комплексных чисел, первичные термины и аксиомы. Свойства комплексных чисел. Теоремы о порядке на **C**. Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел. Кватернионы и их свойства.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов является особой формой организации учебного процесса, представляющая собой планируемую, познавательно, организационно и методически направляемую деятельность студентов, ориентированную на достижение конкретного результата, осуществляемую без прямой помощи преподавателя. Самостоятельная работа студентов является составной частью учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, поиск и приобретение новых знаний, а также выполнение учебных заданий, подготовку к предстоящим занятиям и экзамену. Она предусматривает, как правило, разработку рефератов, написание докладов, выполнение творческих, индивидуальных заданий в соответствии с учебной программой (тематическим планом изучения дисциплины). Тема для такого выступления может быть предложена преподавателем или избрана самим студентом, но материал выступления не должен дублировать лекционный материал. Реферативный материал служит дополнительной информацией для работы на практических занятиях. Основная цель данного вида работы состоит в обучении студентов методам самостоятельной работы с учебным материалом. Для полноты усвоения тем, вынесенных в практические занятия, требуется работа с первоисточниками. Курс предусматривает самостоятельную работу студентов со специальной литературой. Следует отметить, что самостоятельная работа студентов результативна лишь тогда, когда она выполняется систематически, планомерно и целенаправленно.

Задания для самостоятельной работы предусматривают использование необходимых терминов и понятий по проблематике курса. Они нацеливают на практическую работу по применению изучаемого материала, поиск библиографического материала и электронных источников информации, иллюстративных материалов. Задания по самостоятельной работе даются по темам, которые требуют дополнительной проработки.

Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает аудиторную и внеаудиторную самостоятельную работу студентов в течение семестра.

Аудиторная самостоятельная работа осуществляется в форме выполнения тестовых заданий, кейс-задач, письменных проверочных работ по дисциплине. Аудиторная самостоятельная работа обеспечена базой тестовых материалов, кейс-задач по разделам дисциплины.

Внеаудиторная самостоятельная работа осуществляется в формах типовых самостоятельных и контрольных работ:

ОС-1. Самостоятельная работа № 1. Аксиоматическая теория натуральных чисел

1. Выясните, удовлетворяет ли множество N' с заданным на нем отношением n' «следовать за n» аксиомам Пеано; укажите, какие аксиомы выполнены, а какие – нет:

   a) $N' = \{n \in N \mid n \geq 6\}$, $n' = n + 1$;

   b) $N' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $1' = 2$, $2' = 3$, $3' = 4$, $4' = 5$, $5' = 1$, $6' = 6$.

2. Вычислите: $2 + 3$, $2 \cdot 3$.

3. Пусть $a, b, n \in N$. Докажите справедливость следующих утверждений:

   a) $a + a = b + b \Rightarrow a = b$;

   b) $n > 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : n = 2x \vee n = 2x + 1$;

   c) $a > 2 \Rightarrow \exists(k \in N) : a = 3k \vee a = 3k + 1 \vee a = 3k + 2$;

   d) $n \neq 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : (n - 1) \cdot n = x + x$;

   e) $n \neq 1 \Rightarrow \exists(x \in N) : (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) = 3x$.

4. Решите на множестве натуральных чисел уравнения:

   a) $x^2 = 2$; d) $xy = 1$; g) $4x = 4y + 1$;

   b) $x^2 = x$; e) $xy = x$; h) $2n + 1 = 2x$;

   c) $3a = a^2$; f) $x^2y = 4$; i) $x^2 + y^2 = 5$.

ОС-2. Самостоятельная работа № 2. Аксиоматические теории целых и рациональных чисел

1. Пусть $P_1 = \{\langle m, n\rangle \mid m, n \in \mathbf{N}\}$. Определим на P_1 операции $\oplus$, $\otimes$ и отношение $\sim$. Для любых элементов $\langle m, n\rangle, \langle k, l\rangle \in P_1$:

$$\langle m, n\rangle \oplus \langle k, l\rangle = \langle m + k, n + l\rangle,$$

$$\langle m, n\rangle \otimes \langle k, l\rangle = \langle mk + nl, ml + nk\rangle,$$

$$\langle m, n\rangle \sim \langle k, l\rangle \Leftrightarrow m + l = k + n.$$

a. Является ли операция $\oplus$ ассоциативной?

b. Является ли операция $\oplus$ коммутативной?

c. Является ли операция $\otimes$ ассоциативной?

d. Является ли операция $\otimes$ коммутативной?

e. Дистрибутивна ли операция $\otimes$ относительно операции $\oplus$?

f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\oplus$? Является ли система $\langle P_1, \oplus, \otimes\rangle$ кольцом?

g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\otimes$?

h. Рефлексивно ли отношение $\sim$?

i. Симметрично ли отношение $\sim$?

j. Транзитивно ли отношение $\sim$?

k. Является ли отношение $\sim$ отношением порядка? эквивалентности?

l. Перечислите не менее трёх пар, принадлежащих классу эквивалентности, порожденному парой $\langle 2, 3\rangle$.

m. Существует ли среди классов эквивалентных пар элемент, противоположный классу, порожденному парой $\langle 11, 9\rangle$? Если – да, то найдите его, если – нет, докажите, что он не существует.

2. Решите на множестве целых чисел уравнения:

a) $x^2 = 2$;	d) $xy = 1$;	g) $4x = 4y + 1$;
b) $x^2 = x$;	e) $xy = x$;	h) $2n + 1 = 2x$;
c) $3a = a^2$;	f) $x^2y = 4$;	i) $x^2 + y^2 = 5$.

3. Пусть $P_2 = \{\langle a, n\rangle \mid a \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{N}\}$. Определим на P_2 операции $\oplus$, $\otimes$ и отношение $\sim$. Для любых элементов $\langle a, n\rangle, \langle b, m\rangle \in P_2$:

$$\langle a, n\rangle \oplus \langle b, m\rangle = \langle am + bn, mn\rangle,$$

$$\langle a, n\rangle \otimes \langle b, m\rangle = \langle ab, mn\rangle,$$

$$\langle a, n\rangle \sim \langle b, m\rangle \Leftrightarrow am = bn.$$

a. Является ли операция $\oplus$ ассоциативной?

b. Является ли операция $\oplus$ коммутативной?

c. Является ли операция $\otimes$ ассоциативной?

d. Является ли операция $\otimes$ коммутативной?

e. Дистрибутивна ли операция $\otimes$ относительно операции $\oplus$?

f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\oplus$?

g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\otimes$?

h. Рефлексивно ли отношение ~?

i. Симметрично ли отношение ~?

j. Транзитивно ли отношение ~?

k. Является ли отношение ~ отношением порядка? эквивалентности?

l. Перечислите не менее трёх пар, принадлежащих классу эквивалентности, порожденному парой $\langle 2, 3\rangle$.

m. Существует ли среди классов эквивалентных пар элемент, противоположный классу, порожденному парой $\langle 11, 9\rangle$? Если – да, то найдите его, если – нет, докажите, что он не существует.

ОС-3. Контрольная работа Аксиоматическая теория действительных чисел

1. Пусть $F = \{\{a_n\}_n \mid a_n \in \mathbf{Q}, \{a_n\}_n$ – фундаментальная последовательность$\}$. Определим на F операции $\oplus$, $\otimes$ и отношение ~. Для любых элементов $\{a_n\}_n$, $\{b_n\}_n \in F$:

$$\{a_n\}_n \oplus \{b_n\}_n = \{a_n + b_n\}_n,$$

$$\{a_n\}_n \otimes \{b_n\}_n = \{a_n \cdot b_n\}_n,$$

$$\{a_n\}_n \sim \{b_n\}_n \Leftrightarrow \{a_n - b_n\}_n \text{ – нулевая последовательность.}$$

a. Является ли операция $\oplus$ ассоциативной?

b. Является ли операция $\oplus$ коммутативной?

c. Является ли операция $\otimes$ ассоциативной?

d. Является ли операция $\otimes$ коммутативной?

e. Дистрибутивна ли операция $\otimes$ относительно операции $\oplus$?

f. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\oplus$?

g. Существует ли нейтральный элемент относительно операции $\otimes$?

h. Рефлексивно ли отношение ~?

i. Симметрично ли отношение ~?

j. Транзитивно ли отношение ~?

k. Является ли отношение ~ отношением порядка? эквивалентности?

2. Рациональными или иррациональными являются числа: $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{6}+\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$?

ОС-4. Тест. Комплексные числа и кватернионы

1. Если символом i обозначена мнимая единица (число, квадрат которого равен –1). Тогда $i^8 = \ldots$

Для самостоятельной подготовки к занятиям по дисциплине рекомендуется использовать учебно-методические материалы:

Глухова Н.В. Числовые системы: учебное пособие для направления подготовки бакалавров 050100.62 «Педагогическое образование» Профиль: Математика. – Ульяновск, УлГПУ, 2014. – 82 с.

5. Примерные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Организация и проведение аттестации студента

ФГОС ВО ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>СРЕДСТВА ОЦЕНИВАНИЯ,
используемые для текущего оценивания показателя формирования компетенции</th><th>Образовательные результаты дисциплины</th></tr>
<tr><td></td><td>Оценочные средства для текущей аттестации
ОС-1 Самостоятельная работа № 1
ОС-2 Самостоятельная работа № 2
ОС-3 Контрольная работа
ОС-4. Тест</td><td rowspan="2">ОР-1. Знает методы критического анализа и синтеза информации
ОР-2 Умеет применять системный подход для решения поставленных задач
ОР-3 Владеет навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
ОР-4. Знает роль и место математики в общей картине научного знания;</td></tr>
<tr><td></td><td>Оценочные средства для промежуточной аттестации
зачет (экзамен)
ОС-5 Зачет в форме устного собеседования по вопросам</td></tr>
</table>

		ОР-5. Знает структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса математики. ОР-6 умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию. ОР-7 владеет действием проектирования различных форм учебных занятий, ОР-8 владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-9. Знает характеристику личностных, предметных и метапредметных результатов в контексте обучения математике; ОР-10. Владеет навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике. ОР-11 Умеет оказывать педагогическую поддержку обучающимся в зависимости от их образовательных результатов; ОР-12 Умеет организовывать учебный процесс с использованием возможностей образовательной среды для развития интереса к предмету в рамках урочной и внеурочной деятельности. ОР-13. Владеет навыками

		организации и проведения занятий с использованием возможностей образовательной среды для достижения образовательных результатов и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами математики.

Описание оценочных средств и необходимого оборудования (демонстрационного материала), а так же процедуры и критерии оценивания индикаторов достижения компетенций на различных этапах их формирования в процессе освоения образовательной программы представлены в Фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Материалы, используемые для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

Материалы для организации текущей аттестации представлены в п.5 программы.

Материалы, используемые для промежуточного контроля успеваемости обучающихся по дисциплине

ОС-5 Зачет в форме устного собеседования по вопросам

Перечень вопросов к зачету

1. Формулировка аксиоматической теории натуральных чисел.
2. Свойства сложения и умножения натуральных чисел.
3. Определение и свойства неравенств на **N**.
4. Теорема о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел.
5. Бесконечность множества натуральных чисел.
6. Натуральные кратные и степени, их свойства.
7. Аксиоматика Пеано.
8. Независимость аксиом Пеано.
9. Упорядоченные множества и системы.
10. Аксиоматическая теория целых чисел, первичные термины и аксиомы.
11. Свойства целых чисел. Теорема о порядке на **Z**.
12. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
13. Аксиоматическая теория рациональных чисел, первичные термины и аксиомы.
14. Свойства рациональных чисел.
15. Теорема о порядке поля рациональных чисел.
16. Плотность поля рациональных чисел.

17. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
18. Аксиоматическая теория действительных чисел первичные термины и аксиомы.
19. Свойства действительных чисел.
20. Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.
21. Аксиоматическая теория комплексных чисел, первичные термины и аксиомы.
22. Свойства комплексных чисел.
23. Теоремы о порядке на **C**.
24. Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.
25. Кватернионы и их свойства.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Примерные практические задания к зачету

1. Оценить возможность применения рассматриваемого вопроса в рамках школьной программы (внеурочной деятельности). Предложить формат изложения материала.

В конце изучения дисциплины подводятся итоги работы студентов на лекционных и практических занятиях путем суммирования заработанных баллов в течение семестра.

Критерии оценивания знаний обучающихся по дисциплине

Формирование балльно-рейтинговой оценки работы обучающихся

		Посещение лекций	Посещение практических занятий	Работа на практических занятиях	Зачёт
8 семестр	Разбалловка по видам работ	6 х 1=6 баллов	10 х 1=10 баллов	152 балла	32 балла
	Суммарный макс. балл	6 баллов max	16 баллов max	168 балла max	200 баллов max

Критерии оценивания работы обучающегося по итогам семестра

	Баллы (2 ЗЕ)
«зачтено»	более 100
«не зачтено»	100 и менее

6. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических зданий оцениваются в баллах, в соответствии с балльно-рейтинговой системой университета.

Планы практических занятий

ЗАНЯТИЕ № 1. Метод математической индукции

Доказать равенства для любого натурального n: д/з

а) $1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$; в) $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

б) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$; г) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

Докажите, что для любого натурального n

а) $n^3 - n$ делится на 3.

б) $n^7 - n$ делится на 7

в) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ делится на 7

г) $2^{2n+1} \cdot 3^{n+3} + 1$ делится на 11

ЗАНЯТИЕ № 2. Модели натуральных чисел

Задания для решения:

Выяснить, какие из перечисленных систем удовлетворяют аксиомам Пеано (являются моделями множества натуральных чисел), определить, какие аксиомы выполнены, а какие – нет.

а) $\{3, 4, 5 \ldots\}$; $n' = n + 1$ б) $\{n \geq a, n \in \mathbf{N}\}$; $n' = n + 1$

в) $\{n \geq -2, n \in \mathbf{N}\}$; $n' = n + 2$ или $n' = n + 1$ г) нечётные числа, $n' = n + 1$

д) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$; $1' = 2$, $2' = 3$, $3' = 4$, $4' = 5$, $5' = 1$,

е) Целые числа, $n' = \begin{cases} -n, & n > 0 \\ -n+1, & n \leq 0 \end{cases}$

Д/з

ж) Натуральные числа с отношением $n' = n + 2$

з) $\{1, 2, 3\}$. Следовать за: $1' = 3$, $2' = 3$, $3' = 2$.

и) $\{1, 2, 3\}$. Следовать за: $1' = 2$, $2' = 3$, $3' = 1$.

к) Натуральные числа, кратные 3 с отношением $n' = n + 3$

л) Чётные натуральные числа с отношением $n' = n + 2$

ЗАНЯТИЕ № 3. Сложение натуральных чисел

Доказательство свойств сложения.

Задания для решения:

Сложить на основании определения сложения натуральных чисел 5 + 3. Выполнить то же действие в представленных ниже моделях натуральных чисел, если такие числа есть. Если таких чисел нет, то сложить пятый и третий элемент модели

а) $\{3, 4, 5 \ldots\}$; $n' = n + 1$

б) $\{n \ge -2, n \in \mathbf{N}\}$; $n' = n + 1$

в) нечётные положительные числа, $n' = n + 2$

г) Целые числа, $n' = \begin{cases} -n, & n > 0 \\ -n+1, & n \le 0 \end{cases}$

д) Натуральные числа, кратные 3 с отношением $n' = n + 3$

е) Чётные натуральные числа с отношением $n' = n + 2$

ЗАНЯТИЕ №4. Свойства натуральных чисел

Задания для решения:

1. Докажите следующие свойства

а) $1\cdot 2 + 2\cdot 3 + \ldots + (n-1)\cdot n = \dfrac{(n-1)n(n+1)}{3}$;

б) $\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{36} + \ldots + \dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1 - \dfrac{1}{(n+1)^2}$;

в) $\dfrac{0}{1!} + \dfrac{1}{2!} + \ldots + \dfrac{n-1}{n!} = 1 - \dfrac{1}{n!}$.

3. Доказать свойства:

а) Для любых натуральных чисел разность $(a + b) - b$ существует и равна a;

б) Если разность $b - c$ существует, то

$a + (b - c) = (a + b) - c$;

в) Если $a > b > c$, то

$a - (b - c) = (a - b) + c$;

г) Если разность $a - (b + c)$ существует, то

$a - (b + c) = (a - b) - c$.

ЗАНЯТИЕ № 5. Сравнение натуральных чисел

1. Докажите антирефлексивность и транзитивность отношения «больше» на множестве натуральных чисел.

2. Докажите неравенства для всех натуральных n

а) $5^n > 7n - 3$;

б) $2^{n+2} > 2n + 5$;

в) $2^{n+2} > n^2 + 2$;

г) $2^n > n$;

д) $\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \ldots + \dfrac{1}{3n+1} > 1$.

3. Докажите свойства:

1) $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$.

2) $(a^n)^m = a^{nm}$.

3) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$.

Задания для самостоятельного решения:

Доказать неравенство для всех натуральных чисел, больших данного n.

а) $3^n > 2^n + n$ при $n > 1$

б) $2^n > n^2 + n + 2$ при $n > 5$

в) $2^{n-1} \ge n(n+1)$ при $n > 6$

г) $n^2 < 2^n$ при $n > 4$

ЗАНЯТИЕ №6. Целые числа

Задания для самостоятельного решения:

1.Указать пары натуральных чисел эквивалентные между собой

а) <7, 5>	1) <5, 7>
б) <2, 3>	2) <1, 10>
в) <10, 10>	3) <5, 4>
г) <6, 2>	4) <15, 5>
	5) <1, 5>
	6) <9, 9>

Указать пары противоположные данным.

2. Вычислить

а) [<1, 5>] + [<3, 2>] б)[<3, 8>] + [<4, 7>]

в) [<7, 4>] – [<8, 3>] г) [<1, 5>] – [<3, 2>]

д) [<1, 5>] · [<2, 2>] е) [<2, 10>]· [<10, 2>]

ЗАНЯТИЕ №7. Решение уравнений в целых числах

Задания для самостоятельного решения:

Решить в целых числах уравнения:

а) $y^2 - 2xy - 2x = 6$ б) $2x^2 - 11xy - 12y^2 = 17$

в) $35xy + 5x - 7y = 1$ г) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$

д) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{xy} = 1$ е) $xy + 3x - 5y + 3 = 0$

ЗАНЯТИЕ №8. Рациональные числа

Задания для самостоятельного решения:

1. Доказать, что число рационально

а) $\sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}}$ в) $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$

б) $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}$ г) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{6}$

д) $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ е) $(\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[6]{3 - 2\sqrt{2}}) \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$

ЗАНЯТИЕ №9. Действительные числа. Дальнейшие расширения. Контрольная работа

Задания для самостоятельного решения:

1. Доказать, что число иррационально:

а) $\sqrt{2}$, б) $\sqrt[3]{7} + \sqrt{5}$; в) $\cos 10^0$; г) $\log_7 6$; д) $\mathrm{tg}\, 5^0$

2. (д/з)

а) $\sqrt{3}$, б) $\sqrt{4 + \sqrt{5}}$; в) $\cos 20^0$; г) $\log_2 3$; д) $\mathrm{ctg}\, 10^0$

ЗАНЯТИЕ №10. Дальнейшие расширения понятия числа. Выступление с докладами

2. Дан кватернион $q = 2 + 3i - 5j + k$. Найти:

а) $q + \bar{q}$; б) $q - \bar{q}$; в) $q \cdot \bar{q}$.

2. Найти обратный кватернион к кватерниону $q = 1 + i + k$.

3. Найти левые и правые частные от деления кватерниона $j + 2k$ на кватернион $1 + i + k$.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, Интернет-ресурсов, необходимых для освоения дисциплины

Основная литература

1.Смолин, Ю. Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю. Н. Смолин. – 3-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2021. – 112 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=54576

2. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — 4-е изд., стер. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2017. — 464 с. (Электронный ресурс. – Режим доступа: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=1034573)

Дополнительная литература

1. Минаев В. А. Простые числа: новый взгляд на закономерности формирования - М.: Логос, 2011 – 79 с. (электронный ресурс: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=119456)
2. Дадаян, А. А. Математика : учебник / А.А. Дадаян. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 544 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-16-012592-3. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1214598

Интернет-ресурсы

http://www.mathnet.ru Общероссийский математический портал

Лист согласования рабочей программы
учебной дисциплины (практики)

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки).

Рабочая программа Числовые системы

Составители: Н.В. Глухова – Ульяновск: УлГПУ, 2024.

Программа составлена с учетом федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утверждённого Министерством образования и науки Российской Федерации, и в соответствии с учебным планом.

Составители ____________ Н.В. Глухова
(подпись)

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) одобрена на заседании кафедры высшей математики "23" апреля 2024г., протокол № 8

Заведующий кафедрой
______________________________ Столярова И.В. 23.04.24 ______________
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Рабочая программа учебной дисциплины (практики) согласована с библиотекой

Сотрудник библиотеки
______________________________ Марсакова Ю.Б. ______________ 04.04.24
личная подпись *расшифровка подписи* *дата*

Программа рассмотрена и одобрена на заседании ученого совета факультета физико-математического и технологического образования "15" мая 2024 г., протокол № 6

И.о. декана факультета физико-математического и технологического образования

______________________________ Череватенко О.И. 15.05.24 ______________